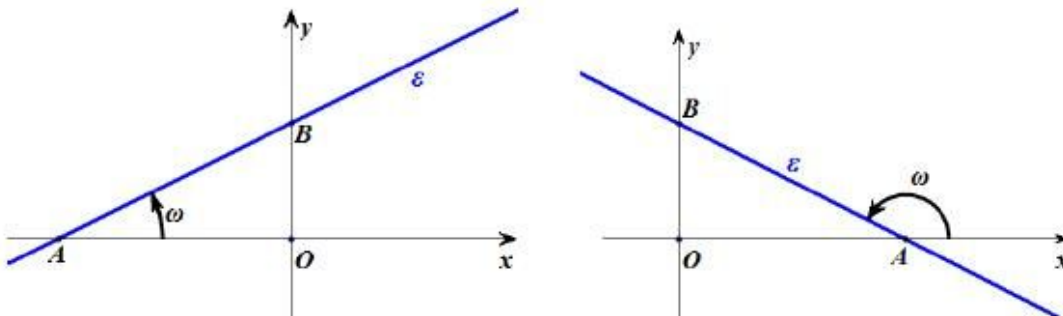


# Περί ευθείας

## ❖ Γωνία που σχηματίζει μια ευθεία με τον άξονα $x'x$

Έστω  $Oxy$  ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο και  $\varepsilon$  μια ευθεία που τέμνει τον άξονα  $x'x$  στο σημείο  $A$ .



Τη γωνία  $\omega$  που διαγράφει η ημιευθεία  $Ax$ , όταν στραφεί γύρω από το  $A$  κατά τη **θετική φορά** μέχρι να «πέσει» πάνω στην ευθεία  $\varepsilon$ , τη λέμε **γωνία που σχηματίζει η  $\varepsilon$  με τον άξονα  $x'x$** .

Αν η ευθεία  $\varepsilon$  είναι παράλληλη προς τον άξονα  $x'x$  ή συμπίπτει με αυτόν, τότε λέμε ότι η ευθεία  $\varepsilon$  σχηματίζει με τον άξονα  $x'x$  γωνία  $\omega = 0^\circ$ .

Σε κάθε περίπτωση για τη γωνία  $\omega$  ισχύει:  $0^\circ \leq \omega < 180^\circ$ .

## ❖ Συντελεστής διεύθυνσης ευθείας

Ως **συντελεστή διεύθυνσης** (ή **κλίση**) μιας ευθείας  $\varepsilon$  ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας  $\omega$  που σχηματίζει η ευθεία  $\varepsilon$  με τον άξονα  $x'x$ .

Ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας  $\varepsilon$  είναι:

- **θετικός**, αν η γωνία  $\omega$  είναι οξεία
- **αρνητικός**, αν η γωνία  $\omega$  είναι αμβλεία
- **μηδέν**, αν η γωνία  $\omega$  είναι μηδέν.

Στην περίπτωση που η γωνία  $\omega$  είναι ίση με  $90^\circ$ , δηλαδή όταν η ευθεία  $\varepsilon$  είναι κάθετη στον άξονα  $x'x$ , **δεν ορίζουμε** συντελεστή διεύθυνσης για την  $\varepsilon$ .

Παρατηρήστε ότι:

- |   |   |
|---|---|
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \omega = 30^\circ$ | ▪ $\varepsilon\varphi\omega = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \omega = 150^\circ$ |
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = 1 \Rightarrow \omega = 45^\circ$                  | ▪ $\varepsilon\varphi\omega = -1 \Rightarrow \omega = 135^\circ$                  |
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = \sqrt{3} \Rightarrow \omega = 60^\circ$           | ▪ $\varepsilon\varphi\omega = -\sqrt{3} \Rightarrow \omega = 120^\circ$           |
| ▪ $\varepsilon\varphi\omega = 0 \Rightarrow \omega = 0^\circ$                   |   |

## ❖ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\alpha x+\beta$

Είναι μία ευθεία, με εξίσωση  $y=\alpha x+\beta$ , η οποία τέμνει τον άξονα των  $y$  στο σημείο  $B(0,\beta)$  και έχει συντελεστή διεύθυνσης (κλίση) ίσο με  $\alpha$ .

Είναι φανερό ότι:

- αν  $\alpha > 0$ , τότε  $0^\circ < \omega < 90^\circ$  (δηλαδή η γωνία  $\omega$  είναι οξεία)
- αν  $\alpha < 0$ , τότε  $90^\circ < \omega < 180^\circ$  (δηλαδή η γωνία  $\omega$  είναι αμβλεία)
- αν  $\alpha = 0$ , τότε  $\omega = 0^\circ$ . (δηλαδή η γωνία  $\omega$  είναι μηδέν)

## ❖ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\beta$

Η συνάρτηση  $f(x)=\beta$  προκύπτει από την συνάρτηση  $f(x)=\alpha x+\beta$  στην περίπτωση που είναι  $\alpha=0$ .

Λέγεται **σταθερή συνάρτηση** διότι η τιμή της είναι η ίδια για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

Η γραφική της παράσταση είναι μία **οριζόντια** ευθεία που τέμνει τον άξονα των  $y$  στο σημείο  $B(0,\beta)$ .

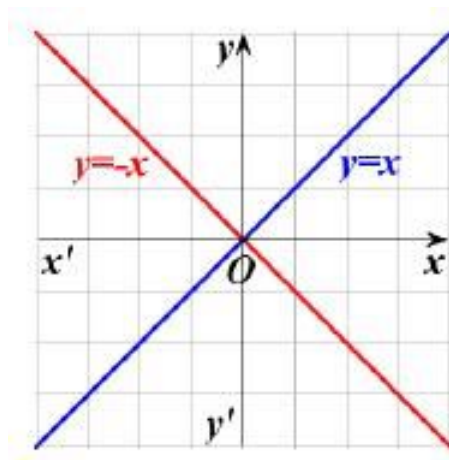
## ❖ Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)=\alpha x$

Η συνάρτηση  $f(x)=\alpha x$  προκύπτει από την συνάρτηση  $f(x)=\alpha x+\beta$  στην περίπτωση που  $\beta=0$ .

Η γραφική της παράσταση είναι μία ευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων.

Κυριότεροι εκπρόσωποι αυτής της οικογένειας ευθειών είναι η ευθεία με εξίσωση  $y = x$  και η ευθεία με εξίσωση  $y = -x$ . Ειδικότερα:

- Για  $\alpha = 1$  έχουμε την ευθεία  $y = x$ .  
Για τη γωνία  $\omega$  που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα  $x'x$ , ισχύει:  $\epsilon\phi\omega = \alpha = 1$ , δηλαδή  $\omega = 45^\circ$ . Επομένως:  
η ευθεία  $y = x$  είναι η διχοτόμος των γωνιών  $x\hat{O}y$  και  $x'\hat{O}y'$  των αξόνων.
- Για  $\alpha = -1$  έχουμε την ευθεία  $y = -x$ .  
Για τη γωνία  $\omega$  που σχηματίζει η ευθεία αυτή με τον άξονα  $x'x$ , ισχύει:  $\epsilon\phi\omega = \alpha = -1$ , δηλαδή  $\omega = 135^\circ$ . Επομένως:  
η ευθεία  $y = -x$  είναι η διχοτόμος των γωνιών  $x'\hat{O}y$  και  $x\hat{O}y'$  των αξόνων.



## ❖ Σχετικές θέσεις δύο ευθειών

Ας θεωρήσουμε δύο ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  με εξισώσεις  $y = \alpha_1 x + \beta_1$  και  $y = \alpha_2 x + \beta_2$  αντιστοίχως.

- Αν  $\alpha_1 \neq \alpha_2$ , τότε οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  τέμνονται σε ένα σημείο.
- Αν  $\alpha_1 = \alpha_2$  και  $\beta_1 \neq \beta_2$ , τότε οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  είναι παράλληλες.
- Αν  $\alpha_1 = \alpha_2$  και  $\beta_1 = \beta_2$ , τότε οι ευθείες  $\epsilon_1$  και  $\epsilon_2$  ταυτίζονται (συμπίπτουν).