

**Β' Γυμνασίου, Μέρος Β', Κεφάλαιο 1,
Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων**

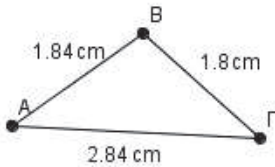
Μέρος Β' Κεφάλαιο 1ο Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων

Επαναληπτικές έννοιες: Τρίγωνα - Παραλληλόγραμμα - Τραπέζια

Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων



Κύρια στοιχεία τριγώνου



Κάθε τρίγωνο ΑΒΓ έχει τρεις κορυφές Α, Β, Γ, τρεις πλευρές ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ και τρεις γωνίες \hat{A} , \hat{B} , $\hat{\Gamma}$.

Τα ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ, εκτός από τις πλευρές, συμβολίζουν και τα μήκη των αντίστοιχων ευθυγράμμων τμημάτων.



Θυμηθείτε ότι κάθε τρίγωνο έχει:

3 γωνίες και 3 πλευρές. Κατόπιν αναγνωρίστε τα τρίγωνα σύμφωνα με τα κριτήρια κατάταξης των τριγώνων:

1ο κριτήριο:

Πλευρές κάθετες - όχι κάθετες (μία γωνία $> 90^\circ$ / όλες οι γωνίες $< 90^\circ$)

2ο κριτήριο:

Ισότητα πλευρών - ανισότητα πλευρών.



Συγκρίνοντας τις πλευρές ενός τριγώνου, μεταξύ τους, προκύπτουν τρία είδη τριγώνων: το **σκαληνό**, το **ισοσκελές** και το **ισόπλευρο**.



Ένα τρίγωνο, ανάλογα με το είδος των γωνιών του, διακρίνεται σε **οξυγώνιο**, **ορθογώνιο** και **αμβλυγώνιο**.

1. Δραστηριότητα

Εργαστείτε στο μικροπείραμα mp1.ggb και καταγράψτε τον τύπο του τριγώνου.

Τύπος τριγώνου	Τύπος τριγώνου	Τύπος τριγώνου



Για το σπίτι

1. Τοποθετήστε ένα "x" στην αντίστοιχη θέση
- | | Σωστό | Λάθος |
|---|-----------------------|-----------------------|
| α) Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει μια ορθή γωνία. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| β) Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει δύο αμβλείες γωνίες. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| γ) Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| δ) Το ισοσκελές τρίγωνο μπορεί να είναι και αμβλυγώνιο. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| ε) Το ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι και ισόπλευρο. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| στ) Το ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι και ισοσκελές. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| ζ) Το ισόπλευρο τρίγωνο είναι πάντα οξυγώνιο. | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| η) Ένα σκαληνό τρίγωνο δεν μπορεί να είναι ορθογώνιο | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
2. Σ' ένα τρίγωνο ΑΒΓ, με πλευρά ΒΓ = 4,4 cm, φέρτε τη διάμεσο ΑΜ. Μετά φέρτε τις διαμέσους ΑΚ και ΑΛ των τριγώνων ΑΒΜ και ΑΓΜ και βρείτε το μήκος των ΚΜ και ΑΓ.
3. Σχεδιάστε ένα ισόπλευρο τρίγωνο ΑΒΓ και τις διαμέσους του ΑΔ, ΒΕ και ΓΖ. Δικαιολογήστε γιατί οι διάμεσοι του ισόπλευρου είναι διχοτόμοι και ύψη του.
4. Σχεδιάστε ένα τρίγωνο ΑΒΓ.
- α) Βρείτε το μέσο Δ της πλευράς ΑΒ, το μέσο Ε της πλευράς ΒΓ και το μέσο Ζ της πλευράς ΓΑ.
- β) Σχεδιάστε τη διάμεσο ΑΕ του τριγώνου ΑΒΓ που τέμνει τη ΖΔ στο σημείο Μ. Συγκρίνετε με το διαβήτη τα τμήματα ΔΜ και ΜΖ. Τι παρατηρείτε;
5. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ.
- α) Φέρτε τις διαμέσους ΑΜ και ΒΝ και ονομάστε με το γράμμα Θ το σημείο στο οποίο τέμνονται.
- β) Μετά σχεδιάστε την ευθεία ΓΘ και ονομάστε με το γράμμα Ρ το σημείο στο οποίο η ευθεία ΓΘ τέμνει την πλευρά ΑΒ.
- γ) Συγκρίνετε με το διαβήτη τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΡ και ΒΡ. Τι παρατηρείτε;
6. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα με τα σχήματα των αντίστοιχων τριγώνων.

ΤΡΙΓΩΝΑ	Οξυγώνιο	Ορθογώνιο	Αμβλυγώνιο
Σκαληνό			
Ισοσκελές			
Ισόπλευρο			

Παραλληλόγραμμο - Ορθογώνιο - Τραπεζίο



Παραλληλόγραμμο λέγεται το τετράπλευρο ΑΒΓΔ που έχει τις απέναντι πλευρές του παράλληλες.



Κάθε πλευρά του παραλληλογράμμου μπορεί να θεωρηθεί και βάση.



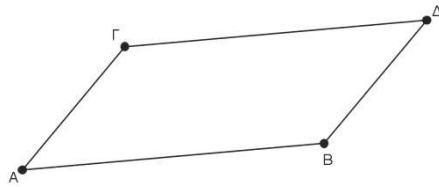
Ύψος λέγεται η απόσταση δύο απέναντι πλευρών του παραλληλογράμμου.



Ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ή απλά **ορθογώνιο** λέγεται ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές. Σε ορθογώνιο ΑΒΓΔ ισχύει $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta}$.



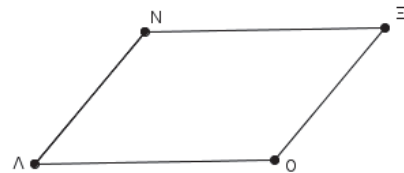
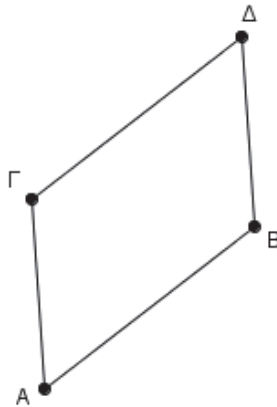
5. Δίνεται το ακόλουθο παραλληλόγραμμο:



Να προσδιορίσετε τις παράλληλες πλευρές του: |

6. Δίνονται τα ακόλουθα παραλληλόγραμμα

- α) Να σχεδιάσετε τα ύψη του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ που άγονται από την κορυφή Β.
- β) Να σχεδιάσετε τα ύψη του παραλληλογράμμου ΛΝΞΟ που άγονται από την κορυφή Λ.



Τι παρατηρείτε για τα ύψη στα παραπάνω σχήματα;

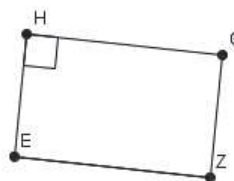
.....

.....

.....

.....

7. Μελετήστε το ακόλουθο σχήμα.

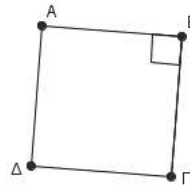


- α) Τι παρατηρείτε ως προς τις γωνίες του;
.....
- β) Να φέρετε τα ύψη του.



Ένα παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του ορθές και όλες τις πλευρές του ίσες λέγεται **τετράγωνο**. Σε τετράγωνο ΑΒΓΔ ισχύει:
 $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ και
 $AB = B\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta A$

8. Μελετήστε το ακόλουθο σχήμα.



α) Τι παρατηρείτε ως προς τις γωνίες του;

.....

β) Τι παρατηρείτε ως προς τις πλευρές του;

.....

γ) Να φέρετε τα ύψη του.



Τραπεζίο λέγεται το τετράπλευρο που έχει **μόνο** δύο πλευρές παράλληλες.



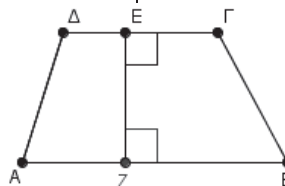
Βάσεις λέγονται οι παράλληλες πλευρές του τραπέζιου.



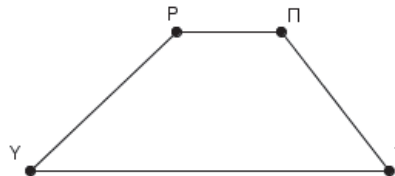
Ύψος λέγεται η απόσταση των βάσεων του.

9. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ να προσδιορίσετε:

Τις παράλληλες πλευρές	Τις βάσεις	Το ύψος	Μικρή βάση	Μεγάλη βάση



10. Στο τραπέζιο ΑΒΓΔ να φέρετε τα ύψη από το Π και από το Τ.



Ισοσκελές τραπέζιο λέγεται το τραπέζιο που έχει τις μη παράλληλες πλευρές του ίσες.

B. 1.1. Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας



Το εμβαδόν



Το εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

11. Έχετε δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα με κάθετες πλευρές 5 cm και ένα τετράγωνο πλευράς 5 cm.

α) Μπορείτε χρησιμοποιώντας τα τρία αυτά σχήματα να κατασκευάσετε:

- i) Ένα ορθογώνιο πλάτους 10 cm και ύψους 5 cm;
- ii) Ένα ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο, του οποίου οι κάθετες πλευρές είναι 10 cm;
- iii) Ένα ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις 5 cm και 15 cm;

β) Τι έκταση καταλαμβάνουν τα παραπάνω σχήματα στο επίπεδο, αν θεωρήσουμε ως μονάδα μέτρησης το τετραγωνάκι πλευράς 1 cm; (Βρείτε τα τρίγωνα και το τετράγωνο στο παράρτημα).

.....

.....

.....

.....

.....

12. Στον ορισμό αναφέρθηκε ότι: το εμβαδόν μιας επιφάνειας εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε. Ας πειραματιστούμε με το γράμμα Σ για να διαπιστώσουμε αν ισχύει η παραπάνω πρόταση. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γράμματος χρησιμοποιώντας ως μονάδα μέτρησης εμβαδού:

- α) β) γ)

α)

.....

β)

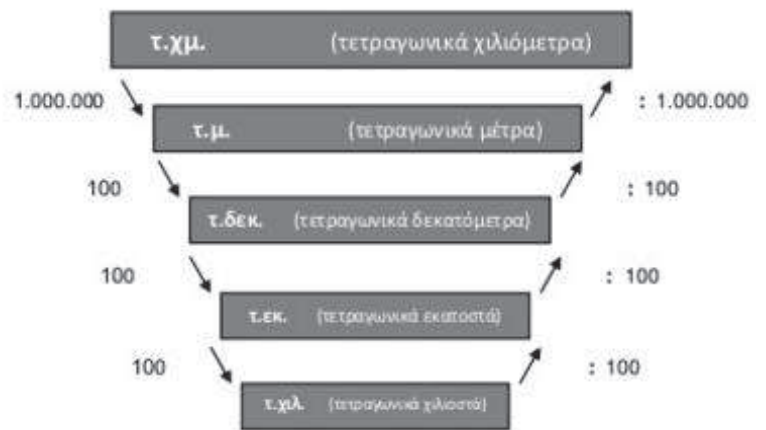
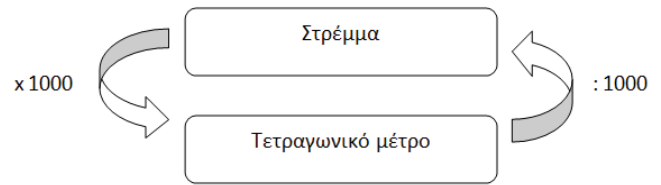
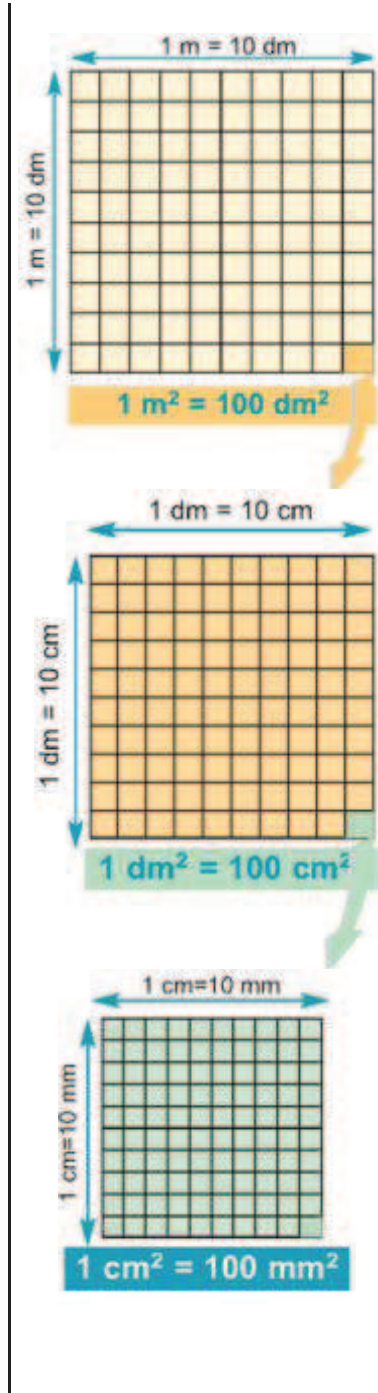
.....

γ)

.....

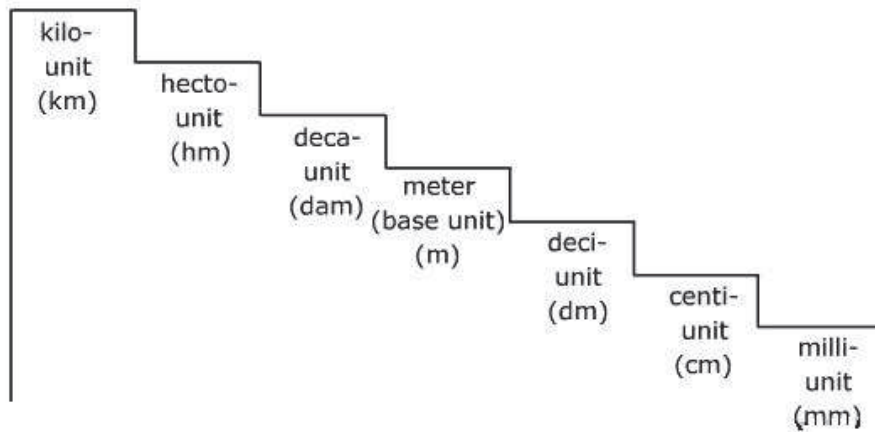
Β. 1.2. Μονάδες μέτρησης επιφανειών

~



<http://www.slideshare.net/xristosxampis/532-44931842>

Μία μέθοδος για να μετατρέπετε μονάδες μέτρησης είναι να έχετε στο νου σας μία σκάλα με την μεγαλύτερη μονάδα μέτρησης στην κορυφή και την μικρότερη στην αρχή της σκάλας.



King
Henry
Doesn't
Mind
Drinking
Cold
Milk

Να το θυμάστε!

- α) Προσδιορίστε το σκαλοπάτι πού βρίσκεται η μονάδα που θέλετε να μετατρέψετε.
- β) Ας υποθέσουμε ότι η μονάδα που θέλετε να μετατρέψετε είναι από τετραγωνικά μέτρα (m^2) σε τετραγωνικά χιλιόμετρα (km^2) και πιο συγκεκριμένα ότι θέλετε να μετατρέψετε $1500 m^2$ σε km^2 .
- γ) Μετρήστε τα βήματα για να φτάσετε στην νέα μονάδα. Στην περίπτωση μας είναι 3.
- δ) Μετακινήστε την υποδιαστολή τις διπλάσιες θέσεις όσες και τα βήματα που χρειάζεται να κάνετε προς τα πάνω ή προς τα κάτω. Στην περίπτωση μας θα μετακινήσουμε την υποδιαστολή έξι θέσεις αριστερά. Άρα τα $1500 m^2$ είναι $0,001500 km^2$.

13. Αν θέλατε να μετατρέψετε τα $150 m^2$ σε cm^2 ποια διαδικασία θα ακολουθούσατε;

.....

.....

.....

.....

.....

14. Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα.

m^2	dm^2	cm^2	mm^2
253			
	320		
		7122	
			12653

15. Να βάλετε σε αύξουσα σειρά τα παρακάτω εμβαδά:**α)** $3,7 \text{ dm}^2$, 7 cm^2 , $4,3 \text{ cm}^2$, $3,7 \text{ m}^2$.

.....

.....

β) 40 cm^2 , 42 mm^2 , 40 dm^2 , 3 m^2 .

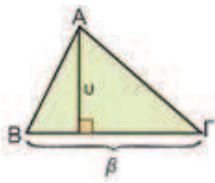
.....

.....

γ) 1453 mm^2 , $14,5 \text{ cm}^2$, $1,4 \text{ dm}^2$, $0,14 \text{ m}^2$.

.....

.....



$$E_{\text{τριγώνου}} = \frac{1}{2} \cdot \beta \cdot u$$



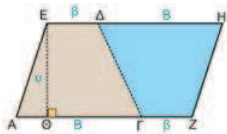
Το εμβαδόν ενός τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.



Το εμβαδόν ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.



Το εμβαδόν ενός τραπεζίου είναι ίσο με το γινόμενο του ημισαθροίσματος των βάσεών του με το ύψος του.



Γ. Εμβαδόν τριγώνου

18. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mp5.ggb](#). Πώς υπολογίζεται το εμβαδό του τριγώνου;

.....

.....

.....

.....

.....

19. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mp5.ggb](#). Ποιο είναι το εμβαδό του ορθογωνίου τριγώνου;

.....

.....

.....

.....

Δ. Εμβαδόν τραπεζίου

20. Εργαστείτε στο μικροπείραμα [mp6.ggb](#). Ποιο είναι το εμβαδό του τραπεζίου;

.....

.....

.....

.....

21. Να συμπληρώσετε τον ακόλουθο πίνακα:

Μήκος ορθογωνίου	Πλάτος ορθογωνίου	Περίμετρος ορθογωνίου	Εμβαδόν ορθογωνίου
12 m	10 m		
17 m		44m	
	9 m		45 m ²
33 m			330 m ²

22. Η αίθουσα Φυσικής στο σχολείο της Άννας αποφασίστηκε να στρωθεί με τετράγωνα πλακάκια που το καθένα έχει πλευρά 25 cm.

- α) Να βρείτε πόσα πλακάκια θα χρειαστούν, αν το δάπεδο της τάξης έχει διαστάσεις 12 m μήκος και 8 m πλάτος.
- β) Αν κάθε πλακάκι κοστίζει 0,5 €, πόσα χρήματα θα χρειαστούν για να στρωθεί η τάξη;

.....

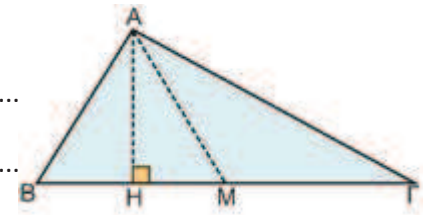
.....

.....

.....

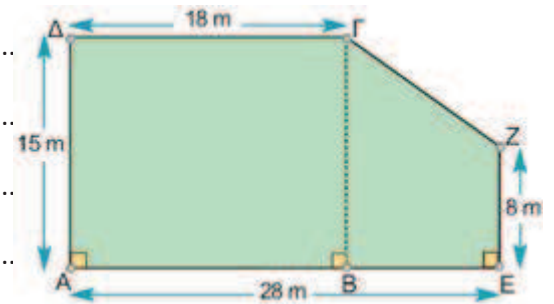
23. Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος φέρνουμε τη διάμεσο AM .

Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα MAB και $M\Lambda\Gamma$ έχουν το ίδιο εμβαδόν.



24. Ένα οικοπέδο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, πωλείται προς 3000 € το m^2 .

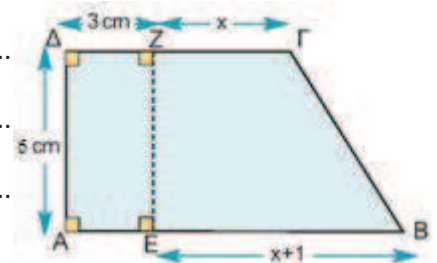
Ποια είναι η αξία του οικοπέδου;



25. Στο παρακάτω σχήμα:

α) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ ως συνάρτηση του x .

β) Αν το εμβαδόν του τραπεζίου $AB\Gamma\Delta$ είναι το τριπλάσιο από το εμβαδόν του ορθογωνίου $AEZ\Delta$, να υπολογίσετε το x .



Β. 1.4. Πυθαγόρειο θεώρημα



26. Παρακολουθήστε στο <http://aesop.iep.edu.gr/node/20435/5121> το βίντεο με τίτλο: *Πρόσωπα και επιστήμες – Πυθαγόρας και συζητήστε τα δύο ερωτήματα:*

α) Πώς θα αξιοποιηθεί η σκάλα;

.....

.....

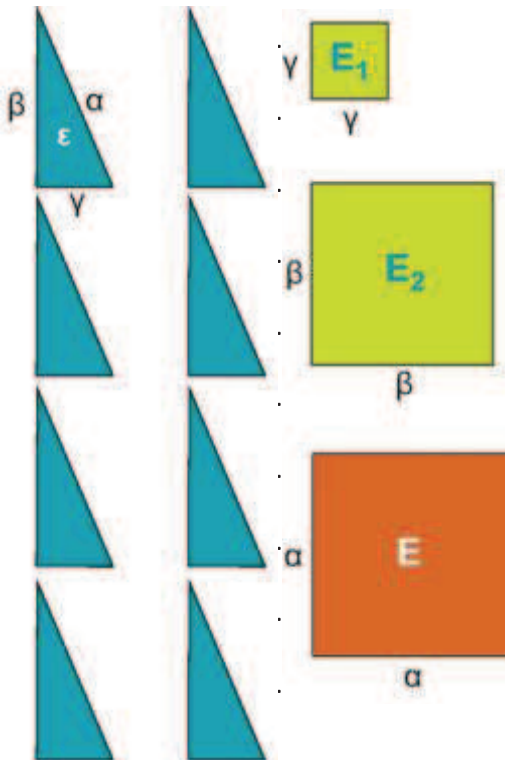
β) Πώς πιστεύετε ότι μπορεί να υπολογιστεί το μήκος της σκάλας;

.....

.....

27. Δίνονται 8 ίσα ορθογώνια τρίγωνα με κάθετες πλευρές β, γ και υποτείνουσα α και τρία τετράγωνα με πλευρές α, β, γ αντίστοιχα.

α) Να υπολογίσετε τα εμβαδά ϵ, E_1, E_2, E των παρακάτω τριγώνων και τετραγώνων.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

β) Εργαστείτε στο μικροπείραμα: mp7.ggb. Μπορείτε να κατασκευάσετε δύο τετράγωνα με πλευράς $\beta + \gamma$;

γ) Αν ναι ποια σχέση προκύπτει από την ισότητα των εμβαδών τους;

.....

.....

Η σχέση που συνδέει τις κάθετες πλευρές με την υποτείνουσα ενός τριγώνου, εκφράζει το Πυθαγόρειο θεώρημα:

Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

32. Μία διογκώσιμη κεκλιμένη ράμπα έχει μήκος 8 μέτρα και ύψος 6 μέτρα. Πόσα μέτρα είναι η επιφάνεια της ράμπας;



.....

.....

.....

.....

.....

33. Οι κατασκευαστές του μικρού πάρκου έχουν καταγράψει ότι αυτό έχει σχήμα ορθογωνίου τριγώνου. Να ελέγξετε αν είναι σωστό.

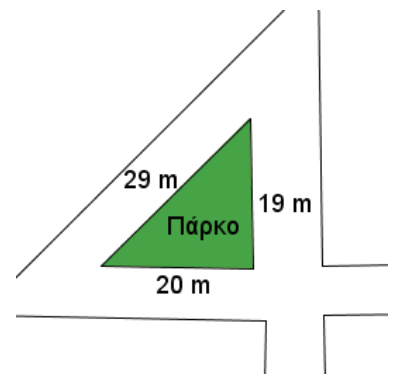
.....

.....

.....

.....

.....



34. Στο διπλανό σχήμα δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ πλευράς 12 cm. Το σημείο Μ είναι το μέσο της πλευράς ΑΒ και ΒΡ = 3 cm.

- α) Να υπολογίσετε τα $ΜΔ^2$, $ΜΡ^2$ και $ΔΡ^2$.
- β) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο ΜΡΔ είναι ορθογώνιο στο Μ.

.....

.....

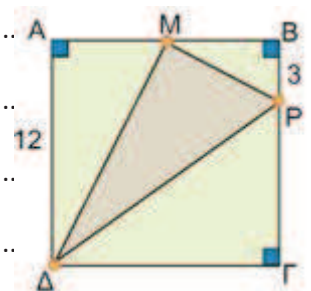
.....

.....

.....

.....

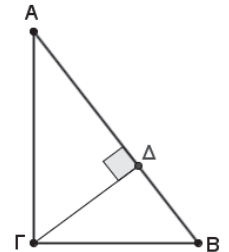
.....





35. Η πριγκίπισσα Φιόνα είναι κλειδωμένη στον πύργο. Έχετε αποφασίσει να την βοηθήσετε. Εάν α) το παράθυρο του πύργου είναι 40 μέτρα πάνω από το έδαφος, β) χρειάζεται να τοποθετήσετε τη σκάλα σας 9 μέτρα από την βάση του πύργου (λόγω της τάφρου), πόσα μέτρα θα πρέπει να είναι τουλάχιστον η σκάλα σας ώστε να φτάσει το παράθυρο;
 α) 38 μέτρα β) 40 μέτρα
 γ) 44 μέτρα δ) 41 μέτρα

36. Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο, το ΓΔ είναι ύψος. Να επιλέξετε τις σωστές προτάσεις
 α) $\Gamma\Delta^2 = \text{ΑΓ}^2 - \text{ΑΔ}^2$ β) $\text{ΑΒ}^2 = \text{ΑΓ}^2 - \text{ΒΓ}^2$
 γ) $\text{ΑΓ}^2 = \text{ΑΔ}^2 + \text{ΓΔ}^2$ δ) $\text{ΑΔ}^2 = \text{ΑΒ}^2 - \text{ΒΔ}^2$



37. Να εργαστείτε στο μικροπείραμα: mp9.ggb. Τι παρατηρείτε;

.....

.....

.....

.....

.....

38. Να αντιστοιχίσετε σωστά τις παρακάτω εκφράσεις

1. Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι:	α) Ορθή
2. Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι:	β) Αμβλεία
3. Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι μικρότερο από το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι:	γ) Οξεία

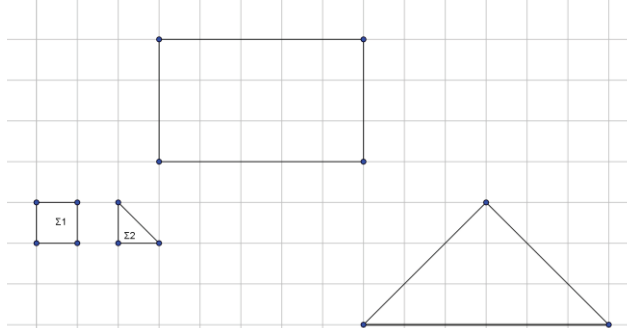
Απάντηση: 1, 2, 3

Ασκήσεις προς λύση Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας

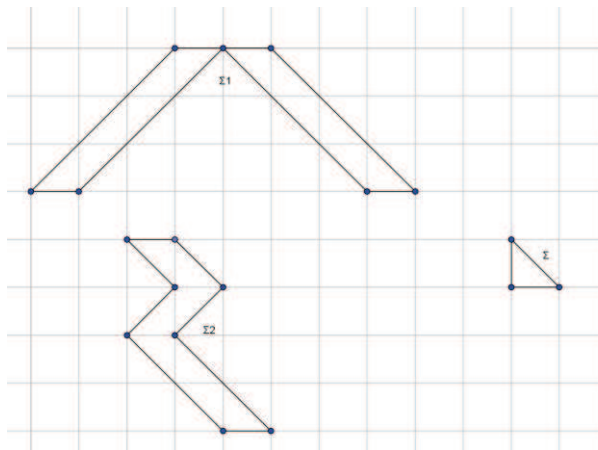
1.1. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των σχημάτων με μονάδα μέτρησης:

α) το σχήμα Σ1

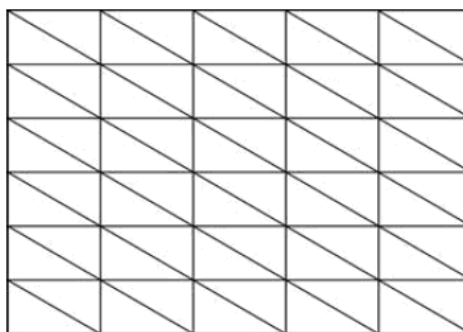
β) το σχήμα Σ2



1.2. Να υπολογίσετε τα εμβαδά των σχημάτων Σ1 και Σ2 με μονάδα μέτρησης το σχήμα Σ.



1.3. Η αυλή ενός σπιτιού έχει σχήμα ορθογωνίου και πρόκειται να στρωθεί με τριγωνικά πλακάκια, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

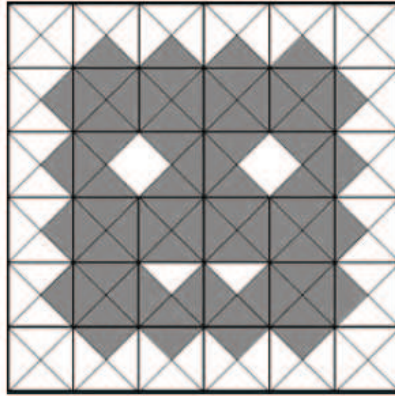


α) Πόσα πλακάκια θα χρειαστούν;

β) Ποιο είναι το εμβαδόν της αυλής με μονάδα μέτρησης το τριγωνικό πλακάκι;

γ) Ποιο θα ήταν το εμβαδόν της αυλής, αν χρησιμοποιούσαμε ως μονάδα μέτρησης ορθογώνια πλακάκια με πλευρές τις κάθετες πλευρές των παραπάνω τριγώνων;

1.4. Ποιο είναι το εμβαδόν του παρακάτω γραμμοσκιασμένου σχήματος;



α) με μονάδα μέτρησης το τρίγωνο ;

β) με μονάδα μέτρησης το τετράγωνο .

Εμβαδά Επίπεδων Σχημάτων

1.5. Αν η περίμετρος ενός τετραγώνου είναι 60 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

1.6. Τραπεζίο έχει εμβαδόν 99 cm^2 και ύψος 6 cm. Να βρείτε τα μήκη των βάσεων του αν η μια είναι 3cm μεγαλύτερη από την άλλη.

1.7. Τετράγωνο είναι ισοδύναμο με ρόμβο. Αν η περίμετρος του τετραγώνου είναι 64cm και η μια διαγώνιος του ρόμβου είναι 20 cm, να βρείτε το μήκος της άλλης διαγωνίου του ρόμβου.

1.8. Ορθογώνιο δάπεδο έχει διαστάσεις 3,25 m και 42,3 dm. Θέλουμε να καλύψουμε το ορθογώνιο δάπεδο με τετραγωνικά πλακάκια πλευράς 15cm.

α) Πόσα πλακάκια θα χρειαστούμε για να καλύψουμε το ορθογώνιο δάπεδο;

β) Το κάθε πλακάκι κοστίζει 0,7ευρώ. Πόσα θα μας κοστίσει η κάλυψη του δαπέδου;

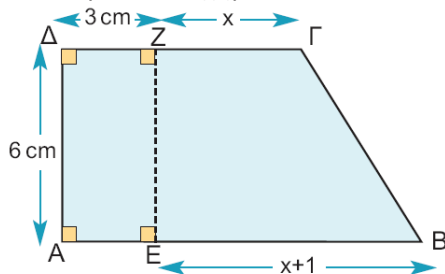
1.9. Ένα παραλληλόγραμμο έχει εμβαδόν 60 cm^2 και περίμετρο 24 cm. Αν η μία πλευρά του είναι 4 cm, να υπολογίσετε τα ύψη του.

1.10. Ένα χωράφι έχει σχήμα ορθογώνιο και το μήκος του είναι διπλάσιο από το πλάτος του.

α) Πόσα στέμματα είναι το εμβαδόν του αν γνωρίζουμε ότι η περιμέτρος του είναι 720m.

β) Πόσα χρήματα θα εισπράξει ο ιδιοκτήτης του αν το πουλήσει προς 540€ το στέμμα;

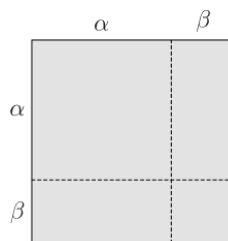
1.11. Στο παρακάτω σχήμα:



α) Να εκφράσετε το εμβαδόν του τραapeζίου ABGD ως συνάρτηση του x .

β) Αν το εμβαδόν του τραapeζίου ABGD είναι το τετραπλάσιο από το εμβαδόν του ορθογωνίου AEZD, να υπολογίσετε το x .

- 1.12.** Το σαλόνι σε ένα σπίτι είναι ορθογώνιο και έχει διαστάσεις 4,5 m και 3 m. Η ιδιοκτήτρια του σπιτιού έστρωσε δύο χαλιά στο σαλόνι, το ένα είχε σχήμα ορθογωνίου με διαστάσεις 2,5 m και 2 m και το δεύτερο σχήμα τετραγώνου με πλευρά 2m. Να υπολογίσετε το εμβαδόν της ακάλυπτης επιφάνειας.
- 1.13.** Η περίμετρος ενός παραλληλογράμμου είναι 40 cm, η πλευρά του 8 cm και το ύψος που αντιστοιχεί στην άλλη πλευρά είναι 3 cm. Το εμβαδόν ενός τραapeζίου είναι κατά 4 cm² μεγαλύτερο από το εμβαδόν του παραλληλογράμμου. Οι βάσεις του τραapeζίου είναι 4cm και 12cm.
α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του παραλληλογράμμου.
β) Να υπολογίσετε το ύψος του τραapeζίου.
- 1.14.** Δίνεται τετράγωνο ΑΒΓΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΑΒ προς το Β και παίρνουμε τμήμα ΒΕ=2ΑΒ. Να αποδείξετε ότι το τετράγωνο ΑΒΓΔ και το τρίγωνο ΒΓΕ έχουν το ίδιο εμβαδόν.
- 1.15.** Ο Κώστας έψαχνε οικόπεδο, για να κτίσει το σπίτι του. Πήγε στον κτηματομεσίτη, ο οποίος του πρότεινε δύο οικόπεδα, ίσης αξίας, στην ίδια περιοχή, για να διαλέξει το ένα. Το πρώτο είχε σχήμα ορθογώνιο με μήκος 32 m και πλάτος 28 m και το άλλο τετράγωνο με πλευρά 30 m. Ποιο από τα δυο διάλεξε ο Κώστας; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.
- 1.16.** Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) με ύψος 3 cm και μεγάλη βάση ΓΔ 14 cm. Το εμβαδόν του τραapeζίου είναι 30 cm².
α) Να υπολογίσετε το μήκος της βάσης ΑΒ.
β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΒΓΔ.
γ) Έστω Μ το μέσο της πλευράς ΒΓ. Να αποδείξετε ότι τα εμβαδά των τριγώνων ΒΔΜ και ΓΔΜ είναι ίσα.
δ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΓΔΜ.
- 1.17.** Πόσο τοις εκατό θα αυξηθεί το εμβαδόν ενός τετραγώνου αν αυξήσουμε τις πλευρές του κατά 15%;
- 1.18.** Δίνεται παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με ΓΔ = 18 cm και αντίστοιχο ύψος ΑΕ = 6 cm. Στην πλευρά ΑΒ θεωρούμε σημείο Ζ ώστε ΑΖ = 14 cm.
α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΕΖ.
β) Να υπολογίσετε το άθροισμα των εμβαδών του τριγώνου ΑΔΕ και του τραapeζίου ΕΓΒΖ.
γ) Αν δίνεται ότι ΔΕ = 5 cm, να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΔΕ και το εμβαδόν του τραapeζίου ΕΓΒΖ.
- 1.19.** Αποδείξτε την ισότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$ με δύο τρόπους:
α) Πολλαπλασιάζοντας τις παρενθέσεις $(\alpha + \beta)$ και $(\alpha + \beta)$
β) Χρησιμοποιώντας το παρακάτω σχήμα:



- 1.20.** Για να μην τσακώνονται δύο γείτονες που τα οικόπεδά τους συνόρευαν αποφάσισε ο ένας να περιφράξει το οικόπεδό του που έχει σχήμα τετραγώνου με πλευρά ίση με 50 m. Έβαλε ολόγυρα πασσάλους σε απόσταση 5 m τον ένα από τον άλλο.
α) Πόσους πασσάλους χρειάστηκε;
β) Αν ο κάθε πάσσαλος κοστίζει 10 €, πόσο του κόστισε η αγορά των πασσάλων;
γ) Το κάθε μέτρο περίφραξης κοστίζει 15 €. Πόσο κόστισε συνολικά η περίφραξη μαζί με τους πασσάλους;

1.21. Δίνεται τραπέζιο ΑΒΓΔ με $\hat{B} = \hat{\Gamma} = 90^\circ$ με μικρή βάση ΑΒ = 2 cm και μεγάλη βάση ΓΔ = 11 cm. Θεωρούμε σημεία Ζ και Ε στην πλευρά ΒΓ ώστε να είναι ΒΖ = 3 cm, ΖΕ = 4 cm και ΕΓ = 5 cm.

- α)** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραapeζίου ΑΒΓΔ.
β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραπλεύρου ΑΖΕΔ.

1.22. Δίνεται αμβλυγώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} > 90^\circ$) με ΑΒ = 4,8 cm, ΑΓ = 3 cm και ύψος ΒΖ = 4 cm.

- α)** Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
β) Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους ΓΕ.

Πυθαγόρειο Θεώρημα

1.23. Αν α, β, γ είναι οι τρεις πλευρές ενός τριγώνου με α την μεγαλύτερη πλευρά του. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα.

	Πλευρά α	Πλευρά β	Πλευρά γ	α^2	$\beta^2 + \gamma^2$	Είναι ορθογώνιο το τρίγωνο;
Τρίγωνο Α	10	8	6			
Τρίγωνο Β	7	6	5			
Τρίγωνο Γ	13	5	12			
Τρίγωνο Δ	12	11	4			

1.24. Έστω ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ με ΑΒ = ΑΓ = 5 cm και βάση ΒΓ = 6 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

1.25. Έστω ΑΒΓ ισόπλευρο τρίγωνο πλευράς 10 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

1.26. Η περίμετρος ενός ρόμβου είναι 20 cm και η μια διαγώνιος του 8 cm. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του.

1.27. Να βρείτε το εμβαδόν και την περίμετρο ορθογωνίου που έχει διαγώνιο 13 cm και πλάτος 5 cm.

1.28. Ορθογώνιο τρίγωνο έχει υποτείνουσα 10 cm και μια κάθετη πλευρά 8 cm. Να υπολογίσετε:

- α)** το μήκος της άλλης κάθετης πλευράς
β) το εμβαδόν του τριγώνου και το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα του.

1.29. Σε ένα ισοσκελές τραπέζιο η μεγάλη βάση του είναι 20 cm, οι δύο μη παράλληλες πλευρές είναι 5 cm και η περίμετρός του είναι 44 cm. Να υπολογίσετε:

- α)** το ύψος του τραapeζίου
β) το εμβαδόν του τραapeζίου.

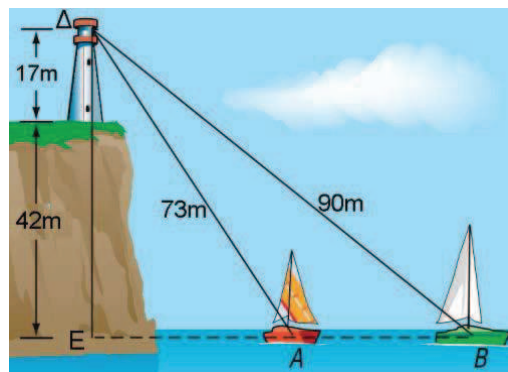
1.30. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ, όπου ΑΔ ύψος και έχουμε ότι ΑΒ = 17 cm, ΑΓ = 10 cm, ΓΔ = 6 cm. Να υπολογίσετε:

- α)** το μήκος της πλευράς ΒΓ.
β) την περίμετρο του τριγώνου ΑΒΓ.
γ) το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.

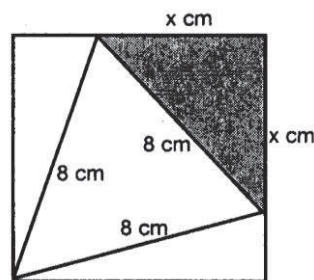
1.31. Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με εμβαδό 480 cm². Το ύψος ΑΔ του τριγώνου είναι 24 cm και το τμήμα ΔΓ είναι 12 cm. Να υπολογίσετε:

- α)** Το τμήμα ΒΔ.
β) Την πλευρά του ΑΒ.
γ) Το ύψος του ΓΜ.

- 1.32.** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με περίμετρο 22cm. Αν $AB = 2x + 1$, $A\Gamma = 15 - 2x$ και $B\Gamma = 4x - 10$.
- α)** Να υπολογίσετε το x .
- β)** Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- 1.33. α)** Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές που έχουν μήκη 3,4,5. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- β)** Διπλασιάστε τα μήκη των πλευρών του τριγώνου $AB\Gamma$. Να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- γ)** Έστω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με μήκη πλευρών α, β, γ . Το τρίγωνο με μήκη πλευρών $\lambda\alpha, \lambda\beta, \lambda\gamma$ (λ φυσικός αριθμός) είναι ορθογώνιο;
- 1.34.** Ένα ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχει εμβαδόν 19 cm^2 . Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τετραγώνου που έχει πλευρά την υποτείνουσα του τριγώνου.
- 1.35.** Να υπολογίσετε κατά προσέγγιση ακεραίου την απόσταση που έχουν μεταξύ τους οι δύο βάρκες του σχήματος που βρίσκονται στις θέσεις A και B .



- 1.36.** Ένα ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά 8cm είναι εγγεγραμμένο σε ένα τετράγωνο, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Ποιο το ηλίκο του εμβαδού του τριγώνου προς το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης περιοχής; (Από το ημερολόγιο της NCTM)



- 1.37.** Σ' ένα ρόμβο πλευράς 10cm το μήκος της μιας διαγωνίου του είναι 16cm. Να υπολογίσετε:
- α)** το μήκος της άλλης διαγωνίου του.
- β)** το εμβαδόν του ρόμβου.
- 1.38.** Δίνεται ορθογώνιο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$ και $\Gamma\Delta = 7 \text{ cm}$, $AB = 17 \text{ cm}$, $A\Gamma = 25 \text{ cm}$. Να υπολογίσετε:
- α)** το μήκος της πλευράς $B\Gamma$
- β)** την περίμετρο του τραpezίου
- γ)** το εμβαδόν του τραpezίου