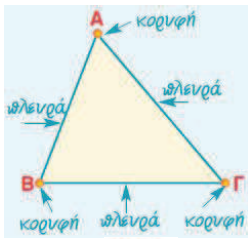


**Α' Γυμνασίου, Μέρος Β', Γεωμετρία, Κεφάλαιο 3,
Τρίγωνα - Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία**

Κεφάλαιο 3ο: Τρίγωνα - Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία

Β.3.1 Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων



Κάθε τρίγωνο ΑΒΓ έχει τρεις κορυφές Α, Β, Γ, τρεις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ και τρεις γωνίες.



Τα ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, εκτός από τις πλευρές, συμβολίζουν και τα μήκη των αντίστοιχων ευθυγράμμων τμημάτων.



Μία γωνία ορθή:
Ορθογώνιο



Μία γωνία μεγαλύτερη της ορθής:
Αμβλυγώνιο



Όλες οι γωνίες μικρότερες της ορθής:
Οξυγώνιο



Τρεις πλευρές ίσες:
Ισόπλευρο



Δύο πλευρές ίσες:
Ισοσκελές



Όλες οι πλευρές άνισες
Σκαληνό

30. Μελετήστε το μικροπείραμα [mpb3 1.ggb](#).

(α) Να καταγράψετε τα κριτήρια με τα οποία διακρίνουμε τα τρίγωνα.

.....

.....

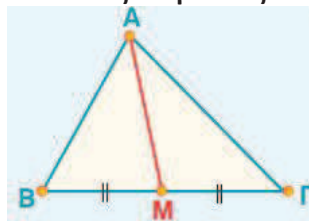
.....

(β) Να σχεδιάσετε από ένα αντίστοιχο τρίγωνο.

31. Δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου

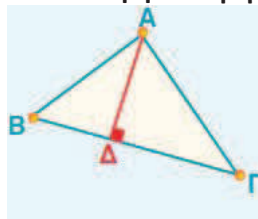
(α) Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει την κορυφή ενός τριγώνου με το μέσο της απέναντι πλευράς, λέγεται διάμεσος.

Να σχεδιάσετε και τις υπόλοιπες διαμέσους στο τρίγωνο ΑΒΓ.



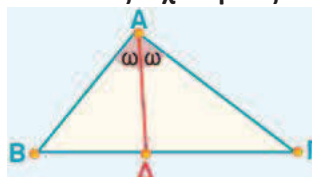
(β) Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται ύψος του τριγώνου.

Να σχεδιάσετε και τα υπόλοιπα ύψη στο τρίγωνο ΑΒΓ.



(γ) Το ευθύγραμμο τμήμα της διχοτόμου μιας γωνίας ενός τριγώνου που φέρνουμε από μια κορυφή και καταλήγει στην απέναντι πλευρά, λέγεται διχοτόμος του τριγώνου.

Να σχεδιάσετε και τις υπόλοιπες διχοτόμους στο τρίγωνο ΑΒΓ.



B.3.2. Άθροισμα γωνιών τριγώνου - Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου



32. Μελετήστε το μικροπείραμα [mpb3_2.ggb](#).

(α) Να εξετάσετε σε κάθε περίπτωση πόσο είναι το άθροισμα των γωνιών του τριγώνου. Να διατυπώσετε έναν κανόνα.

.....

(β) Να εξετάσετε αν είναι δυνατόν όλες οι γωνίες ενός τριγώνου να είναι ίσες. Εξηγήστε.

.....

(γ) Να εξετάσετε αν είναι δυνατόν δύο γωνίες του (π.χ οι Β και Γ) να είναι ορθές. Εξηγήστε.

.....

(δ) Να εξετάσετε το άθροισμα των γωνιών Β και Γ όταν η γωνία Α γίνει ορθή. Εξηγήστε.

.....

33. Να επιχειρηματολογήσετε για το άθροισμα των τριών γωνιών κάθε τριγώνου.

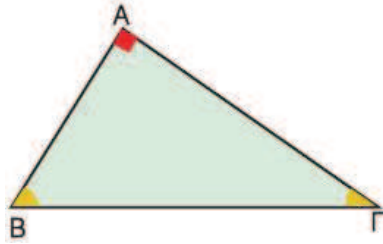


Σε κάθε τρίγωνο

ΑΒΓ ισχύει:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$$

34. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο οι οξείες γωνίες είναι συμπληρωματικές.



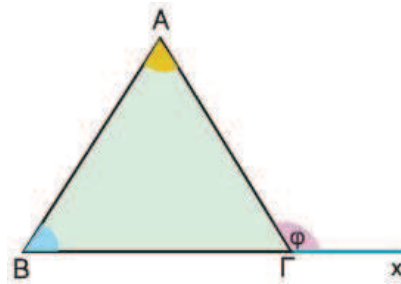
.....

.....

.....

.....

35. Το άθροισμα δύο γωνιών ενός τριγώνου ισούται με την εξωτερική της τρίτης γωνίας. (Στο τρίγωνο ABΓ η γωνία $\widehat{A\Gamma\chi}$, που σχηματίζεται από την ΑΓ και την προέκταση της ΒΓ προς το μέρος του Γ, ονομάζεται εξωτερική γωνία της $\widehat{\Gamma}$).



.....

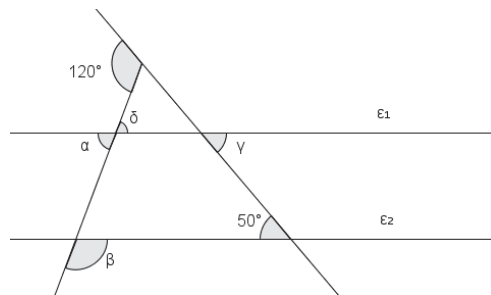
.....

.....

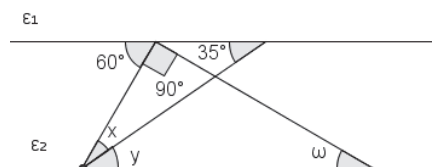
.....

.....

36. Στο παρακάτω σχήμα η ϵ_1 είναι παράλληλη στην ϵ_2 . Να υπολογίσετε τις γωνίες α , β , γ και δ .



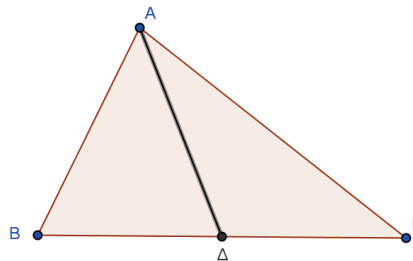
37. Στο παρακάτω σχήμα, αν $\epsilon_1 // \epsilon_2$, να υπολογίσετε τις γωνίες x , y και ω :



Ασκήσεις προς λύση

Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων

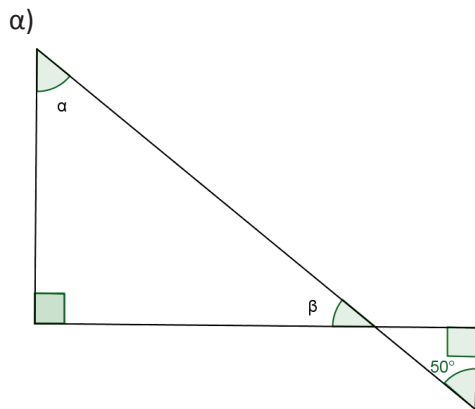
- 3.1. Να σχεδιάσετε ένα τρίγωνο ΑΒΓ και τη διάμεσο του ΓΔ. Να φέρετε τις διαμέσους ΑΜ και ΒΖ αντίστοιχα στα τρίγωνα ΑΔΓ και ΒΓΔ.
- 3.2. Σε τυχαίο τρίγωνο ΑΒΓ να χαράξετε τις τρεις διαμέσους. Τι παρατηρείτε;
- 3.3. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$), να φέρετε τη διάμεσο Μ και να συγκρίνετε το μήκος της με τα τμήματα ΒΜ και ΜΓ.
- 3.4. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και η διάμεσος του ΑΔ.



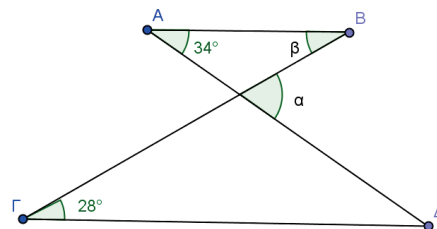
Από την κορυφή Α να φέρετε τα ύψη των τριγώνων ΑΒΔ και ΑΔΓ. Τι παρατηρείτε;

Άθροισμα γωνιών τριγώνου-Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου

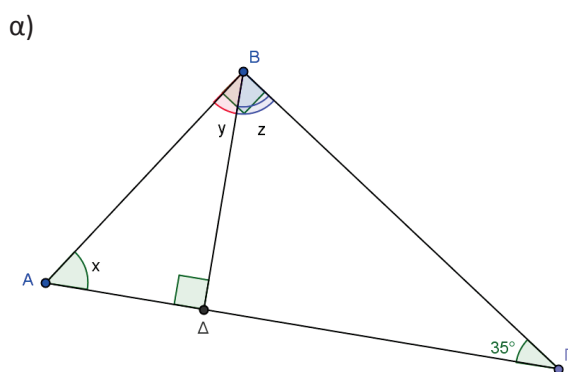
- 3.5. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ στα παρακάτω σχήματα.



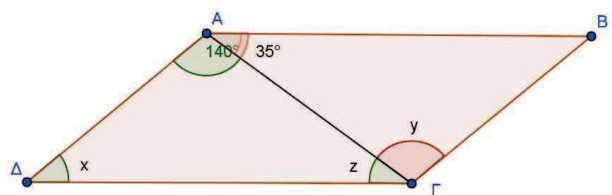
- β) αν $AB \parallel \Gamma\Delta$



- 3.6. Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} στα παρακάτω σχήματα.



- β) $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $A\Delta \parallel B\Gamma$

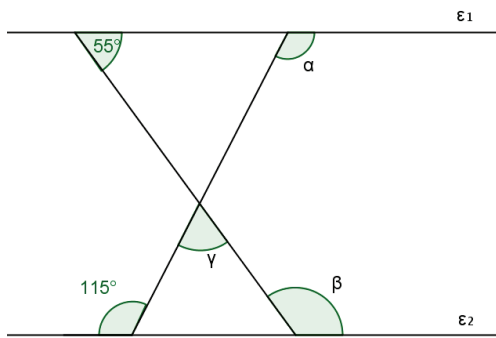


3.7. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{B} = 44^\circ$, $\hat{\Gamma} = 39^\circ$. Μια ευθεία $\varepsilon // B\Gamma$ τέμνει τις πλευρές AB , $A\Gamma$ στα σημεία Δ , E αντίστοιχα. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\Delta E\Gamma$.

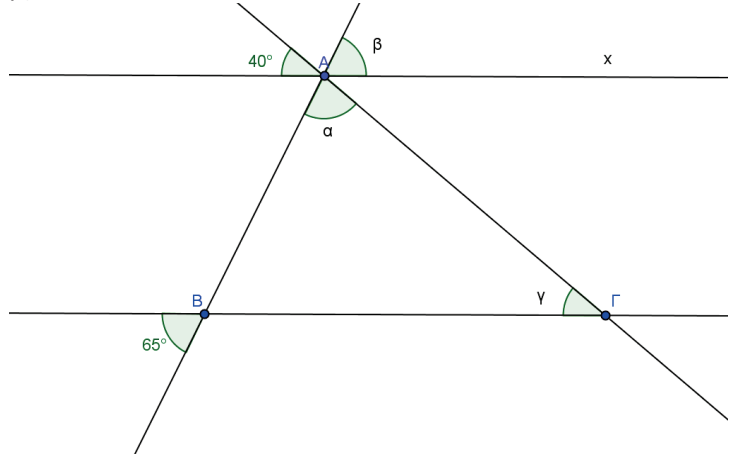
3.8. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) με $\hat{B} = 70^\circ$. Φέρουμε τη διχοτόμο $B\Delta$ της γωνίας B . Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $AB\Gamma$, $B\Delta\Gamma$.

3.9. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ στα παρακάτω σχήματα.

α) $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$



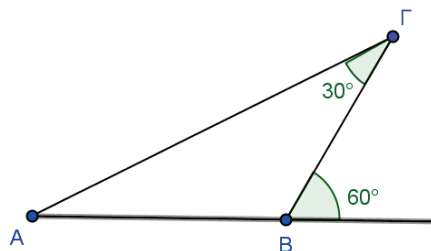
β) $Ax // B\Gamma$



3.10. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 60^\circ$, $\hat{B} = 75^\circ$ και $AB < A\Gamma$. Στην πλευρά $A\Gamma$ θεωρούμε σημείο Δ ώστε $\Gamma\Delta = B\Delta$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές και ορθογώνιο.

3.11. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνίες $\hat{A} = 30^\circ$, $\hat{B} = (x + 30)^\circ$ και $\hat{\Gamma} = (2x)^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του και να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου ως προς τις γωνίες του.

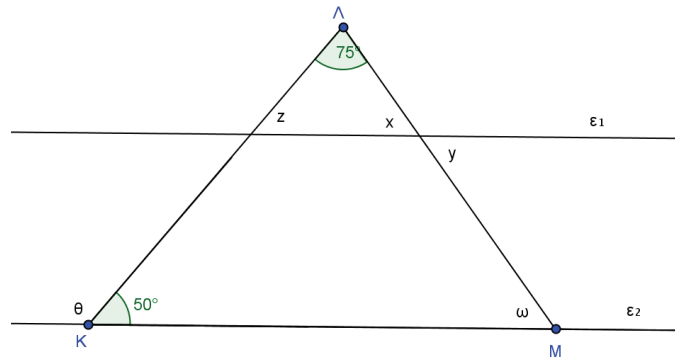
3.12. Να υπολογίσετε τις γωνίες του παρακάτω τριγώνου $AB\Gamma$ και να βρείτε το είδος του.



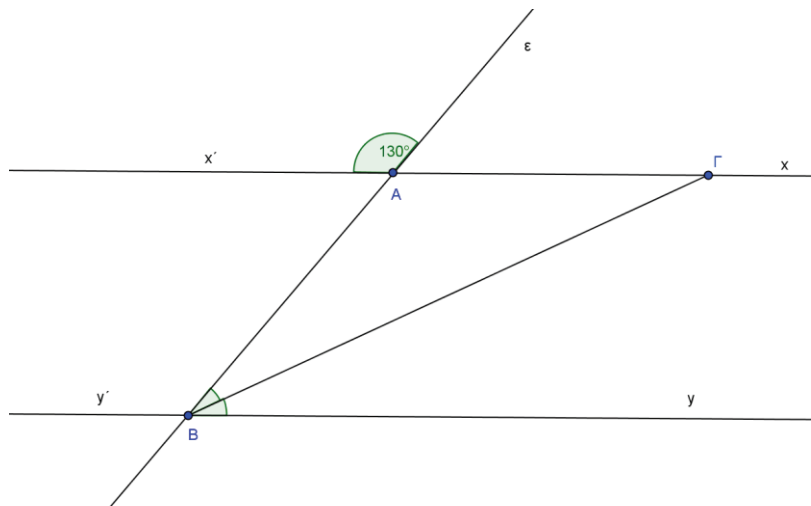
3.13. Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες x , y , z , ω και θ .

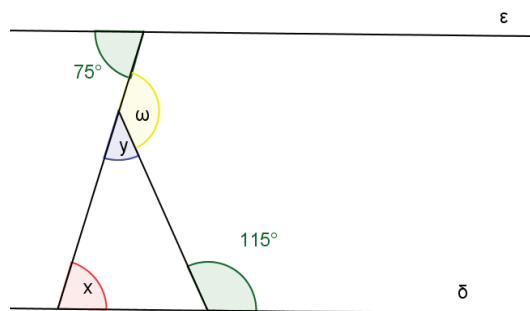
β) Να αναφέρετε το είδος του τριγώνου ΚΛΜ ως προς τις γωνίες του.



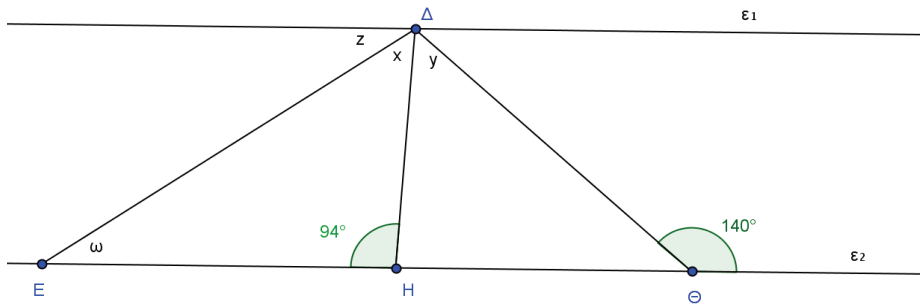
3.14. Δύο ευθείες $x'x$ και $y'y$ παράλληλες μεταξύ τους τέμνονται από τρίτη ευθεία ϵ στα σημεία Α και Β αντίστοιχα και η γωνία $\chi'Αε$ είναι 130° . Φέρνουμε τη διχοτόμο της γωνίας ΑΒγ που τέμνει την $x'x$ στο Γ. Να υπολογίσετε όλες τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.



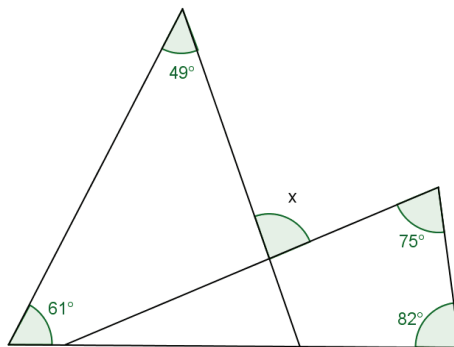
3.15. Να υπολογίσετε στο παρακάτω σχήμα τις γωνίες x , y , ω γνωρίζοντας ότι οι ευθείες (ϵ) και (δ) είναι παράλληλες.



3.16. Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ και ΔH η διχοτόμος της γωνίας $\epsilon\Delta\Theta$. Να υπολογίσετε τις γωνίες x , y , z και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.



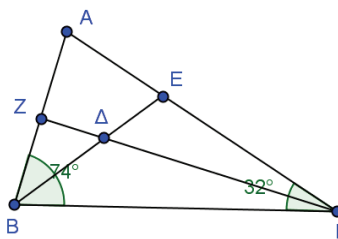
3.17. Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσετε τη γωνία \hat{x} .



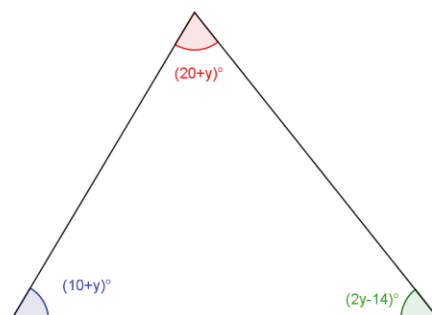
3.18. Σε ένα τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $\hat{B} = 36^\circ$ και η γωνία \hat{A} είναι διπλάσια από τη γωνία $\hat{\Gamma}$. Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A} , $\hat{\Gamma}$.

3.19. Σε ισοσκελές τρίγωνο KLM με $KL = LM$, η γωνία \hat{L} είναι κατά 42° μεγαλύτερη από τη γωνία \hat{K} . Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου KLM .

3.20. Στο παρακάτω σχήμα η γωνία \hat{B} είναι 74° και η γωνία $\hat{\Gamma}$ είναι 32° . Φέρνουμε τις διχοτόμους BE και ΓZ οι οποίοι τέμνονται στο Δ . Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A} και $\hat{B\Delta\Gamma}$.



3.21. Να υπολογίσετε τη γωνία \hat{y} στο παρακάτω σχήμα.



3.22. Υπολογίστε τις γωνίες \hat{x} , \hat{y} στο παρακάτω σχήμα. Ισχύει ότι $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2$ και $\delta_1 \parallel \delta_2$.

