

Α Λ Γ Ε Β Ρ Α Τ Η Σ Α Λ Υ Κ Ε Ι Ο Υ

Α. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΩΣΤΟΥ - ΛΑΘΟΥΣ

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ

1. Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
2. Ισχύει ότι $P(A \cup B) + P(A \cap B) = P(A) + P(B)$ για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω .
3. Δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω είναι ξένα μεταξύ τους.
4. Αν δύο ενδεχόμενα A και B ενός δειγματικού χώρου Ω είναι ξένα μεταξύ τους, τότε και τα συμπληρωματικά τους A' και B' είναι επίσης ξένα μεταξύ τους.
5. Δύο ασυμβίβαστα ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω είναι πάντα συμπληρωματικά.
6. Αν $P(A) + P(B) = 1$ τότε τα A και B είναι συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω .
7. Αν $P(A) = 1$ τότε $A = \Omega$, όπου A ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω .
8. Αν $P(A) = 0$ τότε $A = \emptyset$, όπου A ενδεχόμενο ενός δειγματικού χώρου Ω .
9. Αν Ω ο δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης τότε $P(\Omega) = 1$
10. Η πιθανότητα του αδύνατου ενδεχομένου \emptyset ενός δειγματικού χώρου Ω είναι $P(\emptyset) = 0$.
11. Για κάθε ενδεχόμενο A ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $0 < P(A) < 1$.
12. Αν τα δυνατά αποτελέσματα ενός πειράματος τύχης είναι ισοπίθανα, τότε ονομάζουμε πιθανότητα οποιουδήποτε ενδεχομένου A τον αριθμό: $P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)}$
13. Έστω A και B δύο ενδεχόμενα ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω . Το ενδεχόμενο $A-B$ πραγματοποιείται όταν πραγματοποιείται το B και δεν πραγματοποιείται το A .

14. Αν A το αδύνατο ενδεχόμενο ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω , τότε $A = \emptyset$.

15. Ασυμβίβαστα λέγονται δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω όταν η ένωσή τους είναι το κενό σύνολο.

16. Το συμπλήρωμα A' ενός οποιουδήποτε ενδεχομένου A ενός πειράματος τύχης με δειγματικό χώρο Ω είναι επίσης ενδεχόμενο αυτού του δειγματικού χώρου.

17. Για οποιαδήποτε ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B)$$

18. Για δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα A και A' ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει η σχέση:

$$P(A) + P(A') = 1$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ – ΔΙΑΤΑΞΗ – ΡΙΖΕΣ – ΑΠΟΛΥΤΑ

19. Δύο αντίθετοι αριθμοί έχουν ίσες απόλυτες τιμές.

20. Ισχύει $|-x| \geq x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

21. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει ότι: $\alpha < \beta \Leftrightarrow \alpha^2 < \beta^2$.

22. Ισχύει ότι: $\alpha^{k+\lambda} = \alpha^k \cdot \alpha^\lambda$

23. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $\sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha \cdot \beta}$.

24. Για οποιουδήποτε πραγματικούς αριθμούς α, β ισχύει $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$

25. Αν $\theta > 0$, τότε: $|x| = \theta \Leftrightarrow x = \theta$ ή $x = -\theta$.

26. Για κάθε πραγματικό αριθμό α , ισχύει $\sqrt{\alpha^2} = |\alpha|$.

27. Αν $\alpha > 0$, μ ακέραιος και ν θετικός ακέραιος τότε $\alpha^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{\alpha^\mu}$.

28. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ και για κάθε ν φυσικό ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha^\nu = \beta^\nu \Leftrightarrow \alpha = \beta$.

29. Ισχύει η συνεπαγωγή: $\alpha > \beta \Rightarrow \alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$, όπου $\gamma < 0$.

30. Ισχύει η ισότητα: Αν $\alpha, \beta \geq 0$ τότε $\sqrt[\nu]{\alpha} \cdot \sqrt[\nu]{\beta} = \sqrt[\nu]{\alpha \cdot \beta}$, $\nu \in \mathbb{N}$

31. Ισχύει η ισοδυναμία: $|x| = |\alpha| \Leftrightarrow x = \alpha$ ή $x = -\alpha$ όπου x, α οποιοδήποτε πραγματικοί αριθμοί.

- 32.** Για $x_0 \in \mathbb{R}$ και $\rho > 0$ ισχύει: $|x - x_0| < \rho \Leftrightarrow x \in (x_0 - \rho, x_0 + \rho)$
- 33.** Η απόσταση των αριθμών α και β δίνεται από τον τύπο: $d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$
- 34.** Ισχύει $a^0 = 1$ για κάθε $a \neq 0$
- 35.** Ισχύει $a^\mu \cdot a^\nu = a^{\mu+\nu}$ ($a \neq 0$ και $\mu, \nu \in \mathbb{N}$)
- 36.** Ισχύει $|a| < 0$ για κάθε a πραγματικό αριθμό.
- 37.** Ισχύει $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ όπου $a, b \in \mathbb{R}$
- 38.** Ισχύει $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$ για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$
- 39.** Ισχύει $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$ για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$
- 40.** Ισχύει ότι $|x| \geq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$ όπου θ θετικός αριθμός
- 41.** Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει: $|a|^2 = a^2$.
- 42.** Αν $a, b \geq 0$ ισχύει ότι: $\sqrt[n]{a + b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$
- 43.** Για κάθε αριθμό θ ισχύει: $|x| \leq \theta \Leftrightarrow -\theta \leq x \leq \theta$
- 44.** Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε ισχύει: $\beta \cdot \gamma < \alpha \cdot \gamma$ ($a, b, \gamma \in \mathbb{R}$)
- 45.** Αν $\theta > 0$ τότε ισχύει: $|x| > \theta \Leftrightarrow x > \theta$ και $x < -\theta$.
- 46.** Αν $a \geq 0$, $b \geq 0$ και $\nu, \mu \in \mathbb{N}^*$ τότε $\sqrt[\nu]{a} \cdot \sqrt[\mu]{b} = \sqrt[\nu \cdot \mu]{a \cdot b}$
- 47.** Για κάθε $a, b \geq 0$ ισχύει $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$.
- 48.** Ισχύει ότι: $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, με $a, b > 0$
- 49.** Για κάθε πραγματικό αριθμό a ισχύει: $|a| = |-a|$.
- 50.** Αν $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ με $\gamma < 0$ τότε ισχύει η ισοδυναμία: $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\gamma < \beta\gamma$.
- 51.** Αν $\alpha < \beta$ και $\beta < \gamma$ τότε $\alpha < \gamma$ ($a, b, \gamma \in \mathbb{R}$)
- 52.** Αν $\alpha + \beta > \beta + \gamma$ τότε: $\alpha > \gamma$ ($a, b, \gamma \in \mathbb{R}$)
- 53.** Αν $\alpha + \beta > \gamma + \delta$ τότε ισχύει πάντα: $\alpha > \gamma$ και $\beta > \delta$ ($a, b, \gamma, \delta \in \mathbb{R}$)
- 54.** $|a| = -|a|$ για κάθε $a \in \mathbb{R}$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο-4^ο

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ – ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

- 55.** Αν $\alpha\beta=0$ τότε $\alpha=0$ και $\beta=0$
- 56.** Η εξίσωση $x^v = \alpha$, με v περιττό και $\alpha \in \mathbb{R}$ έχει πάντοτε λύση.
- 57.** Αν η διακρίνουσα μιας εξίσωσης 2^{ου} βαθμού είναι $\Delta > 0$ η εξίσωση είναι αδύνατη
- 58.** Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ με $\alpha = 0$ και $\beta \neq 0$ είναι αδύνατη.
- 59.** Η εξίσωση $x^v = \alpha$, με $\alpha < 0$ και v περιττό φυσικό αριθμό, έχει ακριβώς μία λύση την $-\sqrt[v]{|\alpha|}$.
- 60.** Έστω Δ η διακρίνουσα του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$. Αν $\Delta < 0$ το τριώνυμο είναι ετερόσημο του α σε όλο το \mathbb{R} .
- 61.** Η εξίσωση $x^v = \alpha$, με $\alpha > 0$ και v άρτιο φυσικό, έχει ακριβώς δύο λύσεις, τις $\sqrt[v]{\alpha}$ και $-\sqrt[v]{\alpha}$.
- 62.** Αν $\Delta > 0$ και x_1, x_2 οι ρίζες του τριωνύμου $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$, $\alpha \neq 0$, τότε $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha (x+x_1)(x+x_2)$
- 63.** Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha \neq 0$ έχει μία διπλή ρίζα, τότε $\Delta = 0$
- 64.** Αν $\alpha > 0$, μ ακέραιος και v θετικός ακέραιος, τότε ορίζουμε: $\alpha^{\frac{\mu}{v}} = \sqrt[v]{\alpha^\mu}$
- 65.** Αν $\alpha=0$ και $\beta=0$, τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ είναι αδύνατη.
- 66.** Αν $\alpha > 0$ και $\Delta < 0$ τότε η ανίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma < 0$ αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
- 67.** Αν η διακρίνουσα $\Delta < 0$, η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ έχει δύο πραγματικές λύσεις.
- 68.** Το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$, είναι πάντα θετικό, όταν η διακρίνουσα του Δ είναι μικρότερη του μηδενός.
- 69.** Αν $\alpha \neq 0$ τότε η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ έχει ακριβώς μια λύση.
- 70.** Αν η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ έχει δύο άνισες πραγματικές ρίζες x_1, x_2 τότε ισχύει $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha (x + x_1)(x + x_2)$.
- 71.** Αν η εξίσωση $x^2 - Sx + P = 0$ έχει πραγματικές ρίζες, τότε το άθροισμά τους, είναι ίσο με τον αριθμό S και το γινόμενό τους, ίσο με τον αριθμό P .

- 72.** Αν η διακρίνουσα ενός τριωνύμου είναι μηδέν, τότε το τριώνυμο δεν έχει ρίζες.
- 73.** Αν για την διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0, a \neq 0$, ισχύει $\Delta < 0$ τότε η εξίσωση αυτή είναι αδύνατη στο \mathbb{R} .
- 74.** Αν $\Delta=0$ τότε η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$ ($a \neq 0$) έχει δύο ίσες ρίζες $x_1 = x_2 = -\frac{\beta}{a}$
- 75.** Αν x_1, x_2 οι πραγματικές ρίζες της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, τότε $x_1 + x_2 = -\frac{\beta}{a}$ και $x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a}$.
- 76.** Η εξίσωση με ρίζες $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ είναι η : $x^2 - Sx + P = 0$, όπου $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 \cdot x_2$.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο

ΠΡΟΟΔΟΙ

- 77.** Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $\beta = \frac{\alpha + \gamma}{2}$.
- 78.** Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε ισχύει : $\beta^2 = \alpha \cdot \gamma$.
- 79.** Αν τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου τότε ο β λέγεται πάντα γεωμετρικός μέσος των α, γ .
- 80.** Τρεις αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει $\alpha + \beta = \beta + \gamma$
- 81.** Τρεις μη μηδενικοί αριθμοί α, β, γ είναι διαδοχικοί όροι γεωμετρικής προόδου αν και μόνο αν ισχύει: $\alpha\beta = \beta\gamma$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο

ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

- 82.** Το σημείο $M(x,y)$ με $x < 0$ και $y < 0$ βρίσκεται στο 3^ο τεταρτημόριο.
- 83.** Η ευθεία $y = ax + \beta$, με $a > 0$ σχηματίζει αμβλεία γωνία με τον άξονα $x'x$.
- 84.** Ως συντελεστή διεύθυνσης ή ως κλίση μιας ευθείας ϵ , ορίζουμε την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ϵ με τον άξονα $x'x$.
- 85.** Αν $A(a,\beta)$ σημείο του επιπέδου, τότε το συμμετρικό του ως προς την αρχή των αξόνων είναι το σημείο $A'(\beta,a)$.
- 86.** Αν $M(x,y) \in C_f$ τότε $f(x) = y$.
- 87.** Αν $a > 0$, τότε η συνάρτηση $f(x) = ax + \beta$ είναι γνησίως φθίνουσα.
- 88.** Αν $a < 0$, τότε η συνάρτηση $f(x) = ax^2$ έχει μέγιστη τιμή το $f(0) = 0$.

B. ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΙΣΗΣ – ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗΣ ΚΕΝΩΝ

89. Το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$, $a \neq 0$, γίνεται :

- i) **Ετερόσημο του a** μόνο όταν $\Delta \dots \dots \dots$ και για τις τιμές του x που βρίσκονται $\dots \dots \dots$ των ριζών
- ii) **Μηδέν** όταν η τιμή του x είναι κάποια από τις $\dots \dots \dots$ του τριωνύμου
- iii) **Ομόσημο του a** σε κάθε άλλη $\dots \dots \dots$
- iv) **Θετικό** για κάθε $x \in \mathbb{R}$ όταν και μόνο όταν $a \dots \dots \dots$ και $\Delta \dots \dots \dots$
- v) **Αρνητικό** για κάθε $x \in \mathbb{R}$ όταν και μόνο όταν $a \dots \dots \dots$ και $\Delta \dots \dots \dots$
- vi) **Θετικό ή μηδέν** για κάθε $x \in \mathbb{R}$ όταν και μόνο όταν $a \dots \dots \dots$ και $\Delta \dots \dots \dots$
- vii) **Αρνητικό ή μηδέν** για κάθε $x \in \mathbb{R}$ όταν και μόνο όταν $a \dots \dots \dots$ και $\Delta \dots \dots \dots$

90. Η εξίσωση $a \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma = 0$, $a \neq 0$ με διακρίνουσα Δ έχει:

- 1) Δύο άνισες ρίζες, αν $\Delta \dots \dots$
- 2) Μία διπλή ρίζα, αν $\Delta \dots \dots$
- 3) Καμιά πραγματική ρίζα, αν $\Delta \dots \dots$

- 91.** Αν Δ η διακρίνουσα της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, $a \neq 0$ να γίνει η αντιστοίχιση ώστε να προκύπτουν αληθείς προτάσεις

Τιμή Διακρίνουσας	Πλήθος Λύσεων Εξίσωσης
1. $\Delta > 0$	A. Μία διπλή λύση
2. $\Delta = 0$	B. Καμία λύση
3. $\Delta < 0$	Γ. Δύο άνισες λύσεις

- 92.** Στη **στήλη Α** δίνεται το είδος της συμμετρίας και στη **στήλη Β** το συμμετρικό ενός σημείου $M(\alpha, \beta)$. Να αντιστοιχίσετε κάθε γράμμα της **στήλης Α** στο σωστό αριθμό της **στήλης Β**.

Στήλη Α	Στήλη Β
α. Ως προς τον άξονα $x'x$.	1. Α (β, α)
β. Ως προς τον άξονα $y'y$.	2. Β $(-\alpha, -\beta)$
γ. Ως προς την αρχή των αξόνων $O(0,0)$.	3. Γ $(\alpha, -\beta)$
δ. Ως προς την διχοτόμο της γωνίας xOy .	4. Δ $(-\alpha, \beta)$
	5. Ε (α, β)

- 93.** Να αντιστοιχίσετε τις πιθανότητες της στήλης Α με τους κατάλληλους τύπους της στήλης Β ώστε να προκύπτουν ισότητες.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $P(A \cup B)$	α) $1 - P(A)$
2. $P(A - B)$	β) $P(A) - P(A \cap B)$
3. $P(A')$	γ) $P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
	δ) $P(A \cap B) - P(A)$