

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ



Μέρος Α'

Κεφάλαιο 4^ο – **Περιγραφική Στατιστική**

Χρύσα Παπαγεωργίου
Μαθηματικός - Πληροφορικός

Βασικές έννοιες



Φύλλο εργασίας

Δραστηριότητα 1

Από μία έρευνα που έγινε μεταξύ των μαθητών ενός Γυμνασίου στη Βόρεια Ελλάδα σχετικά με τις ποδοσφαιρικές προτιμήσεις τους προέκυψαν τα εξής αποτελέσματα: Από τους **60 μαθητές** που απάντησαν στην έρευνα, **18** μαθητές προτιμούν τον **ΠΑΟΚ**, 6 την ΑΕΚ, 9 τον Ολυμπιακό, 12 τον Άρη Θεσσαλονίκης, 3 τον Παναθηναϊκό, 9 τον Ηρακλή και 3 τον ΟΦΗ.

- α) Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών αυτού του Γυμνασίου που προτιμούν τον Άρη, τον ΠΑΟΚ και ποιο το ποσοστό των μαθητών που προτιμούν τον Ηρακλή;
- β) Ποια είναι τα αντίστοιχα ποσοστά για τις υπόλοιπες ομάδες;
- γ) Είναι αξιόπιστα τα προηγούμενα αποτελέσματα, δηλαδή γενικεύονται για όλη την Ελλάδα;

Πληθυσμός - Δείγμα

Θέλουμε να εξετάσουμε τις ποδοσφαιρικές προτιμήσεις των μαθητών όλων των Γυμνασίων της Ελλάδας. Οι μαθητές αυτοί αποτελούν τον «πληθυσμό» της έρευνάς μας

Ένα σύνολο του οποίου τα στοιχεία μελετάμε ως προς κάποιο χαρακτηριστικό τους, λέγεται **πληθυσμός** (π.χ. οι μαθητές όλων των Γυμνασίων της Ελλάδας)

Το χαρακτηριστικό (π.χ. η ομάδα προτίμησης στο ποδόσφαιρο) ως προς το οποίο μελετάμε τα στοιχεία ενός πληθυσμού, ονομάζεται **μεταβλητή**

Επειδή στην Ελλάδα υπάρχουν περίπου 400.000 μαθητές Γυμνασίου, δεν θα μπορούσαμε φυσικά να τους ρωτήσουμε όλους. Στη δραστηριότητα είχαμε ένα **«δείγμα»** από 60 μαθητές, δηλαδή κάναμε μία **«δειγματοληψία»** (ή **«δημοσκόπηση»**). Το πλήθος των μαθητών που ρωτήσαμε (60 άτομα), αποτελεί το **«μέγεθος του δείγματος»**

Τα αποτελέσματα που βρήκαμε δεν μπορούν να γενικευθούν για όλο τον πληθυσμό, αφού το δείγμα ήταν μόνο από μία περιοχή της Ελλάδας και δεν είναι **«αντιπροσωπευτικό»** του πληθυσμού

Απογραφή και Δειγματοληψία

Η συγκέντρωση στατιστικών δεδομένων γίνεται με:

✓ **απογραφή**

Συγκεντρώνονται στοιχεία απ' όλα τα άτομα του πληθυσμού σε μία καθορισμένη ημερομηνία. Στη χώρα μας η απογραφή του πληθυσμού γίνεται κάθε 10 χρόνια από την ΕΛΣΤΑΤ (Ελληνική Στατιστική Αρχή)

<http://www.statistics.gr/el/statistics/-/publication/SAM03/2011>

✓ **διαρκή εγγραφή**

Γίνεται καθημερινά στα ληξιαρχεία στα οποία καταχωρούνται γεννήσεις, γάμοι κ.τ.λ., στα νοσοκομεία για ασθένειες κ.τ.λ.

✓ **δειγματοληψία** (κυρίως)

Συγκεντρώνουμε στοιχεία μόνο από ένα μέρος του πληθυσμού, που λέγεται δείγμα και προσπαθούμε να εξάγουμε συμπεράσματα για όλο τον πληθυσμό.

Η δειγματοληψία, σε σύγκριση με την απογραφή, έχει τα εξής κυρίως πλεονεκτήματα:

✓ **μικρό κόστος**

✓ **ταχύτητα συγκέντρωσης των πληροφοριών**

Μειονεκτήματα;

Εφαρμογή

Για να εκτιμήσουμε το αποτέλεσμα των ερχομένων βουλευτικών εκλογών, ρωτήσαμε **3.000** φοιτητές για το κόμμα που θα ψηφίσουν.

α) Ποιος είναι ο πληθυσμός και ποιο είναι το δείγμα;

β) Είναι το δείγμα αντιπροσωπευτικό;

γ) Οι φοιτητές προτίμησαν τα κόμματα Α, Β, Γ με ποσοστά 40%, 35% και 25% αντίστοιχα,

Να βρείτε πόσοι από αυτούς προτίμησαν το Α κόμμα, πόσοι το Β και πόσοι το Γ.

Για το κόμμα Α έχουμε:

100	40
3000	X;

$$X = \frac{40 \times 3000}{100} = 1200 \text{ φοιτητές}$$

Για το κόμμα Β έχουμε:

100	35
3000	X;

$$X = \frac{35 \times 3000}{100} = 1050 \text{ φοιτητές}$$

Για το κόμμα Γ έχουμε:

100	25
3000	X;

$$X = \frac{25 \times 3000}{100} = 750 \text{ φοιτητές}$$

Ερωτήσεις κατανόησης

Ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει απορρυπαντικά για να προωθήσει ένα νέο προϊόν, έκανε πρώτα μία έρευνα της ελληνικής αγοράς. Απευθύνθηκε σε μια εταιρεία δημοσκοπήσεων και ζήτησε να μάθει πόσες φορές οι ελληνίδες νοικοκυρές αγοράζουν απορρυπαντικό κάθε μήνα. Η εταιρεία δημοσκοπήσεων επέλεξε να ρωτήσει 2000 νοικοκυρές και έδωσε τα αποτελέσματα στον εργοστασιάρχη.

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ο πληθυσμός της έρευνας είναι:

- α) Όλοι οι Έλληνες πολίτες.
- β) 2000 νοικοκυρές.
- γ) Όλες οι Ελληνίδες νοικοκυρές.
- δ) Όλοι οι πελάτες των σούπερ-μάρκετ.

Η μεταβλητή της έρευνας είναι:

- α) Οι Ελληνίδες νοικοκυρές.
- β) Τα απορρυπαντικά που κυκλοφορούν στην Ελλάδα.
- γ) Το απορρυπαντικό που χρησιμοποιούν οι Ελληνίδες νοικοκυρές.
- δ) Πόσες φορές αγοράζουν απορρυπαντικό οι Ελληνίδες νοικοκυρές.

Το μέγεθος του δείγματος είναι:

- α) Περίπου 5.000.000 Ελληνίδες νοικοκυρές.
- β) Οι 2000 νοικοκυρές που ρωτήθηκαν.
- γ) Το πλήθος των απορρυπαντικών που αγοράζονται κάθε μήνα.
- δ) Όλες οι μάρκες απορρυπαντικών που κυκλοφορούν στην ελληνική αγορά.

**Ασκήσεις
για το σπίτι:
(σελ. 88)
3, 4, 5, 7**

Ερωτήσεις κατανόησης

Ένα εργοστάσιο που κατασκευάζει απορρυπαντικά για να προωθήσει ένα νέο προϊόν, έκανε πρώτα μία έρευνα της ελληνικής αγοράς. Απευθύνθηκε σε μια εταιρεία δημοσκοπήσεων και ζήτησε να μάθει πόσες φορές οι ελληνίδες νοικοκυρές αγοράζουν απορρυπαντικό κάθε μήνα. Η εταιρεία δημοσκοπήσεων επέλεξε να ρωτήσει 2000 νοικοκυρές και έδωσε τα αποτελέσματα στον εργοστασιάρχη.

Στις παρακάτω ερωτήσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Ο πληθυσμός της έρευνας είναι:

- α) Όλοι οι Έλληνες πολίτες.
- β) 2000 νοικοκυρές.
- γ) Όλες οι Ελληνίδες νοικοκυρές.
- δ) Όλοι οι πελάτες των σούπερ-μάρκετ.

Η μεταβλητή της έρευνας είναι:

- α) Οι Ελληνίδες νοικοκυρές.
- β) Τα απορρυπαντικά που κυκλοφορούν στην Ελλάδα.
- γ) Το απορρυπαντικό που χρησιμοποιούν οι Ελληνίδες νοικοκυρές.
- δ) Πόσες φορές αγοράζουν απορρυπαντικό οι Ελληνίδες νοικοκυρές.

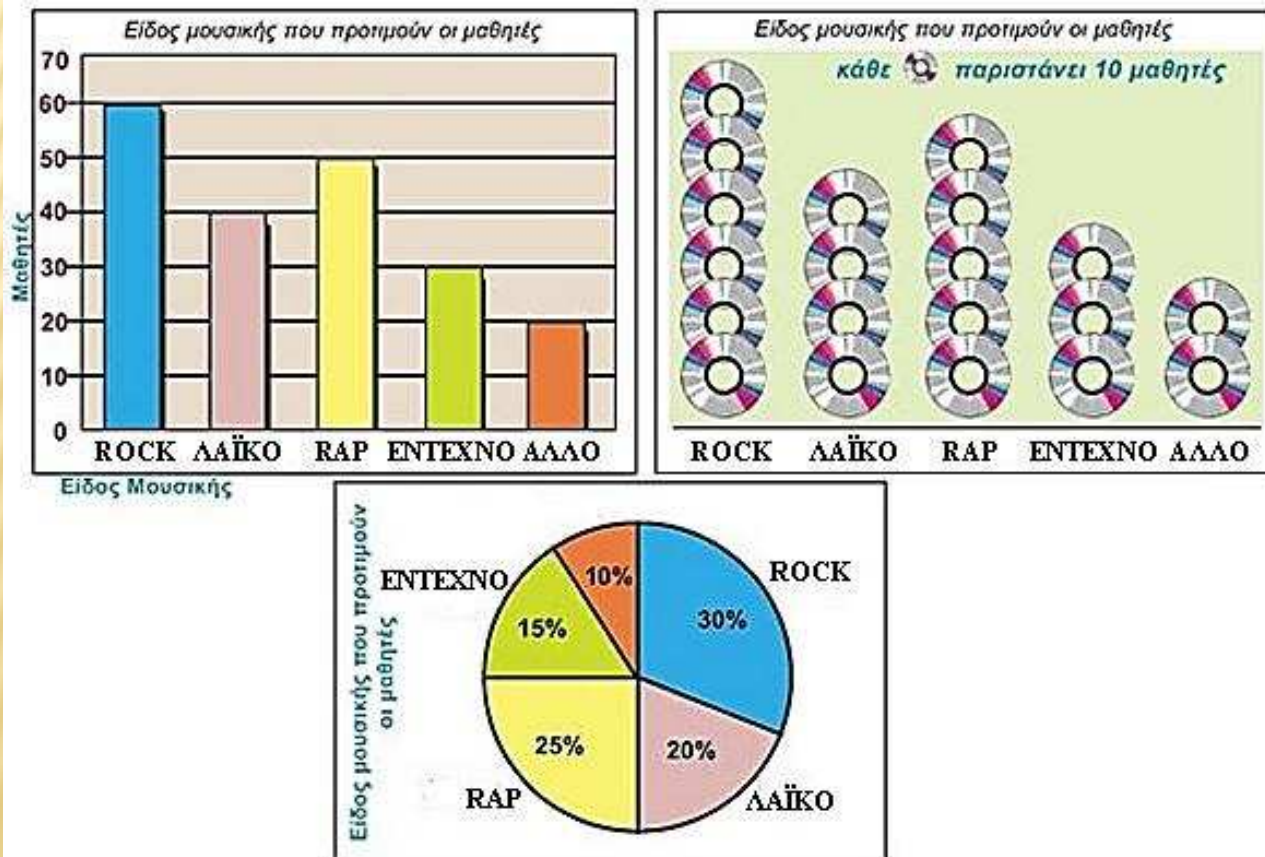
Το μέγεθος του δείγματος είναι:

- α) Περίπου 5.000.000 Ελληνίδες νοικοκυρές.
- β) Οι 2000 νοικοκυρές που ρωτήθηκαν.
- γ) Το πλήθος των απορρυπαντικών που αγοράζονται κάθε μήνα.
- δ) Όλες οι μάρκες απορρυπαντικών που κυκλοφορούν στην ελληνική αγορά.

**Ασκήσεις
για το σπίτι:
(σελ. 88)
3, 4, 5, 7**

Γραφικές Παραστάσεις

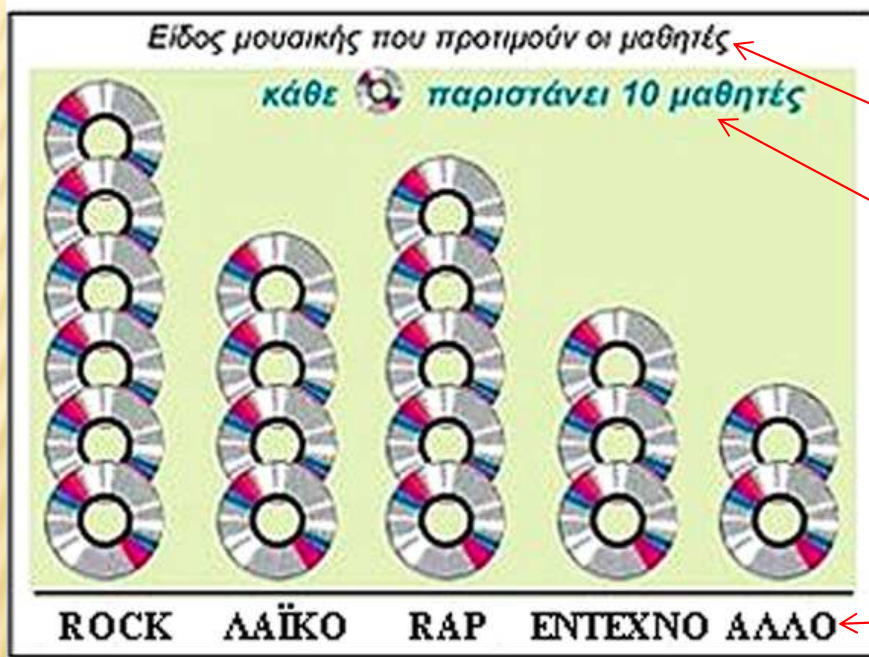
Μια δισκογραφική εταιρεία προσπαθεί να επεκτείνει τις πωλήσεις της σε εφήβους 14-16 χρονών. Προτού να επενδύσει σε είδη μουσικής που προτιμούν οι μαθητές, αποφασίζει να κάνει μία έρευνα ανάμεσα σε 200 μαθητές που επέλεξε τυχαία απ' όλη την Ελλάδα. Ο υπεύθυνος, που έκανε την έρευνα, παρουσίασε στο διευθυντή της εταιρείας τις παρακάτω τρεις γραφικές παραστάσεις (διαγράμματα).



α) Πόσοι μαθητές προτίμησαν κάθε είδος μουσικής;

β) Σε ποια είδη μουσικής προτείνετε να επενδύσει η εταιρεία;

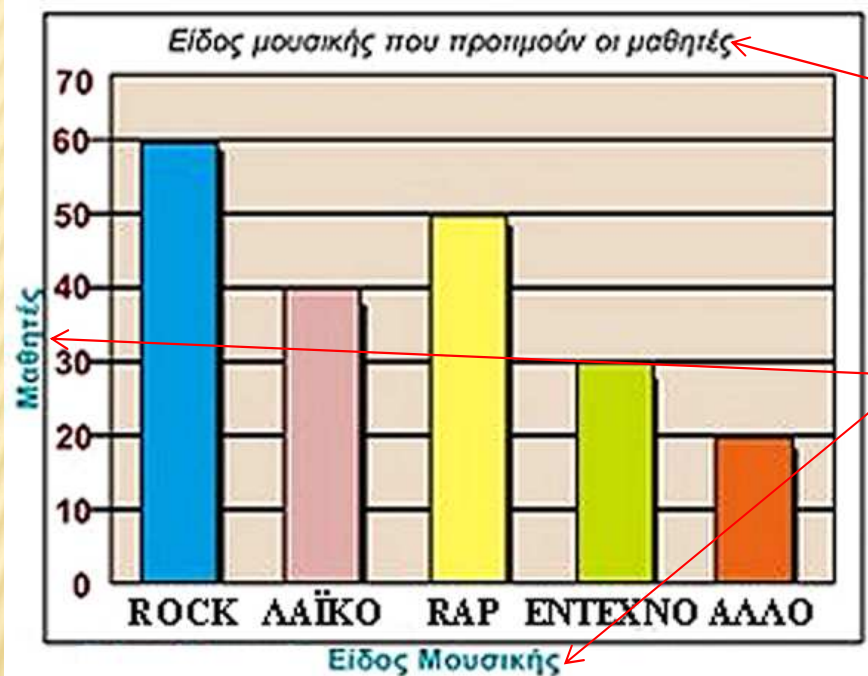
Εικονογράμματα



Στα **εικονογράμματα** χρησιμοποιούμε την εικόνα ενός αντικειμένου για να δείξουμε πόσες φορές αυτό παρουσιάζεται στην έρευνά μας.

Σ' ένα τέτοιο διάγραμμα, βέβαια, πρέπει να υπάρχει ο **τίτλος** που μας κατατοπίζει για το είδος και τη μεταβλητή της έρευνας, η **κλίμακα** που δείχνει τον αριθμό των αντικειμένων που παριστάνει η εικόνα (π.χ. στο διπλανό εικονόγραμμα, κάθε CD παριστάνει 10 μαθητές) καθώς και ο **τίτλος κάθε στήλης** (π.χ. ROCK, ΛΑΪΚΟ, RAP, ΕΝΤΕΧΝΟ, ΑΛΛΟ)

Ραβδογράμματα



Στα **ραβδογράμματα** χρησιμοποιούμε ορθογώνια για να δείξουμε το πλήθος των μαθητών που δήλωσαν ότι προτιμούν ένα συγκεκριμένο είδος μουσικής.

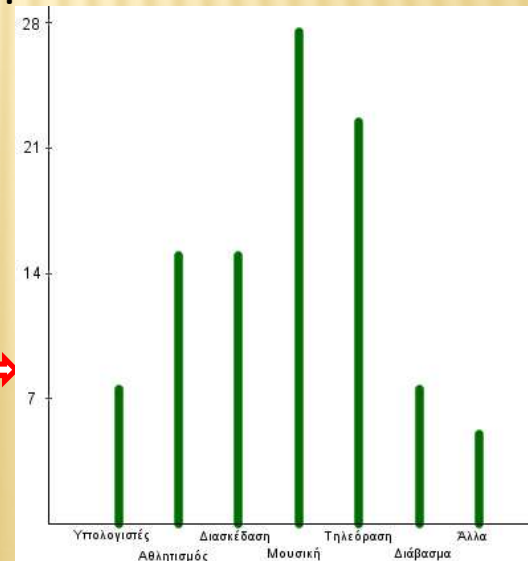
Πρέπει, βέβαια, να υπάρχουν ο **τίτλος** του που μας κατατοπίζει για το είδος της έρευνας και οι **τίτλοι των αξόνων**.

Αυτοί οι τίτλοι αξόνων μας δείχνουν ότι ο οριζόντιος άξονας παριστάνει τα είδη της μουσικής και ο κάθετος άξονας τον αριθμό των μαθητών.

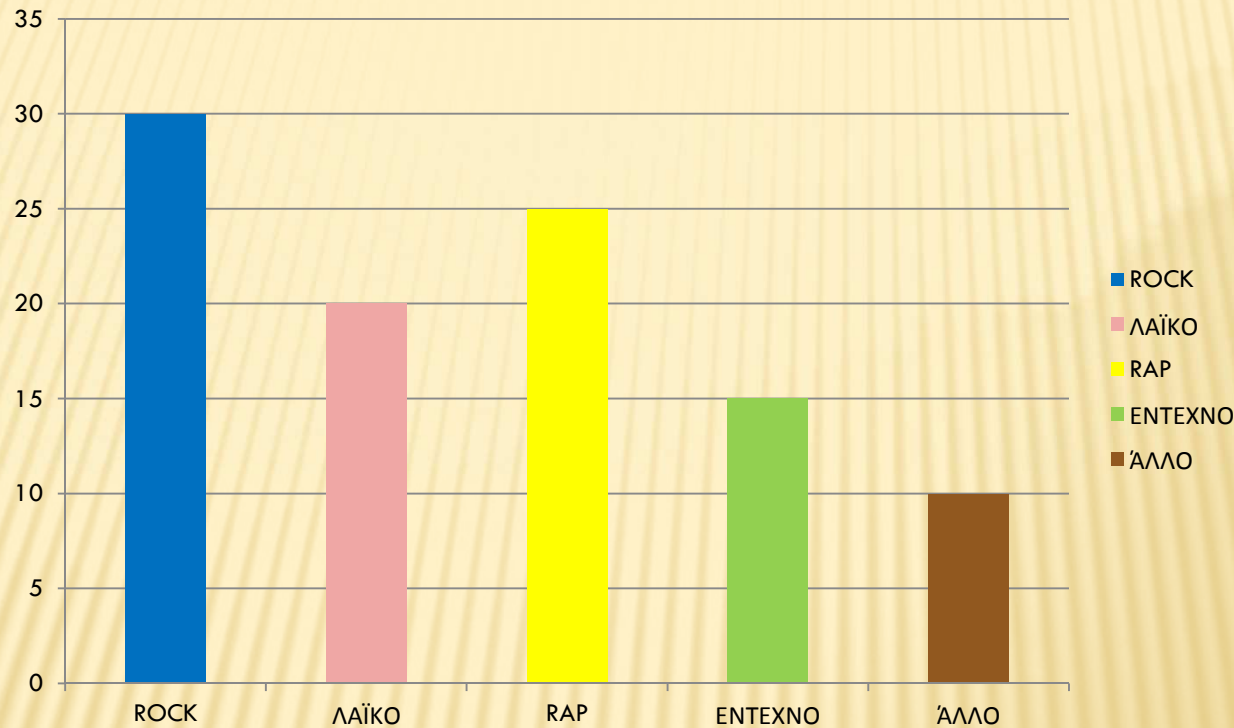
- ✓ Σχεδιάζονται εύκολα
- ✓ Είναι πιο ακριβή από τα εικονογράμματα

Τα ορθογώνια ενός ραβδογράμματος μπορεί να είναι τοποθετημένα και οριζόντια. →

Πολλές φορές αντί για ορθογώνια, σχεδιάζουμε απλές κάθετες γραμμές.



Ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων (%)



Για το ROCK έχουμε:

$$\frac{200}{100} = \frac{60}{X};$$

$$X = \frac{60 \times 100}{200} = 30\%$$

Για το ΛΑΪΚΟ έχουμε:

$$\frac{200}{100} = \frac{40}{X};$$

$$X = \frac{40 \times 100}{200} = 20\%$$

Για το RAP έχουμε:

$$\frac{200}{100} = \frac{50}{X};$$

$$X = \frac{50 \times 100}{200} = 25\%$$

Για το ΕΝΤΕΧΝΟ έχουμε:

$$\frac{200}{100} = \frac{30}{X};$$

$$X = \frac{30 \times 100}{200} = 15\%$$

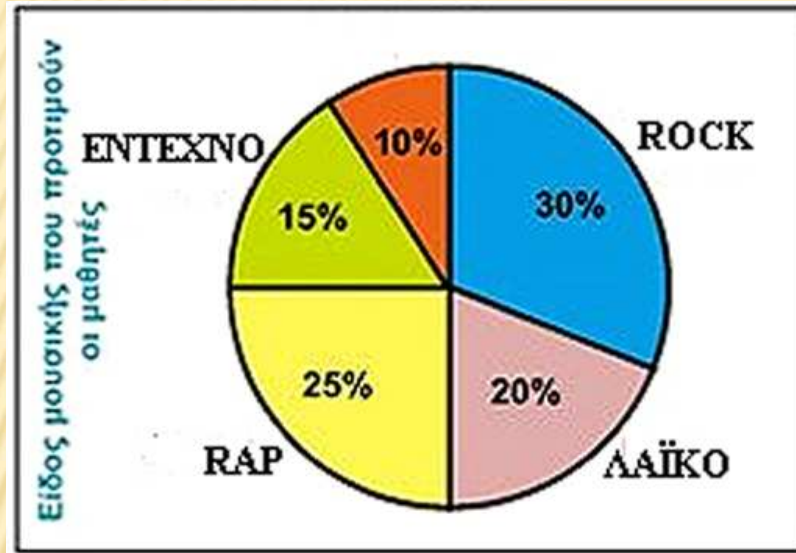
Για ΆΛΛΟ έχουμε:

$$\frac{200}{100} = \frac{20}{X};$$

$$X = \frac{20 \times 100}{200} = 10\%$$

$$30+20+25+15+10 = 100$$

Κυκλικά Διαγράμματα



Στα **κυκλικά διαγράμματα** μπορούμε να δούμε τι μέρος του δείγματος προτιμά κάθε είδος μουσικής.

Συγκεκριμένα, το δείγμα παριστάνεται με έναν κυκλικό δίσκο και οι τιμές της μεταβλητής με κυκλικούς τομείς διαφορετικού χρώματος.

Πώς, όμως, υπολογίζουμε τη γωνία κάθε κυκλικού τομέα;

Για το ROCK έχουμε: **Για το ΛΑΪΚΟ έχουμε:** **Για το RAP έχουμε:** **Για το ΕΝΤΕΧΝΟ έχουμε:** **Για ΆΛΛΟ έχουμε:**

100	30	100	20	100	25	100	15	100	10
360	X;	360	X;	360	X;	360	X;	360	X;

$$X = \frac{30 \times 360}{100} = 108^\circ$$

$$X = \frac{20 \times 360}{100} = 72^\circ$$

$$X = \frac{25 \times 360}{100} = 90^\circ$$

$$X = \frac{15 \times 360}{100} = 54^\circ$$

$$X = \frac{10 \times 360}{100} = 36^\circ$$

$$108+72+90+54+36 = 360^\circ$$

Χρονογράμματα



Έτος	Κέρδη (χιλ. €)
1998	120
1999	100
2000	150
2001	130
2002	170
2003	200
2004	180

Πίνακας 1

Τα **χρονογράμματα** είναι διαγράμματα, τα οποία χρησιμοποιούμε για να παραστήσουμε τη χρονική εξέλιξη ενός φαινομένου.

Για παράδειγμα, αν θέλουμε να παραστήσουμε τα κέρδη μιας εταιρείας (σε χιλιάδες €) κατά τα έτη 1998 - 2004 (πίνακας 1), μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε χρονογράμμα.

Ερώτηση κατανόησης (1)



Ρωτήσαμε μερικούς μαθητές ενός Γυμνασίου πόσες φορές πήγαν στον κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα.

Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



	A	B	Γ	Δ
1. Το πλήθος των μαθητών που ρωτήθηκαν ήταν:	8	5	25	100
2. Πόσοι μαθητές πήγαν 3 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	6	5	8	0
3. Πόσοι μαθητές πήγαν 5 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	3	0	8	5
4. Πόσοι μαθητές πήγαν τουλάχιστον 2 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	10	8	18	15
5. Πόσοι μαθητές πήγαν το πολύ 2 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	10	8	18	15
6. Οι μαθητές που δεν πήγαν ούτε μία φορά σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα αποτελούν ποσοστό:	3%	12%	10%	30%

Ερώτηση κατανόησης (1)



Ρωτήσαμε μερικούς μαθητές ενός Γυμνασίου πόσες φορές πήγαν στον κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στο διπλανό διάγραμμα.

Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



	A	B	Γ	Δ
1. Το πλήθος των μαθητών που ρωτήθηκαν ήταν:	8	5	25	100
2. Πόσοι μαθητές πήγαν 3 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	6	5	8	0
3. Πόσοι μαθητές πήγαν 5 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	3	0	8	5
4. Πόσοι μαθητές πήγαν τουλάχιστον 2 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	10	8	18	15
5. Πόσοι μαθητές πήγαν το πολύ 2 φορές σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα;	10	8	18	15
6. Οι μαθητές που δεν πήγαν ούτε μία φορά σε κινηματογράφο τον τελευταίο μήνα αποτελούν ποσοστό:	3%	12%	10%	30%

Ερώτηση κατανόησης (2)



Σε μία έρευνα ρωτήθηκαν **400** φίλαθλοι μιας πόλης ποια από τις τρεις ομάδες ποδοσφαίρου της πόλης τους είναι η καλύτερη. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα.

Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



	A	B	Γ	Δ
1. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «κίτρινης καταιγίδας»;	25%	90%	30%	50%
2. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «πράσινης λαίλαπας»;	35%	40%	90%	30%
3. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «κόκκινης θύελλας»;	160%	35%	80%	25%
4. Πόσα άτομα υποστηρίζουν την «κίτρινη καταιγίδα»;	90	200		
5. Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στην «κόκκινη θύελλα» είναι:	126°	150°		

Ασκήσεις για το σπίτι:
(σελ. 94)
4,6

Ερώτηση κατανόησης (2)



Σε μία έρευνα ρωτήθηκαν **400** φίλαθλοι μιας πόλης ποια από τις τρεις ομάδες ποδοσφαίρου της πόλης τους είναι η καλύτερη. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στο διπλανό κυκλικό διάγραμμα.

Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



	A	B	Γ	Δ
1. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «κίτρινης καταιγίδας»;	25%	90%	30%	50%
2. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «πράσινης λαίλαπας»;	35%	40%	90%	30%
3. Τι ποσοστό αποτελούν οι οπαδοί της «κόκκινης θύελλας»;	160%	35%	80%	25%
4. Πόσα άτομα υποστηρίζουν την «κίτρινη καταιγίδα»;	90	200		
5. Η επίκεντρη γωνία που αντιστοιχεί στην «κόκκινη θύελλα» είναι:	126°	150°		

Ασκήσεις για το σπίτι:
(σελ. 94)
4,6

Μέση Τιμή (1)



Ο Γιώργος έχει μια ταβέρνα σ' ένα μικρό νησί του Αιγαίου. Τα κέρδη του, σε €, για το προηγούμενο έτος ήταν ανά μήνα: 0, 0, 100, 400, 1000, 1500, 2500, 5000, 1500, 250, 50 και 0.

Ποιος είναι ο μέσος όρος ή η μέση τιμή των κερδών του Γιώργου;

Ο Γιώργος κέρδισε συνολικά $0 + 0 + 100 + 400 + 1000 + 1500 + 2500 + 5000 + 1500 + 250 + 50 + 0 = 12.300$ €.

Αν το ποσό αυτό μοιραστεί εξίσου σε όλους τους μήνες, θα κέρδιζε $\frac{12.300}{12} = 1025$ € κάθε μήνα.

Για να βρούμε τη μέση τιμή ενός συνόλου παρατηρήσεων, προσθέτουμε όλες τις παρατηρήσεις και διαιρούμε με το πλήθος των παρατηρήσεων αυτών.

$$\text{Μέση τιμή} = \frac{\text{άθροισμα των παρατηρήσεων}}{\text{πλήθος των παρατηρήσεων}}$$

Μέση Τιμή (2)



Μία ομάδα ποδοσφαίρου πέτυχε σε **15** αγώνες πρωταθλήματος τα εξής τέρματα:

0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4

1 4 3 5 2

Ο μέσος όρος των γκολ σε κάθε αγώνα είναι:

$$\frac{0+1+1+1+1+2+2+2+3+3+3+3+3+4+4}{15} = \frac{33}{15} = 2,2 \text{ τέρματα}$$

ή ευκολότερα:

$$\frac{1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 4}{15} = \frac{33}{15} = 2,2 \text{ τέρματα.}$$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΩΝ

ΤΕΡΜΑΤΑ (παρατήρηση)	ΑΓΩΝΕΣ (συχνότητα)	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ Χ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
0	1	0
1	4	4
2	3	6
3	5	15
4	2	8
ΑΘΡΟΙΣΜΑ	15	33
ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ:	2,2	

Για να βρούμε τη μέση τιμή ενός συνόλου παρατηρήσεων, πολλαπλασιάζουμε κάθε παρατήρηση με τη συχνότητά της, προσθέτουμε όλα τα γινόμενα και διαιρούμε με το άθροισμα των συχνοτήτων όλων των παρατηρήσεων.

Διάμεσος



Οι μηνιαίες αποδοχές 9 εργαζομένων μιας επιχείρησης είναι: 700, 600, 2900, 950, 700, 800, 700, 2100 και 900€.

- α) Να βρείτε τη μέση τιμή των αποδοχών των εργαζομένων.
β) Να βρείτε την τιμή που «προσεγγίζει» καλύτερα τις αποδοχές των περισσότερων εργαζομένων.

α) Η μέση τιμή των αποδοχών είναι:

$$\frac{700 + 600 + 2900 + 950 + 700 + 800 + 700 + 2100 + 900}{9} = \frac{10350}{9} = 1150 \text{ €}$$

β) Παρατηρούμε ότι οι περισσότεροι εργαζόμενοι (7 στους 9) έχουν αποδοχές μικρότερες (κάτω από 1000 €) από τη μέση τιμή που βρήκαμε (1150 €), ενώ **μόνο δύο έχουν μεγαλύτερες αποδοχές** (2100 και 2900 €). Αυτοί οι δύο μεγάλοι μισθοί φαίνεται ότι αυξάνουν τη μέση τιμή.

Τοποθετούμε κατά **αύξουσα** σειρά μεγέθους τις αποδοχές των 9 υπαλλήλων:



Παρατηρούμε ότι η τιμή 800 € βρίσκεται ακριβώς στη μέση, γιατί υπάρχουν 4 παρατηρήσεις μικρότερες ή ίσες του 800 και 4 παρατηρήσεις μεγαλύτερες ή ίσες του 800. Η μεσαία αυτή παρατήρηση **«προσεγγίζει» καλύτερα τις αποδοχές των περισσότερων εργαζομένων.**

Πως βρίσκουμε τη διάμεσο

Γράφουμε τις παρατηρήσεις με **αύξουσα** σειρά μεγέθους:

600 700 700 700 800 900 950 2100 2900

- ✓ Διαγράφουμε την πρώτη και την τελευταία παρατήρηση
- ✓ Μετά διαγράφουμε τη δεύτερη και την προτελευταία
- ✓ Συνεχίζουμε έτσι μέχρι να μείνει μόνο μία (μεσαία) παρατήρηση, που είναι η διάμεσος

~~600~~ ~~700~~ ~~700~~ ~~700~~ 800 ~~900~~ ~~950~~ ~~2100~~ ~~2900~~

Τι γίνεται, όμως, όταν μένουν δύο μεσαίες παρατηρήσεις;

~~600~~ ~~700~~ ~~700~~ ~~700~~ 800 900 ~~900~~ ~~950~~ ~~2100~~ ~~2900~~

Σ' αυτή την περίπτωση θα θεωρήσουμε ως διάμεσο τον αριθμό $\frac{800+900}{2} = 850$

- ✓ Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι **περιττό**, παίρνουμε ως διάμεσο τη **μεσαία** παρατήρηση
- ✓ Όταν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι **άρτιο**, παίρνουμε ως διάμεσο το **μέσο όρο των δύο μεσαίων** παρατηρήσεων

Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής

ΒΑΘΜΟΙ (κλάσεις)	ΜΑΘΗΤΕΣ (συχνότητες)
0-4	1
4-8	2
8-12	6
12-16	10
16-20	6
ΣΥΝΟΛΟ	25

Μετά το τέλος ενός διαγωνίσματος ο καθηγητής κατασκεύασε τον διπλανό πίνακα με τους βαθμούς των μαθητών της τάξης.

Πώς θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε το μέσο όρο των βαθμών;

Παρατήρηση: Μία τιμή που συμπίπτει με το άνω άκρο μιας κλάσης τοποθετείται κατά τη διαλογή στην αμέσως επόμενη κλάση. Για παράδειγμα, ο μαθητής με βαθμό 12 τοποθετείται στην τέταρτη κλάση (12-16)

Μπορούμε να υπολογίσουμε με ακρίβεια τη μέση τιμή των βαθμών;

Θα βρούμε μία τιμή που προσεγγίζει τη μέση τιμή, δηλαδή θα κάνουμε μια **εκτίμηση** της μέσης τιμής

Θεωρούμε ότι όλοι οι βαθμοί μιας κλάσης αντιπροσωπεύονται από το **κέντρο** της κλάσης, δηλαδή, υποθέτουμε ότι οι 6 μαθητές που έχουν πάρει βαθμούς από 8 μέχρι 12, έχουν όλοι τον ίδιο βαθμό, ίσο με το κέντρο της κλάσης, δηλαδή βαθμό $\frac{8+12}{2} = 10$

Με το ίδιο σκεπτικό βρίσκουμε τα κέντρα όλων των κλάσεων.

Μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής (2)

Έτσι, κατασκευάζουμε τον διπλανό πίνακα:

ΒΑΘΜΟΙ (κλάσεις)	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ	ΜΑΘΗΤΕΣ (συχνότητες)	ΚΕΝΤΡΟ ΚΛΑΣΗΣ Χ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
0-4	2	1	2
4-8	6	2	12
8-12	10	6	60
12-16	14	10	140
16-20	18	6	108
ΑΘΡΟΙΣΜΑ		25	322
ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ:			12,88

Επομένως, για να βρούμε τη μέση τιμή ομαδοποιημένης κατανομής:

1. Βρίσκουμε τα κέντρα των κλάσεων (προσθέτοντας τα δύο άκρα και διαιρώντας διά 2)
2. Πολλαπλασιάζουμε το κέντρο κάθε κλάσης με τη συχνότητα της κλάσης αυτής
3. Προσθέτουμε όλα τα γινόμενα
4. Διαιρούμε το άθροισμα αυτό με το άθροισμα των συχνοτήτων

Ερωτήσεις κατανόησης

1. Να κυκλώσετε τις σωστές απαντήσεις:

Το άθροισμα 50 παρατηρήσεων είναι 100. Η μέση τιμή είναι:

A: 500 B: 5 Γ: $\frac{1}{2}$ Δ: 2

2. Η μέση τιμή 100 παρατηρήσεων είναι 28,2. Το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι:

A: 2,82 B: 282 Γ: 2820 Δ: 0,282

3. Η μέση τιμή μιας κατανομής είναι 3 και το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι 60. Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι:

A: 5 B: 20 Γ: 180 Δ: $\frac{3}{60}$

4. Από τις παρακάτω παρατηρήσεις, που είναι τοποθετημένες σε αύξουσα σειρά μεγέθους, λείπει η 5η κατά σειρά παρατήρηση

2 3 5 7.....14 14 15

α) Αν η διάμεσος είναι 7, η παρατήρηση που λείπει είναι: A: 7 B: 8 Γ: 9 Δ: 10

β) Αν η διάμεσος είναι 8, η παρατήρηση που λείπει είναι: A: 7 B: 8 Γ: 9 Δ: 10

5. Δίνεται η κατανομή συχνοτήτων του διπλανού πίνακα. Η μέση τιμή είναι ίση με:

A: $\frac{10 + 20 + 30}{3}$ B: $\frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{3}$

Γ: $\frac{10 + 20 + 30}{9}$ Δ: $\frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{9}$

Τιμές	Συχνότητες
10	2
20	3
30	4

Ερωτήσεις κατανόησης

1. Να κυκλώσετε τις σωστές απαντήσεις:

Το άθροισμα 50 παρατηρήσεων είναι 100. Η μέση τιμή είναι:

A: 500

B: 5

Γ: $\frac{1}{2}$

Δ: 2

2. Η μέση τιμή 100 παρατηρήσεων είναι 28,2. Το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι:

A: 2,82

B: 282

Γ: 2820

Δ: 0,282

3. Η μέση τιμή μιας κατανομής είναι 3 και το άθροισμα των παρατηρήσεων είναι 60. Το πλήθος των παρατηρήσεων είναι:

A: 5

B: 20

Γ: 180

Δ: $\frac{3}{60}$

4. Από τις παρακάτω παρατηρήσεις, που είναι τοποθετημένες σε αύξουσα σειρά μεγέθους, λείπει η 5η κατά σειρά παρατήρηση

2 3 5 7.....14 14 15

α) Αν η διάμεσος είναι 7, η παρατήρηση που λείπει είναι: A: 7 B: 8 Γ: 9 Δ: 10

β) Αν η διάμεσος είναι 8, η παρατήρηση που λείπει είναι: A: 7 B: 8 Γ: 9 Δ: 10

5. Δίνεται η κατανομή συχνοτήτων του διπλανού πίνακα. Η μέση τιμή είναι ίση με:

A: $\frac{10 + 20 + 30}{3}$ B: $\frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{3}$

Γ: $\frac{10 + 20 + 30}{9}$ Δ: $\frac{10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 30 \cdot 4}{9}$

Τιμές	Συχνότητες
10	2
20	3
30	4

Κατασκευή πίνακα σχετικών συχνοτήτων (%)

Η θερμοκρασία το μεσημέρι κάθε ημέρας του Νοεμβρίου στη Θεσσαλονίκη ήταν:

10	14	12	16	10	14	18	16	12	14
16	12	10	10	12	14	14	16	12	14
18	14	10	14	16	10	18	12	16	14

	A	B	C	D	E
1	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	ΔΙΑΛΟΓΗ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (%)	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ Χ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
2	10				
3	12				
4	14				
5	16				
6	18				
7			30	100,0%	
8					
9	ΜΕΣΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ:			
10	ΔΙΑΜΕΣΟΣ:		$(15\eta+16\eta \text{ παρατήρηση})/2 = (\dots\dots+\dots\dots)/2 = \dots\dots$	

Κατασκευή πίνακα σχετικών συχνοτήτων (%)

Η θερμοκρασία το μεσημέρι κάθε ημέρας του Νοεμβρίου στη Θεσσαλονίκη ήταν:

10	14	12	16	10	14	18	16	12	14
16	12	10	10	12	14	14	16	12	14
18	14	10	14	16	10	18	12	16	14

	A	B	C	D	E
1	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ	ΔΙΑΛΟΓΗ	ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ	ΣΧΕΤΙΚΗ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ (%)	ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ Χ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ
2	10	ΗΗΓ	6	20,0%	60
3	12	ΗΗΓ	6	20,0%	72
4	14	ΗΗΗΗ	9	30,0%	126
5	16	ΗΗΓ	6	20,0%	96
6	18	ΗΗ	3	10,0%	54
7			30	100,0%	408
8					
9	ΜΕΣΗ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ:		= 408/30	13,6	
10	ΔΙΑΜΕΣΟΣ:		14	(15η+16η παρατήρηση)/2 = (14+14)/2 = 14	



Ασκήσεις για το σπίτι (σελ. 108-109)

2

Να βρείτε τη διάμεσο των παρατηρήσεων κάθε γραμμής:

α) 4 3 2 1 -1 -2

β) 2 2 4 2 3 3 1

γ) 100 101 99 98 101 102 103

δ) -5 -2 0 1 3 -4

4

Το ύψος των 12 παικτών της ομάδας μπάσκετ της ΑΕΚ είναι σε cm: 192, 197, 197, 198, 198, 200, 200, 201, 201, 204, 205, 206.

α) Να βρείτε το μέσο ύψος της ομάδας.

β) Να βρείτε τη διάμεσο των υψών της ομάδας.

γ) Αν ο παίκτης με ύψος 192 cm αντικατασταθεί από άλλον ύψους 200 cm, ποιο είναι το νέο μέσο ύψος της ομάδας;

8

Μια ένωση καταναλωτών κατέγραψε την τιμή πώλησης ενός προϊόντος (σε €) σε 20 διαφορετικά σημεία πώλησης:

50	47	51	45	54	49	46	52	48	50
51	49	52	49	47	50	54	52	49	53

α) i) Να τοποθετήσετε τα δεδομένα αυτά σε πίνακα συχνοτήτων.

ii) Να βρείτε τη μέση τιμή πώλησης M του προϊόντος.

β) i) Να ομαδοποιήσετε τα δεδομένα σε κλάσεις, όπως φαίνεται στον πίνακα:

ii) Να βρείτε τη μέση τιμή πώλησης M' των ομαδοποιημένων παρατηρήσεων του πίνακα αυτού.

iii) Ποια είναι η πραγματική μέση τιμή (M ή M');

Κλάσεις	Συχνότητες
45 – 47	
47 – 49	
...	
...	
...	