

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι ακόλουθες προτάσεις Π1 και Π2:

Π1: Αν ένα παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος, τότε οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών του είναι ίσες.

Π2: Αν οι αποστάσεις των απέναντι πλευρών ενός παραλληλογράμμου είναι ίσες, τότε το παραλληλόγραμμο είναι ρόμβος.

α) Να εξετάσετε αν ισχύουν οι προτάσεις Π1 και Π2 αιτιολογώντας πλήρως την απάντησή σας. (Μονάδες 20)

β) Στην περίπτωση που και οι δύο προτάσεις ισχύουν, να τις διατυπώσετε ως μια ενιαία πρόταση. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και σημεία K, Λ της διαγωνίου του $B\Delta$, τέτοια ώστε να ισχύει $BK=K\Lambda=\Lambda\Delta$.

α) Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AK\Gamma\Lambda$ είναι παραλληλόγραμμο.

(Μονάδες 10)

β) Να αποδείξετε ότι, αν το αρχικό παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ είναι ρόμβος, τότε και το $AK\Gamma\Lambda$ είναι ρόμβος.

(Μονάδες 8)

γ) Ποιά πρέπει να είναι η σχέση των διαγωνίων του αρχικού παραλληλογράμμου $AN\Gamma\Delta$, ώστε το $AK\Gamma\Lambda$ να είναι ορθογώνιο. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ με $AB < A\Gamma$. Φέρνουμε τμήμα $B\Delta$ κάθετο στην AB και με $B\Delta = A\Gamma$ και τμήμα ΓE κάθετο στην $A\Gamma$ με $\Gamma E = AB$. Θεωρούμε τα μέσα Z και Θ των $A\Delta$ και $A\Gamma$ καθώς και τη διχοτόμο $A\delta$ της γωνίας $\angle \Delta A E$.

α) Να αποδείξετε ότι $A\Delta = A\Gamma$. (Μονάδες 9)

β) Αν K τυχαίο σημείο της διχοτόμου $A\delta$, να αποδείξετε ότι το K ισαπέχει από τα μέσα Z και Θ . (Μονάδες 9)

γ) Αν το K είναι σημείο της διχοτόμου $A\delta$ τέτοιο ώστε $KZ = AZ$, να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο $AZK\Theta$ είναι ρόμβος. (Μονάδες 7)

