

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) με  $\hat{B} = 50^\circ$ , το ύψος του  $AD$  και σημείο  $E$  στην  $\Delta\Gamma$  ώστε  $\Delta E = B\Delta$ . Το σημείο  $Z$  είναι η προβολή του  $\Gamma$  στην  $AE$ .

α) Να αποδείξετε ότι:

i. Το τρίγωνο  $ABE$  είναι ισοσκελές.

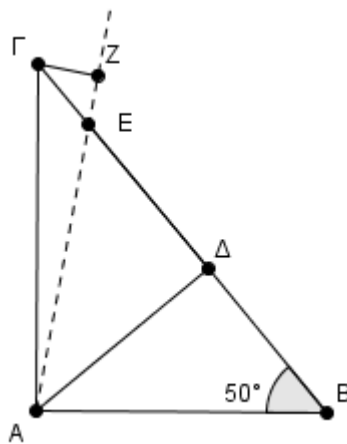
(Μονάδες 6)

ii.  $\hat{\Gamma A E} = 10^\circ$ .

(Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $Z\Gamma E$ .

(Μονάδες 9)



#### ΘΕΜΑ 4

Δύο κύκλοι  $(O, \rho_1)$ ,  $(K, \rho_2)$  εφάπτονται εξωτερικά στο  $N$ . Μια ευθεία  $(\epsilon)$  εφάπτεται στους δύο κύκλους στα σημεία  $A, B$  αντίστοιχα. Η κοινή εφαπτομένη των κύκλων στο  $N$  τέμνει την  $(\epsilon)$  στο  $M$ .

Να αποδείξετε ότι:

α) Το  $M$  είναι μέσον του  $AB$ .

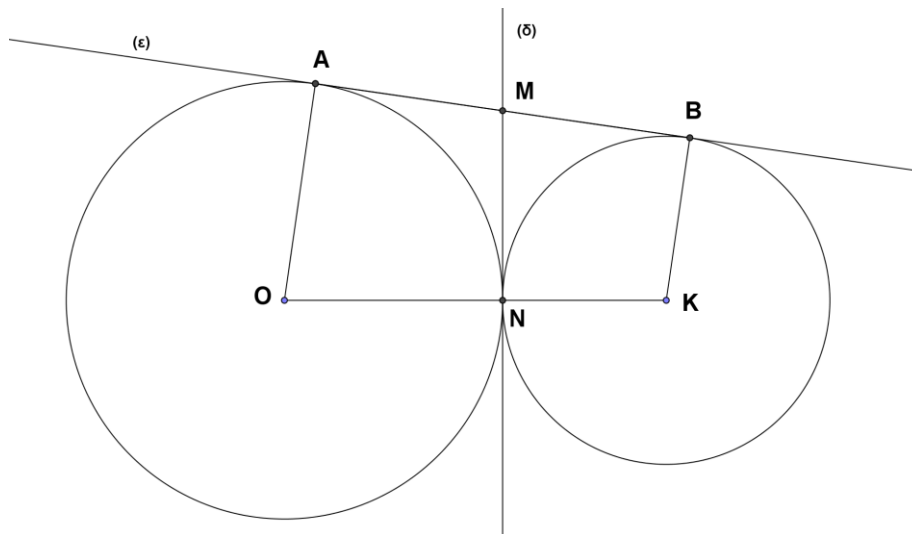
(Μονάδες 7)

β)  $\widehat{OKM} = 90^\circ$

(Μονάδες 9)

γ)  $\widehat{ANB} = 90^\circ$

(Μονάδες 9)



#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  με  $AB < A\Gamma$ . Φέρουμε τη διχοτόμο του  $AK$  και σε τυχαίο σημείο της  $E$  φέρουμε ευθεία κάθετη στη διχοτόμο  $AK$ , η οποία τέμνει τις  $AB$  και  $A\Gamma$  στα σημεία  $Z$  και  $\Delta$  αντίστοιχα και την προέκταση της  $GB$  στο σημείο  $H$ .

Να αποδείξετε ότι:

α)  $\widehat{Z\Delta\Gamma} = 90^\circ + \frac{\widehat{A}}{2}$ .

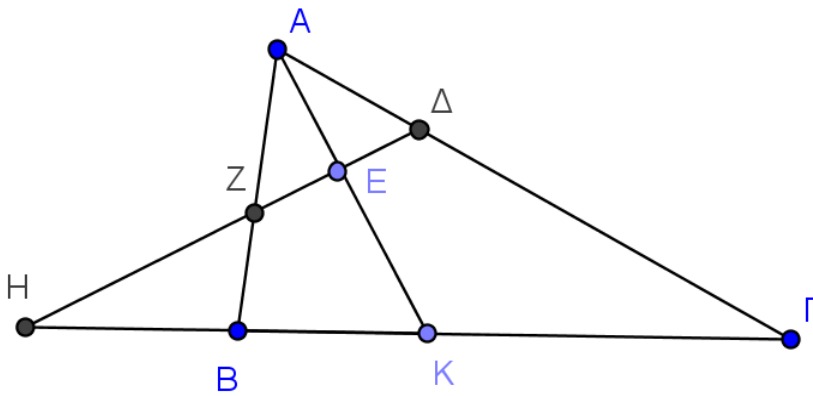
(Μονάδες 7)

β)  $ZK = K\Delta$ .

(Μονάδες 8)

γ)  $\widehat{ZH\Gamma} = \frac{\widehat{B} - \widehat{\Gamma}}{2}$ .

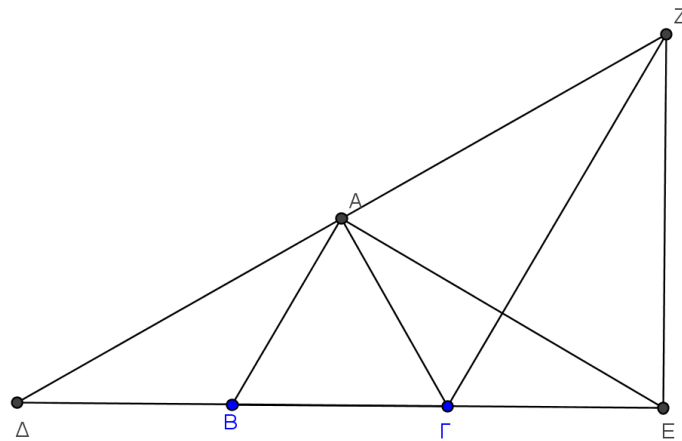
(Μονάδες 10)



#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και στην προέκταση της  $\Gamma B$  (προς το  $B$ ) θεωρούμε σημείο  $\Delta$  τέτοιο ώστε  $B\Delta = B\Gamma$ , ενώ στην προέκταση της  $B\Gamma$  (προς το  $\Gamma$ ) θεωρούμε σημείο  $E$  τέτοιο ώστε  $\Gamma E = B\Gamma$ . Φέρουμε την κάθετη στην  $E\Delta$  στο σημείο  $E$ , η οποία τέμνει την προέκταση της  $\Delta A$  στο  $Z$ .

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων  $\Gamma A E$  και  $B\Delta A$ . (Μονάδες 8)  
β) Να αποδείξετε ότι η  $\Gamma Z$  είναι μεσοκάθετος του  $A E$ . (Μονάδες 12)  
γ) Να αποδείξετε ότι  $AB \parallel \Gamma Z$ . (Μονάδες 5)



#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο  $AB\Gamma$  και το ύψος του  $\Gamma E$ . Στην προέκταση της  $\Gamma B$  (προς το

Β) θεωρούμε σημείο  $\Delta$  τέτοιο ώστε  $B\Delta = \frac{B\Gamma}{2}$ . Αν η ευθεία  $\Delta E$  τέμνει την  $A\Gamma$  στο  $Z$  και

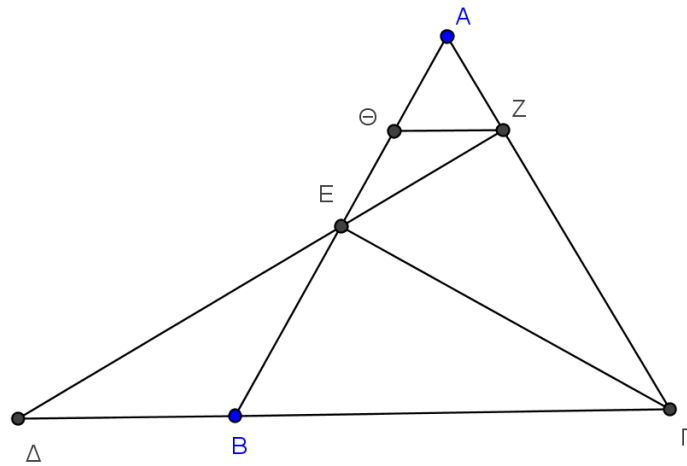
$Z\Theta \parallel B\Gamma$ :

α) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $B\Delta E$  είναι ισοσκελές και το τρίγωνο  $A\Theta Z$  είναι  
ισόπλευρο. (Μονάδες 10)

β) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου  $\Theta E Z$ . (Μονάδες 5)

γ) Να αποδείξετε ότι  $AE = 2 \Theta Z$ . (Μονάδες 5)

δ) Να αποδείξετε ότι  $3AB = 4\Theta B$ . (Μονάδες 5)



ΘΕΜΑ 4

Έστω ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $M$  το μέσο της  $B\Gamma$ . Φέρουμε  $\Gamma\Delta \perp B\Gamma$  με  $\Gamma\Delta = AB$  ( $A, \Delta$  εκατέρωθεν της  $B\Gamma$ ).

Να αποδείξετε ότι:

α)  $AM \parallel \Gamma\Delta$

(Μονάδες 6)

β) η  $A\Delta$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $M\hat{A}\Gamma$ .

(Μονάδες 7)

γ)  $\Delta\hat{A}\Gamma = 45^\circ - \frac{\hat{B}}{2}$

(Μονάδες 7)

δ)  $A\Delta < 2 AB$

(Μονάδες 5)

