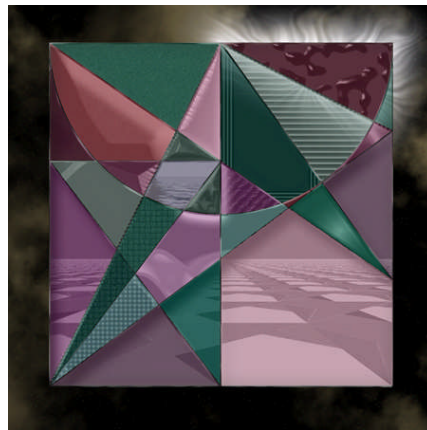


ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

2012

ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

- ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ
- ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
- ΘΕΜΑΤΑ ΑΠΟ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ



ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ

Βαγγέλης Νικολακάκης
Μαθηματικός

ΣΗΜΕΙΩΜΑ

Το παρόν φυλλάδιο φτιάχτηκε για να προσφέρει λίγη βοήθεια στους μαθητές της Β Γυμνασίου , για τις εξετάσεις Μαΐου - Ιουνίου 2012 ,αλλά και για τους αξιότιμους κ.κ. συναδέλφους που θέλουν να οργανώσουν τις επαναλήψεις τους...
Οι ενότητες αφορούν την διδακτέα και εξεταστέα ύλη 2011-2012

- Στην ενότητα 1 δίνεται η δυνατότητα για μια καλή επανάληψη θεωρίας με καλή μελέτη των ερωτήσεων και τις αντίστοιχες απαντήσεις.
- Στην ενότητα 2 δίνεται η δυνατότητα για εξάσκηση και αυτοέλεγχο στις ερωτήσεις δίνοντας τη δική σας απάντηση και ελέγχετε την ορθότητα της από το σχολικό βιβλίο ή από την ενότητα-1
- ❖ Στην ενότητα 3 δίνεται μια σειρά από επαναληπτικές ασκήσεις ,στο πνεύμα των εξετάσεων.
- ❖ Στην ενότητα 4 δίνονται θέματα από εξετάσεις σχολείων για θεωρία-ασκήσεις
- ❖ Στην ενότητα 5 δίνονται 3 διαγωνίσματα με θέματα από εξετάσεις σχολείων για να αυτοαξιολογηθείτε λίγο πριν τις εξετάσεις...

καλη επιτυχία

ΠΗΓΕΣ

- ❖ ΘΕΜΑΤΟΓΡΑΦΙΑ-ΑΡΧΕΙΟ (Βαγγέλη Α Νικολακάκη)
- ❖ Σχολικό Βιβλίο
- ❖ Αρχείο ασκήσεων κ. Μανωλόπουλου
- ❖ Αρχείο ασκήσεων κ. Βασιλά Νικολάου

Υ.Γ.

Κάθε κριτική , σχόλιο , παρατήρηση ή διόρθωση είναι ευπρόσδεκτη.

Με εκτίμηση

Βαγγέλης Α Νικολακάκης

vaggelisnikolakakis@hotmail.com



1

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ... με απάντηση

ΑΛΓΕΒΡΑ

Κεφάλαιο 1^ο Εξισώσεις - Ανισώσεις

1. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση;

- ♦ Ονομάζεται Αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών.
- ♦ Ονομάζεται αλγεβρική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις μεταξύ αριθμών και μεταβλητών.

2. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων όρων της;

- ♦ Ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης τους προσθετέους της.
- ♦ Ονομάζουμε αναγωγή ομοίων όρων τη διαδικασία με την οποία γράφουμε σε απλούστερη μορφή μια αλγεβρική παράσταση.

3. Ποιες είναι οι οι τρεις πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β .

Οι τρεις πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β είναι:

$$\alpha = \beta, \alpha < \beta, \alpha > \beta$$

4. Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;

- ♦ Αν και στα δύο μέλη μιας ισότητας προσθέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα.
Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha + \gamma = \beta + \gamma$
- ♦ Αν από τα δυο μέλη μιας ισότητας αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι ισότητα.
Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha - \gamma = \beta - \gamma$
- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα. Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha = \beta \text{ τότε } \alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$
- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει και πάλι μια ισότητα.
Δηλαδή: $\text{Αν } \alpha = \beta \text{ και } \gamma \neq 0 \text{ τότε } \alpha : \gamma = \beta : \gamma$

5. Τι ονομάζουμε:

- εξίσωση;**
 - πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;**
 - γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;**
 - λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης;**
 - επίλυση μιας εξίσωσης;**
- i. Ονομάζουμε εξίσωση μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή).

- ii. Ονομάζουμε πρώτο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται αριστερά του ίσον και δεύτερο μέλος της εξίσωσης το μέρος της που βρίσκεται δεξιά του ίσον.
- iii. Ονομάζουμε γνωστούς όρους μιας εξίσωσης τους όρους που δεν περιέχουν τον άγνωστο και άγνωστους όρους αυτούς που τον περιέχουν.
- iv. Ονομάζουμε λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης την τιμή του αγνώστου που επαληθεύει την εξίσωση.
- v. Ονομάζουμε επίλυση μιας εξίσωσης την διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.

12. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη(ή ταυτότητα);

- ♦ Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι

$$0 \cdot x = \beta \quad (\beta \neq 0)$$

- ♦ Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (ή ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0 \cdot x = 0$$

13. Τι εννοούμε όταν γράφουμε $a \leq b$, και πως το διαβάζουμε;

Γράφουμε $a \leq b$, όταν $a = b$ ή $a < b$ και διαβάζουμε « το a είναι μικρότερο ή ίσο του b »

14. Τι συμπέρασμα βγάξετε αν σας πουν ότι ισχύουν συγχρόνως οι σχέσεις:

$$a \leq b \text{ και } a \geq b$$

$$\text{Αν } a \leq b, \text{ και } a \geq b \text{ τότε } a = b$$

15. Να διατυπώσετε τις ιδιότητες των ανισοτήτων

- ♦ Αν και στα δύο μέλη μιας ανισότητας προσθέσουμε ή αφαιρέσουμε τον ίδιο αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } a < b \text{ τότε } a + \gamma < b + \gamma \text{ και } a - \gamma < b - \gamma$$

- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο θετικό αριθμό προκύπτει ανισότητα ίδιας φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } a < b \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } a \cdot \gamma < b \cdot \gamma$$

$$\text{Αν } a < b \text{ και } \gamma > 0 \text{ τότε } a : \gamma < b : \gamma$$

- ♦ Αν και τα δύο μέλη μιας ανισότητας τα πολλαπλασιάσουμε ή τα διαιρέσουμε με τον ίδιο αρνητικό αριθμό προκύπτει ανισότητα αντίθετης φοράς με την αρχική. Δηλαδή:

$$\text{Αν } a < b \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } a \cdot \gamma > b \cdot \gamma$$

$$\text{Αν } a < b \text{ και } \gamma < 0 \text{ τότε } a : \gamma > b : \gamma$$

10. Τι ονομάζουμε ανίσωση και τι λύσεις της ανίσωσης ;

- ♦ Ονομάζουμε ανίσωση μια ανισότητα που περιέχει μια μεταβλητή και επαληθεύετε για ένα σύνολο τιμών της μεταβλητής αυτής.
- ♦ Ονομάζουμε λύσεις της ανίσωσης τις τιμές της μεταβλητής που επαληθεύουν την ανίσωση.

Κεφάλαιο 2^ο Πραγματικοί αριθμοί

11. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;

Ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και συμβολίζεται \sqrt{a} ένας θετικός αριθμός x που όταν υψωθεί στο τετράγωνο μας δίνει τον αριθμό a . Δηλαδή:

Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$ τότε $x \geq 0$ και $x^2 = a$

Οι ιδιότητες της ρίζας είναι:

i. $\sqrt{0} = 0$

ii. $\sqrt{a^2} = a \quad (a \geq 0)$

iii. $\sqrt{a \cdot \beta} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{\beta} \quad (a, \beta \geq 0)$

iv. $\sqrt{\frac{a}{\beta}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{\beta}} \quad (a \geq 0, \beta > 0)$

v. $\sqrt{a^2} = |a| \quad (a \geq 0)$

12. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί;

- ♦ Ονομάζονται **ρητοί** οι αριθμοί της μορφής $\frac{\mu}{\nu}$, όπου μ, ν ακέραιοι και $\nu \neq 0$.
- ♦ Ονομάζονται **άρρητοι** οι αριθμοί που δεν είναι ρητοί.
- ♦ Ονομάζονται **πραγματικοί** οι ρητοί και οι άρρητοι μαζί.

13. Πότε μια ευθεία ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών;

Ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών μια ευθεία σε κάθε σημείο της οποίας αντιστοιχεί ένας πραγματικός αριθμός και σε κάθε πραγματικό αριθμό αντιστοιχεί ένα σημείο της ευθείας.

Κεφάλαιο 3^ο Συναρτήσεις

14. Τι ονομάζεται συνάρτηση και τη πίνακας τιμών της;

- ♦ Ονομάζεται συνάρτηση μια σχέση δύο μεταβλητών x, y τέτοια ώστε **κάθε τιμή της μεταβλητής x να αντιστοιχίζεται σε μια μόνο τιμή της μεταβλητής y .**
- ♦ Ονομάζεται **πίνακας τιμών μιας συνάρτησης** ο πίνακας που περιέχει ζεύγη αντιστοιχών τιμών των μεταβλητών της.

15. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;

- ♦ Ονομάζεται **ορθοκανονικό σύστημα αξόνων** (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) ένα σύστημα από δύο κάθετους άξονες με κοινή αρχή στους οποίους οι μονάδες έχουν το ίδιο μήκος.

- ♦ Ονομάζονται *συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη)* σημείου ένα μοναδικό για κάθε σημείο ζευγάρι αριθμών (α, β) που αντιστοιχίζεται στο σημείο και μας επιτρέπει να προσδιορίσουμε την θέση του στο επίπεδο που είναι εφοδιασμένο με ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων. Το α ονομάζεται *τετμημένη* και το β *τεταγμένη* του σημείου.

16. Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια;

Τεταρτημόρια ονομάζουμε τις 4 *ορθές γωνίες* που ένα ορθοκανονικό σύστημα αξόνων χωρίζει το επίπεδο.

17. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;

Έστω ότι έχουμε μία συνάρτηση με την οποία ένα μέγεθος y εκφράζεται ως συνάρτηση ενός άλλου μεγέθους x . Ονομάζουμε *γραφική παράσταση* της συνάρτησης αυτής σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου με συντεταγμένες (x, y) .

18. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων $x'x$ και $y'y$ σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;

Τα σημεία του $x'x$ έχουν τεταγμένη μηδέν και τα σημεία του $y'y$ έχουν τετμημένη μηδέν.

19. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται *ανάλογα*, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

20. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ και από που διέρχεται;

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι μία ευθεία που διέρχεται την αρχή O των αξόνων.

21. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = ax$ ή πιο απλά η ευθεία $y = ax$;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = ax$ ή πιο απλά η ευθεία $y = ax$ εννοούμε την ευθεία που είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$.

22. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα $x'x$;

Ο άξονας $x'x$ είναι η ευθεία με εξίσωση $y = 0x$, δηλαδή $y = 0$.

23. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax$;

Ονομάζεται *κλίση της ευθείας* $y = ax$ ο σταθερός λόγος $\frac{y}{x} = a$ με $x \neq 0$.

24. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ και από που διέρχεται;

Η γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, $\beta \neq 0$ είναι μια ευθεία παράλληλη της ευθείας με εξίσωση $y = ax$, που διέρχεται από το σημείο $(0, \beta)$ του άξονα $y'y$.

25. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y=ax+\beta$ ή απλούστερα η ευθεία $y=ax+\beta$;

Όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = ax + \beta$ ή πιο απλά η ευθεία $y = ax + \beta$ εννοούμε την ευθεία που είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$.

26. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax + \beta$;

Ονομάζεται *κλίση της ευθείας* $y = ax + \beta$ ο αριθμός a .

27. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $ax + by + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$;

Μια εξίσωση της μορφής $ax + by + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία.

28. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής

i. $ax + by = \gamma$ ($a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$); ii. $y = \kappa$; iii. $x = \lambda$; iv. $x = 0$ v. $y = 0$

i. Μια εξίσωση της μορφής $ax + by = \gamma$ παριστάνει ευθεία.

ii. **Η ΕΞΙΣΩΣΗ $y = \kappa$ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΕΥΘΕΙΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ $x'x$**

iii. **Η ΕΞΙΣΩΣΗ $x = \lambda$ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΕΥΘΕΙΑ ΠΑΡΑΛΛΗΛΗ ΠΡΟΣ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ $y'y$**

iv. **Η ΕΥΘΕΙΑ $y = 0$ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ $x'x$.**

iv. **Η ΕΥΘΕΙΑ $x = 0$ ΠΑΡΙΣΤΑΝΕΙ ΤΟΝ ΑΞΟΝΑ $y'y$.**

29. Ποια είναι τα σημεία τομής της ευθείας $ax + by = \gamma$ με $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

ΤΑ ΣΗΜΕΙΑ Α ΚΑΙ Β ΣΤΑ ΟΠΟΙΑ Η ΕΥΘΕΙΑ $ax + by = \gamma$ ΜΕ $a \neq 0$ ΚΑΙ $\beta \neq 0$ ΤΕΜΝΕΙ ΤΟΥΣ ΑΞΟΝΕΣ $x'x$, ΚΑΙ $y'y$, ΕΧΟΥΝ:

ΤΟ Α ΕΧΕΙ ΤΕΤΑΓΜΕΝΗ $y = 0$ ΚΑΙ ΤΕΤΜΗΜΕΝΗ x με $ax + \beta \cdot 0 = \gamma$ ή $x = \frac{\gamma}{a}$.

ΤΟ Β ΕΧΕΙ ΤΕΤΜΗΜΕΝΗ $x = 0$ ΚΑΙ ΤΕΤΑΓΜΕΝΗ y με $a \cdot 0 + \beta \cdot y = \gamma$ ή $y = \frac{\gamma}{\beta}$.

30. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;

Δύο ποσά λέγονται *αντιστρόφως ανάλογα*, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός πολλαπλασιάζονται με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να διαιρούνται με τον ίδιο αριθμό.

31. Πότε δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα και τι προκύπτει απ' αυτό;

Δύο ποσά x και y είναι *αντιστρόφως ανάλογα* το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερό. Δηλαδή $x \cdot y = a$. ($a \neq 0$).

Από τη σχέση $x \cdot y = a$ με $a \neq 0$ προκύπτει ότι το $y = \frac{a}{x}$ εκφράζεται ως συνάρτηση του x .

32. Πως λέγεται η γραφική της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$ με $a \neq 0$;

Η γραφική της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$ με $a \neq 0$ είναι μια καμπύλη γραμμής που

ονομάζεται υπερβολή και αποτελείται από δύο κλάδους που βρίσκονται:

- Στο $1o$ και στο $3o$ τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $a > 0$.
- Στο $2o$ και στο $4o$ τεταρτημόριο των αξόνων, όταν $a < 0$.

33. Ποιες είναι οι ιδιότητες της υπερβολής;

Η υπερβολή:

- ♦ δεν τέμνει ποτέ τους ημιάξονες Ox και Oy , διότι οι συντεταγμένες των σημείων της δεν παίρνουν ποτέ την τιμή 0 .
- ♦ Έχει κέντρο συμμετρίας την αρχή O των αξόνων.
- ♦ Άξονες συμμετρίας τις διχοτόμους των γωνιών των αξόνων, δηλαδή τις ευθείες με εξισώσεις $y = x$ και $y = -x$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ – ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

Κεφάλαιο 1^ο Εμβαδά επιπέδων σχημάτων

34. Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;

Ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας ο θετικός αριθμός, που εκφράζει την έκταση που καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

35. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;

Μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- ♦ Το τετραγωνικό μέτρο, (m^2) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά $1m$.
- ♦ Το τετραγωνικό δεκατόμετρο, ($1dm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά $1dm$.
- ♦ Το τετραγωνικό εκατοστόμετρο, ($1cm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά $1cm$.
- ♦ Το τετραγωνικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά $1mm$.

$$1m^2 = 100dm^2 = 10000cm^2 = 1000000mm^2$$

Άλλες μονάδες μέτρησης εμβαδού είναι:

- ♦ Το τετραγωνικό χιλιόμετρο, ($1km^2$) που είναι το εμβαδόν ενός τετραγώνου με πλευρά $1km$.

$$1km^2 = 1km \cdot 1km = 1000m \cdot 1000m = 1.000.000m^2$$

- ◆ Το στρέμμα το οποίο ισούται με 1000m^2 και χρησιμοποιείται κυρίως για τη μέτρηση των εμβαδών οικοπέδων και κτημάτων.

36. Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου;

- ◆ Το εμβαδόν ενός **τετραγώνου** πλευράς a ισούται με a^2 .
- ◆ Το εμβαδόν ενός **ορθογωνίου** με πλευρές α, β ισούται με $\alpha \cdot \beta$.
- ◆ Το εμβαδόν ενός **παραλληλογράμμου** είναι ίσο με **ΤΟ** γινόμενο μίας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- ◆ Το εμβαδόν ενός **τριγώνου** είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.
- ◆ Το εμβαδόν ενός **ορθογωνίου τριγώνου** είναι ίσο με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών του.
- ◆ Το εμβαδόν ενός **τραπεζίου** είναι ίσο με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του με το ύψος του.

37. Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του;

- ◆ Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτείνουσας .
- ◆ Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από τη μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή.

Κεφάλαιο 2^ο Τριγωνομετρία Διανύσματα

38. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων;

Ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων, που έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης, τον λόγο των μηκών τους.

39. Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την προσκείμενη στην οξεία κάθετη πλευρά.

40. Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = ax$.

Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = ax$ είναι ίση με την εφαπτομένη της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.

41. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της απέναντι στην οξεία κάθετης πλευράς προς την υποτείνουσα.

42. Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

Ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου ο λόγος της προσκείμενης στην οξεία κάθετη πλευράς προς την υποτείνουσα.

43. Πως μεταβάλλεται το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; (

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας)

- ♦ Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία ελαττώνεται το συνημίτονο της.

Αιτιολόγηση

- ♦ Στα ορθογώνια τρίγωνα $\Delta AO (\hat{\Delta} = 90^\circ)$, $EBO (\hat{E} = 90^\circ)$, $ZGO (\hat{Z} = 90^\circ)$, έχουμε:

$$\omega < \varphi < \theta$$

και

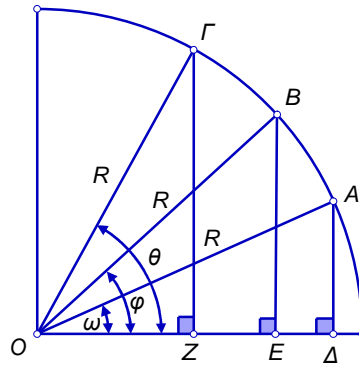
$$\text{συν}\omega = \frac{O\Delta}{OA}, \text{συν}\varphi = \frac{OE}{OB}, \text{συν}\theta = \frac{OZ}{OG}$$

Επειδή

$$OA = OB = OG = R \text{ και } O\Delta > OE > OZ$$

θα είναι

$$\frac{O\Delta}{R} > \frac{OE}{R} > \frac{OZ}{R}, \text{ άρα } \text{συν}\omega > \text{συν}\varphi > \text{συν}\theta$$



44. Πως μεταβάλλεται το ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; (Να

αιτιολογήσετε την απάντησή σας)

- ♦ Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και το ημίτονο της.

Αιτιολόγηση

- ♦ Στα ορθογώνια τρίγωνα $\Delta AO (\hat{\Delta} = 90^\circ)$, $EBO (\hat{E} = 90^\circ)$, $ZGO (\hat{Z} = 90^\circ)$, έχουμε:

$$\omega < \varphi < \theta$$

και

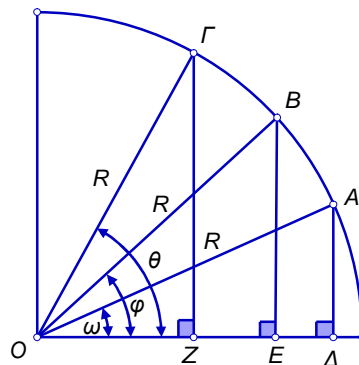
$$\eta\mu\omega = \frac{A\Delta}{OA}, \eta\mu\varphi = \frac{BE}{OB}, \eta\mu\theta = \frac{\Gamma Z}{OG}$$

Επειδή

$$OA = OB = OG = R \text{ και } A\Delta < BE < \Gamma Z$$

θα είναι

$$\frac{A\Delta}{R} < \frac{BE}{R} < \frac{\Gamma Z}{R}, \text{ άρα } \eta\mu\omega < \eta\mu\varphi < \eta\mu\theta$$



45. Πως μεταβάλλεται η εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; (

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας)

- ♦ Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία αυξάνεται και η εφαπτομένη της.

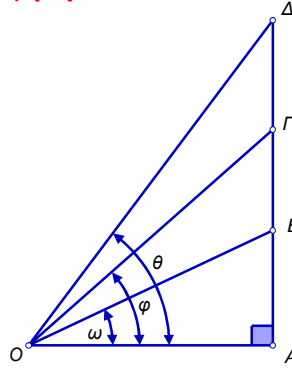
Αιτιολόγηση

- ♦ Στα ορθογώνια τρίγωνα AOB ($\widehat{A} = 90^\circ$),
 $AO\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$), $AO\Delta$ ($\widehat{A} = 90^\circ$), έχουμε:
 $\omega < \varphi < \theta$

και

$$\frac{AB}{AO} < \frac{A\Gamma}{AO} < \frac{A\Delta}{AO} < \text{δηλαδή}$$

$$\varepsilon\varphi\omega < \varepsilon\varphi\varphi < \varepsilon\varphi\theta$$



46. Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και γιατί;

Για το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ω ισχύουν οι ανισότητες:

$$0 < \eta\mu\omega < 1 \quad \text{και} \quad 0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$$

Αυτό συμβαίνει γιατί κάθε κάθετη πλευρά ορθογωνίου τριγώνου είναι μικρότερη από την υποτείνουσα οπότε οι λόγοι:

$$\frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} \quad \text{και} \quad \frac{\text{προσκειμένη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

είναι μικρότεροι της μονάδας για οποιαδήποτε οξεία γωνία.

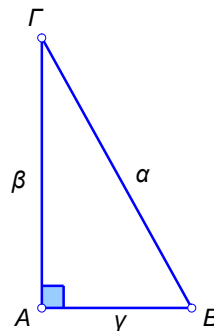
47. Να δείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\widehat{A} = 90^\circ$)

α. $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1$ **β.** $\varepsilon\varphi B = \frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B}$

α. $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{\gamma}{\alpha}\right)^2 = \frac{\beta^2}{\alpha^2} + \frac{\gamma^2}{\alpha^2} = \frac{\beta^2 + \gamma^2}{\alpha^2} = 1$

β. $\frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B} = \frac{\frac{\beta}{\alpha}}{\frac{\gamma}{\alpha}} = \frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma} = \frac{\beta}{\gamma} = \varepsilon\varphi B$

Αιτιολόγηση



48. Πως υπολογίζουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30° 45° 60° ;

- ♦ Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 30° 60°

Κατασκευάζουμε ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ με πλευρές $AB = B\Gamma = A\Gamma = 2$.

Φέρνουμε το ύψος $A\Delta$ που είναι και διάμεσος οπότε $B\Delta = \Delta\Gamma = 1$

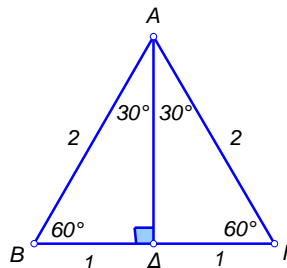
και διχοτόμος της γωνίας A οπότε $\widehat{BA\Delta} = \widehat{\Gamma A\Delta} = 30^\circ$

Στο τρίγωνο $AB\Delta$ ($\widehat{\Delta} = 90^\circ$) έχουμε:

$$A\Delta^2 = AB^2 - B\Delta^2 \Leftrightarrow A\Delta^2 = 2^2 - 1^2 \Leftrightarrow A\Delta^2 = 3 \Leftrightarrow A\Delta = \sqrt{3}$$

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \varepsilon\varphi 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \varepsilon\varphi 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



♦ **Υπολογισμός των τριγωνομετρικών αριθμών των 45°**

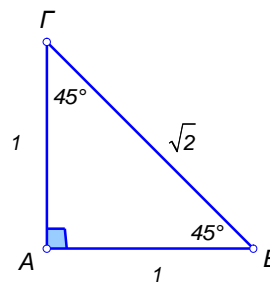
Κατασκευάζουμε ορθογώνιο και ισοσκελές

τρίγωνο $AB\Gamma$ με ($\hat{A} = 90^\circ$), $AB = A\Gamma = 1$

τότε $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 \Leftrightarrow$

$$B\Gamma^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow B\Gamma^2 = 2 \Leftrightarrow B\Gamma = \sqrt{2}$$

$$\eta\mu 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sigma\upsilon\nu 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \epsilon\phi 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$



49. Ποια μεγέθη ονομάζονται βαθμωτά ή μονόμετρα και ποια διανυσματικά;

Ονομάζονται βαθμωτά ή μονόμετρα τα μεγέθη που προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί μόνο το μέτρο τους.

Ονομάζονται διανυσματικά τα μεγέθη που προσδιορίζονται πλήρως αν δοθεί το μέτρο τους και η κατεύθυνση τους.

50. Τι είναι διάνυσμα πως παριστάνεται και πως συμβολίζεται;

Το διάνυσμα είναι ένα ευθύγραμμο τμήμα με ορισμένη αρχή και ορισμένο τέλος.

Το διάνυσμα με αρχή το σημείο A και τέλος το σημείο B παριστάνεται με ένα βέλος που η μεν αρχή του συμπίπτει με το σημείο A και ονομάζεται σημείο εφαρμογής του διανύσματος το δε τέλος του (μύτη του βέλους) με το σημείο B.

Το διάνυσμα με αρχή το σημείο A και τέλος το σημείο B συμβολίζεται με \overrightarrow{AB}

51. Ποια είναι τα στοιχεία ενός διανύσματος;

Σε ένα διάνυσμα \overrightarrow{AB} διακρίνουμε:

- ♦ Τη **διεύθυνση** που είναι η ευθεία που ορίζουν τα άκρα A, B του διανύσματος και κάθε άλλη ευθεία παράλληλη προς αυτή.
- ♦ Τη **φορά** που είναι ο τρόπος που κινούμαστε για να πάμε από την αρχή A στο τέλος του B διανύσματος.
- ♦ Το **μέτρο** του που συμβολίζεται με $|\overrightarrow{AB}|$ και είναι το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB.
- ♦ Η **διεύθυνση** και η **φορά** μαζί καθορίζουν την **κατεύθυνση** του διανύσματος

52. Πότε δύο διανύσματα λέγονται ίσα και πότε αντίθετα;

- ♦ Δύο διανύσματα λέγονται ίσα, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, την ίδια φορά και ίσα μέτρα.
- ♦ Δύο διανύσματα είναι αντίθετα, όταν έχουν την ίδια διεύθυνση, ίσα μέτρα και αντίθετη φορά.

53. Τι ονομάζεται μηδενικό διάνυσμα και ποιες οι ιδιότητες του;

- ♦ Ονομάζεται **μηδενικό διάνυσμα** ΚΑΙ ΣΥΜΒΟΛΙΖΕΤΑΙ $\vec{0}$ ΕΝΑ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΤΟΥ ΟΠΟΙΟΥ Η ΑΡΧΗ ΚΑΙ ΤΟ ΤΕΛΟΣ (ΠΕΡΑΣ) ΤΑΥΤΙΖΟΝΤΑΙ.

- ♦ ΤΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ ΔΥΟ ΑΝΤΙΘΕΤΩΝ ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΩΝ ΕΙΝΑΙ ΜΗΔΕΝΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ.
- ♦ ΤΟ ΜΗΔΕΝΙΚΟ ΔΙΑΝΥΣΜΑ ΕΙΝΑΙ ΕΝΑ ΣΗΜΕΙΟ, ΟΠΟΤΕ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΟΥΤΕ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΟΥΤΕ ΦΟΡΑ. ΤΟ ΜΕΤΡΟ ΤΟΥ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟ ΜΕ 0. ΔΗΛΑΔΗ: $|\vec{0}| = 0$.

Κεφάλαιο 3^ο Μέτρηση κύκλου

54. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;

- ♦ Ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία η γωνία που η κορυφή της είναι σημείο του κύκλου και οι πλευρές της τέμνουν τον κύκλο.
- ♦ Ονομάζεται αντίστοιχο τόξο εγγεγραμμένης γωνίας το τόξο που περιέχεται στις πλευρές της. (Λέμε ακόμη ότι η γωνία βαίνει στο τόξο αυτό)

55. Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες;

- ♦ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης γωνίας που έχει ίσο με αυτή αντίστοιχο τόξο.
- ♦ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία σε μοίρες είναι ίση με το μισό του αντίστοιχου τόξου της.
- ♦ Εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα είναι ίσες.
- ♦ Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο είναι ορθή.

56. Τι ονομάζεται:

- κανονικό πολύγωνο;**
 - περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου;**
 - κέντρο κανονικού πολυγώνου;**
 - κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;**
 - απόστημα κανονικού πολυγώνου;**
- Ονομάζεται κανονικό πολύγωνο το πολύγωνο που έχει όλες τις πλευρές του ίσες και όλες τις γωνίες του ίσες.
 - Ονομάζεται περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου ο κύκλος που περνά απ' όλες τις κορυφές του.
 - Ονομάζεται κέντρο κανονικού πολυγώνου το κέντρο του περιγεγραμμένου του κύκλου.
 - Ονομάζεται κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου (n - γώνου) κάθε μια από τις n ίσες επίκεντρης γωνίες (ω) με τις οποίες χωρίζουμε τον περιγεγραμμένο στο πολύγωνο κύκλο. Δηλαδή είναι $\omega = \frac{360^\circ}{n}$
 - Ονομάζεται απόστημα κανονικού πολυγώνου η απόσταση του κέντρου του από την πλευρά του.

57. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία φ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού **πολυγώνου (n - γώνου).
(Αιτιολόγηση)**

Η ΓΩΝΙΑ φ ΕΝΟΣ ΚΑΝΟΝΙΚΟΥ n -ΓΩΝΟΥ ΕΙΝΑΙ ΠΑΡΑΠΛΗΡΩΜΑΤΙΚΗ ΤΗΣ ΚΕΝΤΡΙΚΗΣ ΓΩΝΙΑΣ ω ΤΟΥ.

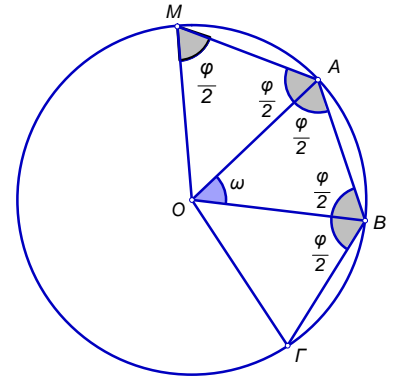
Αιτιολόγηση

Ενώνουμε το κέντρο του n - γώνου με τις κορυφές του, οπότε σχηματίζονται n ίσα ισοσκελή τρίγωνα.

Σε καθένα από τα τρίγωνα αυτά οι προσκείμενες στη βάση γωνίες είναι ίσες

με $\frac{\varphi}{2}$. Στο τρίγωνο OAB θα έχουμε:

$$\omega + \frac{\varphi}{2} + \frac{\varphi}{2} = 180^\circ, \text{ οπότε } \omega + \varphi = 180^\circ.$$



58. Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (O, ρ).

$$L = 2\pi\rho \quad \text{ή} \quad L = \delta\pi \quad \text{όπου } \delta \text{ η διάμετρος του κύκλου (} O, \rho \text{)}$$

59. Τι ονομάζουμε ακτίνιο (rad) σε κύκλο (O, ρ);

Ονομάζουμε ακτίνιο (rad) σε κύκλο (O, ρ) το τόξο μήκους ίσο με την ακτίνα ρ του κύκλου.

60. Να υπολογιστεί το μήκος l ενός τόξου μ° .

Υπολογισμός

Το τόξο 360° έχει μήκος $2\pi\rho$

Το τόξο μ° έχει μήκος l

Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε :

$$\frac{\mu}{360} = \frac{l}{2\pi\rho} \quad \text{ή} \quad l = \frac{\pi\rho\mu}{180}$$

61. Ποιος τύπος που μας δίνει το μήκος l ενός τόξου α rad;

Το μήκος l ενός τόξου μετρημένο σε ακτίνια δίνεται από τον τύπο $l = \alpha\rho$

62. Ποια σχέση συνδέει τις μοίρες με τα ακτίνια του ίδιου τόξου; (Αιτιολόγηση)

Το μέτρο l ενός τόξου μ° και α ακτινίων(rad) είναι αντίστοιχα:

$$l = \frac{\pi\rho\mu}{180} \quad (1)$$

$$l = \alpha\rho \quad (2)$$

Από τις σχέσεις (1), (2) προκύπτει ότι $\frac{\pi\rho\mu}{180} = \alpha\rho$ οπότε $\frac{\mu}{180} = \frac{\alpha}{\pi}$

63. Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (E) του κυκλικού δίσκου (O, ρ);

$$\text{και } E = \pi r^2 \text{ ή } E = \pi \frac{\delta^2}{4} \text{ όπου } \delta \text{ η διάμετρος του κύκλου (O, } \rho \text{)}$$

64. Τι ονομάζεται κυκλικός τομέας;

Ονομάζεται κυκλικός τομέας το μέρος του κυκλικού δίσκου που περικλείεται από μια επίκεντρη γωνία του και το αντίστοιχο της τόξο.

65. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα ε επίκεντρης γωνίας (μ°)

Υπολογισμός

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία 360 ° έχει εμβαδόν πr^2

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία μ° έχει εμβαδόν ε

$$\text{Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε, } \frac{\varepsilon}{\mu} = \frac{\pi r^2}{360} \text{ ή } \varepsilon = \frac{\pi r^2 \mu}{360}$$

66. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας (α^{rad})

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία $2\pi^{\text{rad}}$ έχει εμβαδόν πr^2

Ο κυκλικός τομέας που αντιστοιχεί σε επίκεντρη γωνία α^{rad} έχει εμβαδόν ε

$$\text{Τα ποσά είναι ανάλογα και επομένως έχουμε, } \frac{\varepsilon}{\alpha} = \frac{\pi r^2}{2\pi} \text{ ή } \varepsilon = \frac{\alpha r^2}{2} \quad (1)$$

Κεφάλαιο 4^ο Γεωμετρικά Στερεά. Μέτρηση Γεωμετρικών Στερεών

67. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων;

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων είναι:

- ◆ Να είναι παράλληλα,
- ◆ Να τέμνονται κατά μία ευθεία.
- ◆

68. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών;

Οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών είναι:

- ◆ Να είναι παράλληλες, δηλαδή να ανήκουν στο ίδιο επίπεδο και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.
- ◆ Να τέμνονται, δηλαδή να έχουν μόνο ένα κοινό σημείο.
- ◆ Να είναι ασύμφοτες, δηλαδή να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα και να μην έχουν κανένα κοινό σημείο.

69. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου;

Οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου είναι:

- ◆ Η ευθεία να περιέχεται στο επίπεδο.
- ◆ Η ευθεία να είναι παράλληλη στο επίπεδο.
- ◆ Η ευθεία να τέμνει το επίπεδο σε ένα σημείο.

70. Πότε μια ευθεία είναι κάθετη σε επίπεδο;

Μια ευθεία είναι κάθετη σε ένα επίπεδο, όταν είναι κάθετη σε δύο ευθείες του που διέρχονται από το ίχνος της.

71. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από επίπεδο;

Ονομάζεται απόσταση σημείου από επίπεδο το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από το σημείο προς το επίπεδο.

72. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων επιπέδων;

Ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων επιπέδων το μήκος του κάθετου ευθύγραμμου τμήματος που φέρνουμε από ένα σημείο του ενός επιπέδου προς το άλλο επίπεδο.

73. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός πρίσματος ;

- ♦ Το εμβαδόν E_{π} της παράπλευρης επιφάνειας ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο της περιμέτρου της βάσης του επί το ύψος του πρίσματος.

Δηλαδή:

$$E_{\pi} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

- ♦ Το ολικό εμβαδόν ενός πρίσματος $E_{ολ}$ είναι το άθροισμα του εμβαδού της παράπλευρης επιφάνειας και των εμβαδών $E_{β}$ των δύο βάσεων. Δηλαδή:

$$E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{β}$$

74. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου;

Το εμβαδόν E_{π} της παράπλευρης επιφάνειας ενός κυλίνδρου ισούται με την περίμετρο της βάσης (που είναι ίση με $2\pi r$) επί το ύψος του κυλίνδρου. Δηλαδή:

$$E_{\pi} = (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) \text{ ή } E_{\pi} = 2\pi r \cdot u$$

Το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου ισούται με το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_{π} και τα εμβαδά $E_{β}$ των δύο βάσεων. Δηλαδή:

$$E_{ολ} = E_{\pi} + 2E_{β}$$

75. Τι ονομάζεται όγκος ενός στερεού σώματος;

Ονομάζεται όγκος ενός στερεού σώματος ο θετικός αριθμός που δηλώνει με πόσες επαναλήψεις ενός κύβου ή μέρους του κύβου με ακμή μήκους μία μονάδα σχηματίζεται το στερεό σώμα. Σ .

76. Ποιες είναι οι μονάδες όγκου και πως συνδέονται μεταξύ τους;

Μονάδες όγκου είναι το κυβικό μέτρο, το κυβικό δεκατόμετρο, το κυβικό εκατοστόμετρο, το κυβικό χιλιοστόμετρο.

- ♦ Ονομάζεται κυβικό μέτρο, ($1m^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1m.
- ♦ Ονομάζεται κυβικό δεκατόμετρο, ($1dm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1dm.
- ♦ Ονομάζεται κυβικό εκατοστόμετρο, ($1cm^3$) ο όγκος ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1cm.
- ♦ Ονομάζεται κυβικό χιλιοστόμετρο, ($1mm^3$) ο όγκος ενός κύβου με ακμή 1mm.

$$1m^3 = 1000dm^3 = 1000000cm^3 = 1000000000mm^3$$

77. Ποιες μονάδες χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση του όγκου των υγρών;

Στη μέτρηση όγκου των υγρών συνηθίζουμε να ονομάζουμε το dm^3 ως λίτρο (l). Τότε, το cm^3 λέγεται χιλιοστόλιτρο (ml).

78. Με τι ισούται ο όγκος ενός πρίσματος;

Ο όγκος V_{π} ενός πρίσματος ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_{\pi} = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

79. Με τι ισούται ο όγκος ενός κυλίνδρου;

Ο όγκος V_{κ} ενός κυλίνδρου ισούται με το γινόμενο του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_{\kappa} = (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

80. Τι ονομάζεται πυραμίδα και ποια είναι τα στοιχεία της;

- ◆ Ονομάζεται **πυραμίδα** ένα στερεό, που μία έδρα του είναι ένα πολύγωνο και όλες οι άλλες έδρες του είναι τρίγωνα με κοινή κορυφή.

Τα στοιχεία της πυραμίδας είναι:

- ◆ Η έδρα που είναι πολύγωνο και λέγεται **βάση** της πυραμίδας.
- ◆ Τα τρίγωνα με κοινή κορυφή που λέγονται **παράπλευρες έδρες** της πυραμίδας.
- ◆ Το κοινό σημείο των παράπλευρων εδρών που λέγεται **κορυφή** της πυραμίδας.
- ◆ Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα από την κορυφή προς τη βάση, που λέγεται **ύψος** της πυραμίδας.

81. Πως ονομάζεται μια πυραμίδα;

- ◆ Μια πυραμίδα που έχει ως βάση ένα τρίγωνο, λέγεται **τριγωνική**.
- ◆ Την τριγωνική πυραμίδα που έχει τέσσερις **τριγωνικές έδρες** και οποιαδήποτε έδρα της μπορεί να θεωρηθεί ως βάση, τη λέμε και **τετράεδρο**.
- ◆ Μια πυραμίδα που έχει βάση τετράπλευρο λέγεται **τετραπλευρική**.
- ◆ Μια πυραμίδα που έχει βάση πεντάγωνο λέγεται **πενταγωνική κ.ο.κ.**

82. ΠΟΙΑ ΠΥΡΑΜΙΔΑ ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΙ ΠΟΙΕΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ;

Μια πυραμίδα ονομάζεται **κανονική**, αν η βάση της είναι κανονικό πολύγωνο και η προβολή της κορυφής της στη βάση είναι το κέντρο του κανονικού πολυγώνου.

- ◆ Σε οποιαδήποτε κανονική πυραμίδα οι παράπλευρες έδρες είναι ισοσκελή τρίγωνα ίσα μεταξύ τους.
- ◆ Αντίστροφα, αν οι παράπλευρες έδρες μίας πυραμίδας με βάση κανονικό πολύγωνο είναι ίσα μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τότε η πυραμίδα είναι κανονική.

83. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ;

Η ολική επιφάνεια της πυραμίδας αποτελείται από δύο μέρη την επιφάνεια των παράπλευρων εδρών της, που ονομάζεται παράπλευρη επιφάνεια και την επιφάνεια της βάσης της.

- ◆ Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_{Π} μιας πυραμίδας, υπολογίζουμε το εμβαδόν κάθε παράπλευρης έδρας (που είναι τρίγωνο) και προσθέτουμε τα εμβαδά αυτά.

- ♦ Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας E_{ω} της πυραμίδας, προσθέτουμε στο εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας το εμβαδόν της βάσης E_{β}

$$\text{Δηλαδή: } E_{\omega} = E_{\Pi} + E_{\beta}$$

84. ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ;

Όταν η πυραμίδα είναι κανονική, τότε η παράπλευρη επιφάνεια της αποτελείται από ίσα, μεταξύ τους ισοσκελή τρίγωνα, τα οποία έχουν όλα ίσες βάσεις και ίσα ύψη. Καθένα από αυτά τα ύψη λέγεται **απόστημα** της κανονικής πυραμίδας.

Έτσι:

Το ΕΜΒΑΔΟΝ E_{Π} ΤΗΣ ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ ΕΙΝΑΙ:

$$E_{\Pi} = \frac{1}{2} (\text{περίμετρος βάσης}) \cdot \text{απόστημα}$$

Το εμβαδόν E_{ω} της ολικής επιφάνειας της κανονικής πυραμίδας είναι, το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_{Π} και το εμβαδόν E_{β} του κανονικού πολυγώνου, που αποτελεί τη βάση της κανονικής πυραμίδας. Δηλαδή:

$$E_{\omega} = E_{\Pi} + E_{\beta}$$

85. ΜΕ ΠΙΣΟΥΤΑΙ Ο ΟΓΚΟΣ ΜΙΑΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ;

Ο όγκος V_{π} μιας πυραμίδας ισούται με το $\frac{1}{3}$ του γινομένου του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_{\pi} = \frac{1}{3} (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος})$$

86. Τι λέγεται κώνος;

Κώνος λέγεται το στερεό σχήμα που παράγεται από την περιστροφή ενός ορθογωνίου τριγώνου ΚΟΑ γύρω από μία κάθετη πλευρά του ΚΟ.

87. ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ;

Στοιχεία του κώνου είναι:

Η **βάση** του που είναι ένας κυκλικός δίσκος με κέντρο Ο και ακτίνα ΟΑ, την άλλη κάθετη πλευρά του ορθογωνίου ΚΟΑ. Η ακτίνα ΟΑ = ρ λέγεται ακτίνα του κώνου.

Η κάθετη πλευρά ΚΟ γύρω από την οποία περιστρέψαμε το ορθογώνιο τρίγωνο, που λέγεται **ύψος** του κώνου.

Η υποτείνουσα ΚΑ του ορθογωνίου τριγώνου που λέγεται **γενέτειρα** του κώνου και το μήκος της συμβολίζεται με λ.

Η επιφάνεια που παράγεται από την περιστροφή της γενέτειρας ΚΑ και είναι η **παράπλευρη επιφάνεια** του κώνου.

88. ΜΕ ΠΙΣΟΥΤΑΙ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ E_{π} ΤΗΣ ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΕΝΟΣ ΚΩΝΟΥ;

Το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας ενός κώνου είναι ίσο με το εμβαδόν ενός κυκλικού τομέα, που έχει ακτίνα τη γενέτειρα λ του κώνου και μήκος τόξου το μήκος του κύκλου της βάσης του κώνου. Δηλαδή :

$$E_{\pi} = \frac{1}{2} \cdot (2\pi\rho) \cdot \lambda \quad \text{ή} \quad E_{\pi} = \pi\rho\lambda$$

89. ΜΕ ΤΙ ΙΣΟΥΤΑΙ ΤΟ Ο ΟΓΚΟΣ ΕΝΟΣ ΚΩΝΟΥ;

Ο όγκος V_K ενός κώνου ισούται με το $\frac{1}{3}$ του γινομένου του εμβαδού της βάσης του επί το ύψος, δηλαδή:

$$V_K = \frac{1}{3} (\text{Εμβαδόν βάσης}) \cdot (\text{ύψος}) = \frac{1}{3} \cdot \pi \rho^2 \cdot u$$

90. Τι λέγεται σφαίρα και τη διακρίνουμε σ' αυτή;

Σφαίρα λέγεται το στερεό σώμα το οποίο παράγεται, αν περιστρέψουμε ένα κυκλικό δίσκο (O, ρ) γύρω από μία διάμετρο του.

Η απόσταση ενός οποιουδήποτε σημείου της επιφάνειας μιας σφαίρας από το κέντρο O είναι ίση με την ακτίνα ρ . Το σημείο O λέγεται **κέντρο** της σφαίρας και η ακτίνα ρ του κύκλου λέγεται **ακτίνα** της σφαίρας.

91. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας;

Οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας στο χώρο είναι

- α. Να μην τέμνονται μεταξύ τους.
- β. Να εφάπτονται σε ένα σημείο,
- γ. Να τέμνονται σε κυκλικό δίσκο. Ο κύκλος που αποτελεί την τομή του επιπέδου με τη σφαίρα, «**μεγαλώνει**» όσο το επίπεδο «**πλησιάζει**» στο κέντρο της σφαίρας. Όταν το κέντρο της σφαίρας ανήκει στο επίπεδο, τότε ο κύκλος στον οποίο τέμνονται ονομάζεται **μέγιστος κύκλος** της σφαίρας.

92. Τι είναι η επιφάνεια μιας σφαίρας και με τι ισούται το εμβαδόν της $E_{σφ}$;

- ♦ Η επιφάνεια που δημιουργείται από την περιστροφή ενός κύκλου (O, ρ) γύρω από μια διάμετρο του, αποτελεί την **επιφάνεια της σφαίρας**.
- ♦ Το **εμβαδόν της επιφάνειας μιας σφαίρας $E_{σφ}$** ισούται με το εμβαδόν τεσσάρων μεγίστων κύκλων της. Δηλαδή $E_{σφ} = 4\pi\rho^2$

93. ΜΕ ΤΙ ΙΣΟΥΤΑΙ ΤΟ Ο ΟΓΚΟΣ $V_{σφ}$ ΜΙΑΣ ΣΦΑΙΡΑΣ;

Ο όγκος $V_{σφ}$ μιας σφαίρας ισούται με τα $\frac{4}{3}$ του γινομένου του εμβαδού ενός μεγίστου κύκλου της επί την ακτίνα της δηλαδή: $V_{σφ} = \frac{4}{3} \pi \rho^3$



2

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣγια εξάσκηση

Άλγεβρα

Κεφάλαιο 1^ο Εξισώσεις - Ανισώσεις

1. Τι ονομάζεται Αριθμητική και τι Αλγεβρική παράσταση;
2. Τι ονομάζουμε όρους μιας αλγεβρικής παράστασης και τι αναγωγή ομοίων όρων της;
3. Ποιες είναι οι οι τρεις πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α , β .
4. Ποιοι κανόνες ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;
5. Τι ονομάζουμε:
 - i. εξίσωση;
 - ii. πρώτο και δεύτερο μέλος μιας εξίσωσης;
 - iii. γνωστούς και άγνωστους όρους μιας εξίσωσης;
 - iv. λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης;
 - v. επίλυση μιας εξίσωσης;
6. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη(ή ταυτότητα);
7. Τί εννοούμε όταν γράφουμε $\alpha \leq \beta$, και πως το διαβάζουμε;
8. Τι συμπέρασμα βγάξετε αν σας πουν ότι ισχύουν συγχρόνως οι σχέσεις: $\alpha \leq \beta$ και $\alpha \geq \beta$
9. Να διατυπώσετε τις ιδιότητες των ανισοτήτων
10. Τι ονομάζουμε ανίσωση και τι λύσεις της ανίσωσης ;
- 11.

Κεφάλαιο 2^ο Πραγματικοί αριθμοί

12. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;
13. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί, άρρητοι, πραγματικοί;
14. Πότε μια ευθεία ονομάζεται άξονας των πραγματικών αριθμών;

Κεφάλαιο 3^ο Συναρτήσεις

15. Τι ονομάζεται συνάρτηση και τη πίνακας τιμών της;
16. Τι ονομάζεται ορθοκανονικό σύστημα αξόνων (Σύστημα ορθογωνίων αξόνων) και τι συντεταγμένες (τετμημένη, τεταγμένη) σημείου;
17. Τι ονομάζουμε τεταρτημόρια;
18. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης;
19. Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων $x'x$ και $y'y$ σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;
20. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;
21. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ και από που διέρχεται;
22. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y = ax$ ή πιο απλά η ευθεία $y = ax$;
23. Ποια είναι η εξίσωση του άξονα $x'x$;
24. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax$;
25. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ και από που διέρχεται ;
26. Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y=ax+\beta$ ή απλούστερα η ευθεία $y=ax+\beta$;
27. Τι ονομάζεται κλίση της ευθείας $y = ax + \beta$;
28. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $ax + \beta y + \gamma = 0$ με $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$;
29. Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής
 - i. $ax + \beta y = \gamma$ ($a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$);
 - ii. $y = \kappa$;
 - iii. $x = \lambda$;
 - iv. $x = 0$
 - v. $y = 0$
30. Ποια είναι τα σημεία τομής της ευθείας $ax + \beta y = \gamma$ με $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.
31. Πότε δύο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα;
32. Πότε δύο ποσά είναι αντιστρόφως ανάλογα και τι προκύπτει απ' αυτό;
33. Πως λέγεται η γραφική της συνάρτησης $y = \frac{\alpha}{x}$ με $\alpha \neq 0$;
34. Ποιες είναι οι ιδιότητες της υπερβολής;

Γεωμετρία

Κεφάλαιο 1^ο Εμβαδά επιπέδων σχημάτων

35. Τι ονομάζεται εμβαδόν μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;
36. Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;
37. Με τι ισούται το εμβαδόν τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου;
38. Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφο του;

Κεφάλαιο 2^ο Τριγωνομετρία Διανύσματα

39. Τι ονομάζουμε λόγο δύο ευθυγράμμων τμημάτων;
40. Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
41. Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y = ax$.
42. Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
43. Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.
44. Πως μεταβάλλεται το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; (*Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας*)
45. Πως μεταβάλλεται το ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; (*Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας*)
46. Πως μεταβάλλεται η εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου όταν μεταβάλλεται η γωνία; (*Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας*)
47. Τι τιμές παίρνει το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου και γιατί;
48. Να δείξετε ότι σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$)
49. Πως υπολογίζουμε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των 30° 45° 60° ;
50. Ποια μεγέθη ονομάζονται βαθμωτά ή μονόμετρα και ποια διανυσματικά;
51. Τι είναι διάνυσμα πως παριστάνεται και πως συμβολίζεται;
52. Ποια είναι τα στοιχεία ενός διανύσματος;
53. Πότε δύο διανύσματα λέγονται ίσα και πότε αντίθετα;
54. Τι ονομάζεται μηδενικό διάνυσμα και ποιες οι ιδιότητές του;

Κεφάλαιο 3^ο Μέτρηση κύκλου

55. Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι αντίστοιχο τόξο της;
56. Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες;
57. Τι ονομάζεται:
 - i. κανονικό πολύγωνο;
 - ii. περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολυγώνου;
 - iii. κέντρο κανονικού πολυγώνου;
 - iv. κεντρική γωνία κανονικού πολυγώνου;

- v. απόστημα κανονικού πολυγώνου;
58. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία φ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολυγώνου (n - γώνου). *(Αιτιολόγηση)*
59. Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (O, ρ).
60. Τι ονομάζουμε ακτίνιο (rad) σε κύκλο (O, ρ);
61. Να υπολογιστεί το μήκος l ενός τόξου μ° .
62. Ποιος τύπος που μας δίνει το μήκος l ενός τόξου $\alpha \text{ rad}$;
63. Ποια σχέση συνδέει τις μοίρες με τα ακτίνια του ίδιου τόξου; *(Αιτιολόγηση)*
64. Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (E) του κυκλικού δίσκου (O, ρ);
65. Τι ονομάζεται κυκλικός τομέας;
66. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα ε επίκεντρης γωνίας (μ°)
67. Να υπολογιστεί το εμβαδόν κυκλικού τομέα επίκεντρης γωνίας (α^{rad})

Κεφάλαιο 4^ο Γεωμετρικά Στερεά. Μέτρηση Γεωμετρικών Στερεών

68. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών επιπέδων;
69. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις δύο διαφορετικών ευθειών;
70. Ποιες είναι οι δυνατές θέσεις μιας ευθείας και ενός επιπέδου;
71. Πότε μια ευθεία είναι κάθετη σε επίπεδο;
72. Τι ονομάζεται απόσταση σημείου από επίπεδο;
73. Τι ονομάζεται απόσταση δύο παραλλήλων επιπέδων;
74. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_π και το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός πρίσματος;
75. Ποιο είναι το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας E_π και το ολικό εμβαδόν $E_{ολ}$ ενός κυλίνδρου;
76. Τι ονομάζεται όγκος ενός στερεού σώματος;
77. Ποιες είναι οι μονάδες όγκου και πως συνδέονται μεταξύ τους;
78. Ποιες μονάδες χρησιμοποιούμε για τη μέτρηση του όγκου των υγρών;
79. Μετρισούται ο όγκος ενός πρίσματος;
80. Μετρισούται ο όγκος ενός κυλίνδρου;
81. Τι ονομάζεται πυραμίδα και ποια είναι τα στοιχεία της;
82. Πως ονομάζεται μια πυραμίδα;
83. ΠΟΙΑ ΠΥΡΑΜΙΔΑ ΟΝΟΜΑΖΕΤΑΙ ΚΑΝΟΝΙΚΗ ΚΑΙ ΠΟΙΕΣ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΗΣ;
84. ΠΩΣ ΒΡΙΣΚΟΥΜΕ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ;
85. ΠΟΙΟ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΠΑΡΑΠΛΕΥΡΗΣ ΚΑΙ ΠΟΙΟ ΤΟ ΕΜΒΑΔΟΝ ΤΗΣ ΟΛΙΚΗΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ ΜΙΑΣ ΚΑΝΟΝΙΚΗΣ ΠΥΡΑΜΙΔΑΣ;
86. Μετρισούται ο όγκος μιας πυραμίδας;
87. Τι λέγεται κώνος;
88. ΠΟΙΑ ΕΙΝΑΙ ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ;
89. Μετρισούται το εμβαδόν E_π της παράπλευρης επιφάνειας ενός κώνου;
90. Μετρισούται το ο όγκος ενός κώνου;
91. Τι λέγεται σφαίρα και τη διακρίνουμε σ' αυτή;
92. Ποιες είναι οι σχετικές θέσεις ενός επιπέδου και μιας σφαίρας;
93. Τι είναι η επιφάνεια μιας σφαίρας και μετρισούται το εμβαδόν της $E_{σφ}$;
94. Μετρισούται το ο όγκος $V_{σφ}$ μιας σφαίρας;



3

ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1°

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων:

α) $5(2x-3)+x > -5(x+2)+11$ β) $\frac{-2(x-8)}{4} \geq \frac{x+2}{3}$

ΘΕΜΑ 2°

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $\Pi = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot 4 - 4 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 : \left(+\frac{1}{18}\right)$

ΘΕΜΑ 3°

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $\left(\frac{1}{4}-4\right) : \left(\frac{1}{2}-2\right) - \left(3-\frac{1}{12}\right) : \left(\frac{1}{2}-4\right) - \left(\frac{4}{9}-1\right) : \left(\frac{4}{3}-3\right)$

ΘΕΜΑ 4°

Αν $\chi = -2$ να βρεθεί η τιμή της παράστασης $A = \chi(1-\chi)^{-\chi} - 2\chi^{2+\chi} + (\chi+1)^{1-2\chi} + \chi^0$

ΘΕΜΑ 5°

Αν $\chi = (-1)^0 - (-2)^1$ και $\psi = \left(\frac{-1}{2}\right)^{-1} + (-1)^2$, να βρεθεί η τιμή της παράστασης $B = \frac{(\chi+\psi)^2}{\chi^2 + 2\chi\psi + \psi^2}$

ΘΕΜΑ 6°

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης $A = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \cdot 2 - 2^4 + (-4)^3 : 2^3 + [1-2(-1)^{2011}]$

ΘΕΜΑ 7°

Να βρεθούν οι ακέραιες τιμές του x για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις

$\frac{2x-2}{4} + \frac{x+1}{6} \leq \frac{2x+3}{2}$ και $3(x-2) - 2(x-4) > 4x+5$

ΘΕΜΑ 8°

Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{3-\sqrt{7-\sqrt{9}}}$, $\beta = \sqrt{\sqrt{\sqrt{81}}}$, $\gamma = \sqrt{9-\sqrt{21+\sqrt{16}}}$.

α) Να υπολογίσετε τους αριθμούς α , β , γ .

β) Να δείξετε ότι το τρίγωνο με πλευρές τα α , β , γ είναι ορθογώνιο και να βρείτε τις γωνίες του.

γ) Να φέρετε το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτεινύσα και να το υπολογίσετε

ΘΕΜΑ 9°

A. Να λύσετε την εξίσωση: $1 - \frac{2x-5}{3} = x - \frac{x-16}{6}$ (1)

B. Να λύσετε την ανίσωση: $x - \frac{2(3x-1)}{3} - 1 < \frac{x}{2}$ (2)

Γ. Να εξετάσετε, αν η λύση της εξίσωσης (1) είναι και λύση της ανίσωσης (2).

ΘΕΜΑ 10°

A. Να λυθούν οι εξισώσεις:

α) $2x+x-1=x+9$ β) $\frac{12x+3}{3} = \frac{30x-6}{6}$

B. Αν α είναι η ρίζα της 1^{15} εξίσωσης, β η ρίζα της 2^{15} να υπολογισθεί η παράσταση: $\Pi = \sqrt{a+2\beta}$.

ΘΕΜΑ 11°

Δίνεται η ευθεία $y=3x+4$.

α) Ποιο από τα σημεία (0,1), (2,10), (4,15) ανήκει στην ευθεία και γιατί;

β) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της ευθείας

x	-1	0		
y			10	19

ΘΕΜΑ 12°

Να συναληθεύσετε τις ανισώσεις :

$$1 - \frac{\chi}{4} < \frac{2-\chi}{3} + \frac{\chi}{6} \quad \text{και} \quad \chi - \frac{\chi-2}{2} < \frac{4-\chi}{2} + 9$$

ΘΕΜΑ 13°

Δίνεται η υπερβολή $\psi = \frac{2\lambda+1}{\chi}$.

α) Να βρείτε τις τιμές του λ, ώστε η υπερβολή να βρίσκεται στο 2° και 4° τεταρτημόριο.

β) Αν η υπερβολή διέρχεται από το σημείο A(-1, 2), να υπολογίσετε το λ.

γ) Για $\lambda = -1,5$ να βρείτε το σημείο B της υπερβολής με τετμημένη -1 και να υπολογίσετε την απόσταση των σημείων A και B.

ΘΕΜΑ 14°

Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3(x-1)}{2} + \frac{4x-1}{3} - \frac{5x-1}{4} = 2(x-1)$

ΘΕΜΑ 15°

Δίνονται οι ανισότητες:

I) $20-4(\chi-3) < -8(3-2\chi)+2(7-3\chi)$ II) $\frac{4x-2}{12} - \frac{2(1-x)}{9} - \frac{21}{30} \leq -\frac{3-5x}{15}$

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις τους και να παρασταθούν γραφικά στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

ΘΕΜΑ 16°

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων: $2(3-x)-1 \geq x-4$ και $x+2 < 1$.

ΘΕΜΑ 17°

Να λύσετε τις ανισώσεις $1 - \frac{x}{4} - \frac{2-x}{3} \leq \frac{x}{6}$ και $2(x-8)-(11-x) < -3$ και στην συνέχεια να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις τους.

ΘΕΜΑ 18°

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax+1$ είναι ευθεία (ϵ) που διέρχεται από το σημείο $A(-4, 3)$.

A) Να υπολογίσετε το a .

B) Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω ευθείες είναι παράλληλες με την (ϵ), χωρίς να τις σχεδιάσετε:

1) $y=x+1$, 2) $y=0,5x+2$, 3) $y=-0,5x+5$, 4) $y=2x-1$, 5) $y=-\frac{1}{2}x+3$

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 19°

α. Να λύσετε την εξίσωση $1 - \frac{2x-2}{6} + x = \frac{x-1}{3} + 2$

β. Αν ρ είναι η λύση της παραπάνω εξίσωσης να υπολογίσετε την τιμή του λ ώστε να ισχύει:

$$\frac{\lambda - 2\rho}{4} - \rho + \frac{\lambda}{3} = \frac{5\lambda - 3\rho}{12} + \lambda$$

ΘΕΜΑ 20°

Να δείξετε ότι ο αριθμός -2 είναι λύση της εξίσωσης :

$$3\chi - \frac{\chi - \frac{1}{2}}{3} + \frac{\chi}{2} - 3 = -1 - \frac{5\chi - 1,5(-2 - 10\chi)}{-6}$$

ΘΕΜΑ 21°

Κάποιος μαθητής έχει υπολογίσει ότι το 2016 θα έχει διπλάσια ηλικία από αυτή που έχει το 2003. Να υπολογίσετε το έτος της γέννησής του.

ΘΕΜΑ 22°

Η ηλικία του Γιάννη το 2010 χρόνια θα είναι ίση με τα $\frac{3}{2}$ της ηλικίας του το 2002. Να βρείτε την ηλικία του Γιάννη το 2004.

ΘΕΜΑ 23°

Το $\frac{1}{9}$ της δύναμης του 3 με εκθέτη τον αριθμό χ είναι ίσο με το 9 – πλάσιο της δύναμης του 27 με εκθέτη τον αριθμό χ .

α. Με την βοήθεια των ιδιοτήτων των δυνάμεων να δείξετε ότι η εξίσωση που θα μας βοηθήσει να υπολογίσουμε το χ είναι η $2 + 3\chi = \chi - 2$.

β. Να υπολογίσετε την δύναμη του -2 με εκθέτη τον αριθμό $\frac{3}{2}\chi$.

ΘΕΜΑ 24°

Αν x λύση της εξίσωσης $3(1 - (2 - x) : 5) = x$

ψ λύση της $(\psi - 3) : 5 = 2$

z λύση της $(z + 3) : 3 = (2z + 5) : 4$

Να υπολογίσετε την παράσταση $(x + \psi + z)^2 - 2x\psi z + 5x$.

ΘΕΜΑ 25°

Αν $\alpha = -2$, $\beta = -1$, $\gamma = 3$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $B = -3 \cdot (-\alpha)^{-2} + 2 \cdot \beta^2 - \gamma^2$

ΘΕΜΑ 26°

Να γίνουν οι πράξεις: $-2^2 \cdot \{ -(-1)^2 \cdot [(-2)^2 \cdot (7-9) - 1] - 1^2 \cdot (4-5^2) \}$

ΘΕΜΑ 27°

Για την εξόφληση ενός λογαριασμού 140000 δραχμών πλήρωσε κάποιος με 40 χαρτονομίσματα των 1000 δρχ. και των 5000 δρχ. Να βρείτε πόσα χαρτονομίσματα των 1000 δρχ και πόσα των 5000 δρχ έδωσε.

ΘΕΜΑ 28°

Μια ομάδα ορειβατών από 12 άτομα έχει τρόφιμα για 15 ημέρες. Ύστερα από 5 μέρες συναντάει άλλους 3 ορειβάτες χωρίς τρόφιμα. Για πόσες ημέρες θα φτάσουν τα τρόφιμα;

ΘΕΜΑ 29°

Ένα σκαπτικό μηχάνημα οργώνει μία έκταση σε 10 ώρες ενώ ένα δεύτερο μηχάνημα οργώνει την ίδια έκταση σε 15 ώρες. Πόσες ώρες θα χρειαστούν να οργώσουν την έκταση και τα δύο μηχανήματα ταυτόχρονα;

ΘΕΜΑ 30°

Μουσικό συγκρότημα αποτελείται από άνδρες, γυναίκες και παιδιά. Οι γυναίκες είναι τριπλάσιες από τους άνδρες, και τα παιδιά 7 λιγότερα από τις γυναίκες. Η επόμενη συναυλία θα γίνει στη Λεμεσό και θα πάνε με λεωφορείο. Το εισιτήριο για τους μεγάλους στοιχίζει €5 και για τα παιδιά €4. Αν όλοι μαζί θα πληρώσουν €164 να βρείτε πόσοι είναι οι άνδρες, οι γυναίκες και τα παιδιά.

ΘΕΜΑ 31°

Ο Άγγελος, ο Βασίλης και ο Γιώργος έχουν και οι τρεις μαζί €155. Ο Άγγελος έχει €5 περισσότερα από τα διπλάσια χρήματα του Βασίλη και ο Γιώργος έχει τριπλάσια χρήματα από τον Βασίλη. Να βρείτε πόσα χρήματα έχει ο καθένας. (Να λυθεί με εξίσωση)

ΘΕΜΑ 32°

Η κυρία Ασπασία κληρονόμησε €150000 και με τα χρήματα αυτά αγόρασε ένα χωράφι προς €80000 και τα υπόλοιπα τα επένδυσε αγοράζοντας μετοχές. Μετά από 3 χρόνια πούλησε το χωράφι με κέρδος 30%, καθώς και τις μετοχές με ζημιά 20% πάνω στην τιμή αγοράς τους. Τα συνολικά χρήματα που πήρε τα μοίρασε στα τρία παιδιά της, ανάλογα με τις ηλικίες τους που ήταν 20, 25 και 35 χρόνων αντίστοιχα. Να υπολογίσετε:

α) Πόσα χρήματα πήρε η κυρία Ασπασία από την πώληση του χωραφιού και των μετοχών.

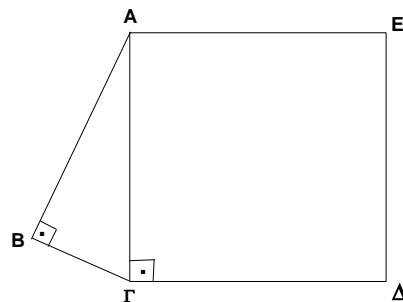
β) Πόσα χρήματα πήρε το κάθε παιδί της.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ - ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1°

Στο διπλανό σχήμα, δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{B}=90^\circ$), του οποίου το εμβαδόν είναι 30cm^2 , ενώ η πλευρά του $AB=12\text{cm}$. Να βρεθούν:

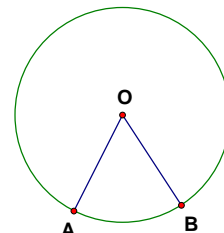
- Η πλευρά $B\Gamma$
- Το εμβαδόν του τετραγώνου $A\Gamma\Delta E$.



ΘΕΜΑ 2°

Στο διπλανό σχήμα, ο κυκλικός τομέας γωνίας 60° , έχει εμβαδόν $6\pi\text{cm}^2$.

- Ποιά η ακτίνα του κύκλου που ανήκει ο κυκλικός τομέας;
- Ποιο είναι το εμβαδόν αυτού του κύκλου;
- Ποιο είναι το μήκος του τόξου \widehat{AB} ;



ΘΕΜΑ 3°

Να σχεδιάσετε έναν κύκλο με κέντρο O και ακτίνα $\rho = 2$ και να φέρετε μια διάμετρό του AB . Αν Γ σημείο του κύκλου τέτοιο ώστε $\hat{A}\Gamma B = 30^\circ$.

- Να υπολογίσετε τις πλευρές και τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που περικλείεται μεταξύ της χορδής $A\Gamma$ και του τόξου $A\Gamma$
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του κυκλικού τμήματος που περικλείεται μεταξύ της χορδής AB και του τόξου AB

ΘΕΜΑ 4°

Ένα ισοσκελές τρίγωνο έχει βάση 12 cm και περίμετρο 32 cm . Να υπολογίσετε το ύψος που αντιστοιχεί στη βάση καθώς και το εμβαδόν του.

ΘΕΜΑ 5°

Ένα ισόπλευρο τρίγωνο έχει περίμετρο 12 cm . Να βρείτε το ύψος του και το εμβαδόν του.

ΘΕΜΑ 6°

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) η υποτείνουσα $B\Gamma=5\text{ cm}$ και η μια κάθετη πλευρά $AB=4\text{ cm}$. Να βρείτε το εμβαδό του τριγώνου.

ΘΕΜΑ 7°

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) είναι $\eta\mu B = \frac{1}{3}$. Αν η υποτείνουσα $B\Gamma = a=12\text{ cm}$ να υπολογίσετε τα μήκη των άλλων δύο κάθετων πλευρών του.

ΘΕΜΑ 8°

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) το ύψος $A\Delta$ σχηματίζει με την κάθετη πλευρά $AB=6\text{ cm}$, γωνία 30° . Να βρείτε

- Το ύψος $A\Delta$
- Το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.

ΘΕΜΑ 9°

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) Να δείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις

- $\eta\mu^2 B + \sigma\upsilon\nu^2 B = 1$
- $\eta\mu^2 B + \eta\mu^2 \Gamma = 1$
- $\epsilon\phi B = \frac{\eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B}$ και $\epsilon\phi B = \frac{\sigma\upsilon\nu \Gamma}{\sigma\upsilon\nu B}$
- $\epsilon\phi B \epsilon\phi \Gamma = 1$

ΘΕΜΑ 10°

Να υπολογιστούν οι τιμές των παραστάσεων

$$A = \frac{\eta\mu^2 60^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 45^\circ - \epsilon\phi^2 30^\circ}{\epsilon\phi^2 45^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 60^\circ} \quad \text{και} \quad B = (\eta\mu 30^\circ - \eta\mu 60^\circ)(\sigma\upsilon\nu 60^\circ + \sigma\upsilon\nu 30^\circ).$$

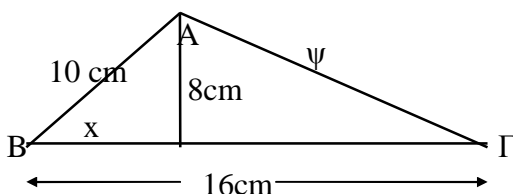
ΘΕΜΑ 11°

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A = 90^\circ$) με οξείες γωνίες τις B, Γ να δείξετε ότι ισχύουν οι σχέσεις

- $\frac{1 + \eta\mu B}{\sigma\upsilon\nu B} = \frac{\alpha + \beta}{\gamma}$
- $\eta\mu B \sigma\upsilon\nu B = \frac{\epsilon\phi B}{1 + \epsilon\phi^2 B}$
- $\eta\mu^2 B (1 + \epsilon\phi^2 B) = \epsilon\phi^2 B$

ΘΕΜΑ 12°

Να βρεθεί το χ και στη συνέχεια το ψ στο παρακάτω σχήμα



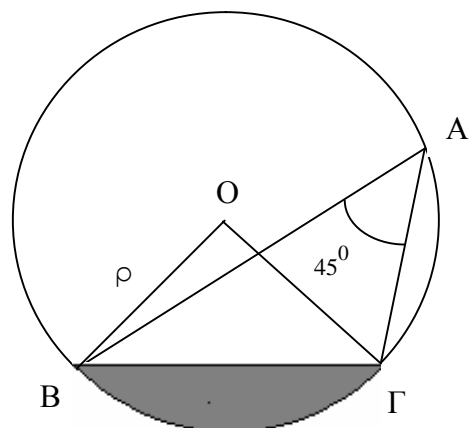
ΘΕΜΑ 13°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ο κύκλος (O, ρ) με

$$B\Gamma = 2\sqrt{2} \text{ cm και η εγγεγραμμένη γωνία } \widehat{B\hat{A}\Gamma} = 45^\circ.$$

Να αποδείξετε ότι:

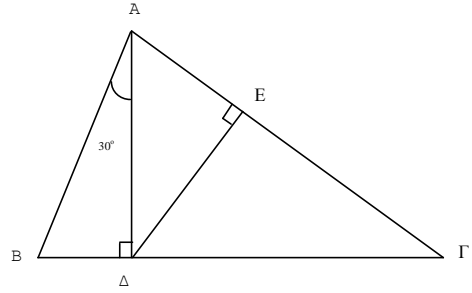
- α. Η γωνία $\widehat{B\hat{O}\Gamma} = 90^\circ$
- β. Η ακτίνα $\rho = 2 \text{ cm}$
- γ. Το εμβαδόν του κυκλικού τομέα τόξου $\widehat{B\hat{\Gamma}}$ είναι $3,14 \text{ cm}^2$
- δ. Το εμβαδόν του σκιασμένου χωρίου είναι $1,14 \text{ cm}^2$.



ΘΕΜΑ 14°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, το ύψος του $A\Delta$ και ΔE κάθετη στη $A\Gamma$. Είναι επίσης $B\Delta = \sqrt{3}$ cm και $\Delta\Gamma = 4$ cm και $\hat{B}\Delta\Delta = 30^\circ$. Να αποδείξετε ότι:

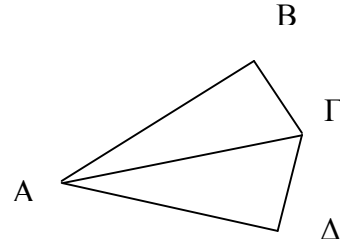
- Το ύψος του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι $A\Delta = 3$ cm
- Η πλευρά $A\Gamma = 5$ cm
- Το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ είναι 6 cm²
- Το τμήμα $\Delta E = 2,4$ cm.



ΘΕΜΑ 15°

Στο διπλανό σχήμα είναι $\hat{B} = 90^\circ$, $AB = 56$ cm, $B\Gamma = 33$ cm, $\Gamma\Lambda = 39$ cm και $\Lambda A = 52$ cm.

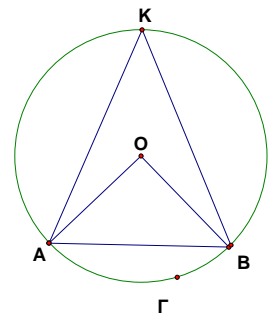
- Να υπολογίσετε το μήκος $A\Gamma$.
- Να εξετάσετε, αν το τρίγωνο $A\Lambda\Gamma$ είναι ορθογώνιο.
- Να υπολογίσετε το εμβαδό του τετράπλευρου $AB\Gamma\Lambda$



ΘΕΜΑ 16°

Στο σχήμα έχουμε κύκλο (O, ρ) , $\hat{K} = 45^\circ$ και χορδή $AB = 6$ cm. Να υπολογίσετε:

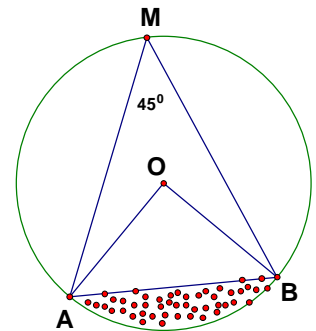
- τη γωνία $A\hat{O}B$
- το εμβαδό του κύκλου (O, ρ)
- το εμβαδό του κυκλικού τμήματος $AB\Gamma A$.



ΘΕΜΑ 17°

Στο διπλανό σχήμα έχουμε τον κύκλο (O, ρ) με $\rho = 2$ cm και $\widehat{AMB} = 45^\circ$.

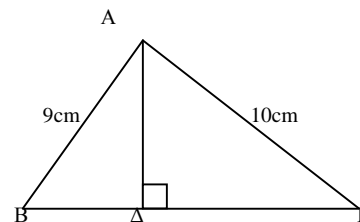
- Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου OAB .
- Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου OAB .
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του σκιασμένου τμήματος.



ΘΕΜΑ 18°

Στο διπλανό τρίγωνο ισχύουν: $\eta\mu B = \frac{2}{3}$, $AB = 9$ cm, $A\Gamma = 10$ cm και το $A\Delta$ είναι ύψος του τριγώνου. Να βρεθούν:

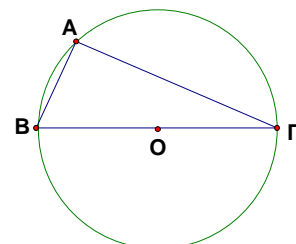
- Τα μήκη των $A\Delta$ και $B\Gamma$.
- Η περίμετρος και το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$ (Δίνεται $\sqrt{45} \approx 6,7$)



ΘΕΜΑ 19°

Στο διπλανό σχήμα η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου και το σημείο A είναι σημείο του κύκλου. Αν $AB = 5$ cm και $A\Gamma = 12$ cm τότε:

- Να δικαιολογήσετε ότι η γωνία A του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι ορθή.
- Να βρείτε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.



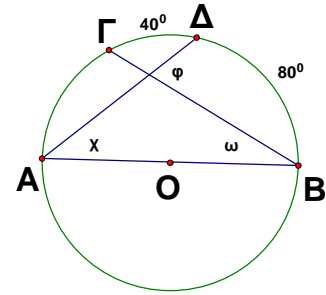
ΘΕΜΑ 20°

Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A}=90^\circ$), είναι $AB=4$ cm και $B\Gamma=5$ cm. Να υπολογισθούν το ημίτονο, το συνημίτονο και η εφαπτομένη της γωνίας Γ .

ΘΕΜΑ 21°

Στο διπλανό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου.

Να βρεθούν οι γωνίες x, φ και ω , όταν $\widehat{A\Gamma} = 40^\circ$ και $\widehat{B\Delta} = 80^\circ$.



ΘΕΜΑ 22°

Ένα τετράγωνο και ένα τραπέζιο έχουν ίσα εμβαδά. Αν οι βάσεις του τραπεζίου είναι 12 cm και 20 cm και το ύψος του τραπεζίου είναι 4 cm, να υπολογίσετε (α) το εμβαδόν του τετραγώνου (β) την πλευρά του τετραγώνου.

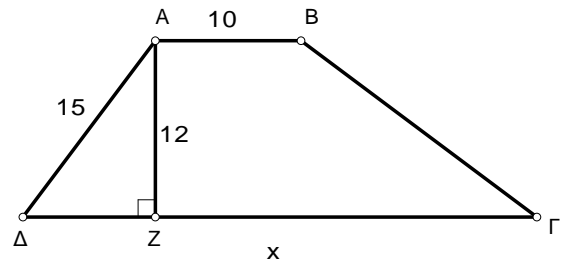
ΘΕΜΑ 23°

Στο διπλανό τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ με βάσεις $AB, \Gamma\Delta$ και ύψος AZ , δίνονται $AB=10$ cm, $AZ=12$ cm και $A\Delta=15$ cm. Αν το εμβαδόν του τραπεζίου είναι 270 cm² να βρείτε:

α) το τμήμα ΔZ

β) την βάση $\Delta\Gamma=x$.

(Υποδείξεις-απαντήσεις: α) 9 cm, β) $x=35$ cm)



ΘΕΜΑ 24°

Ισοσκελές τραπέζιο έχει τη μια βάση του τριπλάσια από την άλλη και είναι ισεμβαδικό με ρόμβο που έχει περίμετρο 40cm και μία διαγώνιο ίση με 16cm. Αν το ύψος του τραπεζίου ισούται με 8 cm να βρείτε: α) τις βάσεις του τραπεζίου και β) την περίμετρο του τραπεζίου.

ΘΕΜΑ 25°

Στο πιο κάτω σχήμα το OAB είναι κυκλικός τομέας

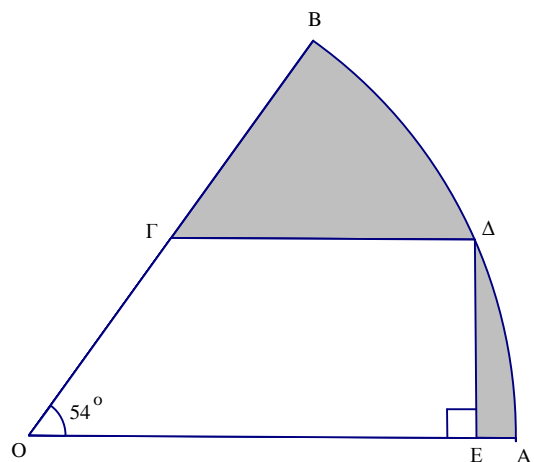
με κέντρο το O και ακτίνα $OA = 10$ cm.

Το $O\epsilon\Delta\Gamma$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με $\hat{O\epsilon\Delta}=90^\circ$,

$\hat{O\Gamma\epsilon}=54^\circ$ $\epsilon\Delta = 4$ cm και $O\epsilon = 9$ cm.

Αν το Γ είναι το μέσο του OB , να υπολογίσει

το εμβαδόν της σκιασμένης περιοχής.





4

ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ..... ΑΠΟ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- B. Γιατί δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού;

ΘΕΜΑ 2^ο

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις ορθά συμπληρωμένες.

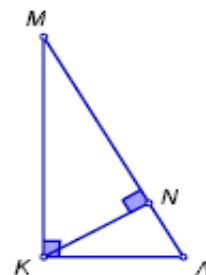
- A. Τετραγωνική ρίζα \sqrt{a} ενόςαριθμού a , λέγεται οαριθμός, ο οποίος όταν υψωθεί στο δίνει τον αριθμό
- B. Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$
- Γ. Αν $\sqrt{a} = x$, όπου $a \geq 0$, τότε $x \dots\dots 0$ και $x^2 = \dots\dots\dots$
- Δ. $\sqrt{0} = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 3^ο

- A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ΚΛΜ ($\hat{K} = 90^\circ$)

είναι ορθογώνιο και $KN \perp ML$. Ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;

- α. $KL^2 + ML^2 = KM^2$
- β. $KL^2 + KM^2 = ML^2$
- γ. $KL^2 - ML^2 = KM^2$
- δ. $MN^2 = KM^2 - KN^2$



ΘΕΜΑ 4^ο

- α. Να διατυπωθεί το Πυθαγόρειο Θεώρημα (σχήμα – σχέση).
- β. Να διατυπωθεί το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- γ. Να γραφούν οι τύποι που δίνουν το εμβαδόν: τετραγώνου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, τραπεζίου (σχήμα).

ΘΕΜΑ 5^ο

- A. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- B. Αν $a \geq 0$ να γράψετε το αποτέλεσμα της παράστασης $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$
- Γ. Γιατί δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού;

ΘΕΜΑ 6^ο

- A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο Θεώρημα.
- B. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του Πυθαγορείου Θεωρήματος.
- Γ. Να σχεδιάσετε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΚΛΜ, με $\hat{K} = 90^\circ$.

Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να εκφράζουν ή να προκύπτουν από το Πυθαγόρειο Θεώρημα:

$$KM^2 = \dots\dots\dots$$

$$LM^2 = \dots\dots\dots$$

ΘΕΜΑ 7^ο

- A. Δώστε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a .
- B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με Σ αν είναι σωστές και με Λ αν είναι λάθος:
- ◆ $\sqrt{16} = 8$
 - ◆ $\sqrt{0,9} = 0,3$
 - ◆ $\sqrt{0} = 0$
 - ◆ $\sqrt{-9} = -3$
 - ◆ $\sqrt{(-5)^2} = 5$
 - ◆ $\sqrt{25-9} = 4$

ΘΕΜΑ 8^ο

- A. Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός θετικού αριθμού a .
- B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως σωστό (Σ) ή λάθος (Λ):
- α. $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{25}$
- β. Ο αριθμός $\sqrt{25}$ είναι άρρητος
- γ. Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = a$

ΘΕΜΑ 9^ο

- A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα θετικού αριθμού; Πώς συμβολίζεται;
- B. Ποιοι αριθμοί λέγονται άρρητοι; Ποιους άρρητους αριθμούς γνωρίζετε;
- Γ. Εξετάστε ποιες από τις παρακάτω σχέσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}, \quad \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}, \quad \sqrt{\alpha \pm \beta} = \sqrt{\alpha} \pm \sqrt{\beta}$$

ΘΕΜΑ 10^ο

- A. Τι λέμε εξίσωση και τι λέμε ανίσωση;
- B. Να γράψετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις συμπληρωμένες:
 - α. Σε μια εξίσωση μπορούμε να «μεταφέρουμε» όρους από το ένα μέλος στο άλλο,.....
 - β. Αν και τα δύο μέλη μιας ισότητας διαιρεθούν με τον ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει.....
- Γ. Να γράψετε στην κόλλα σας την παρακάτω πρόταση συμπληρωμένη και να τη διατυπώσετε με λόγια.

Αν $a < \beta$ και $\gamma < 0$ τότε $a\gamma \dots \beta\gamma$.

ΘΕΜΑ 11^ο

- A. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ και πώς ονομάζεται ο a ;
- B. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της $y = ax + \beta$, $\beta \neq 0$.
- Γ. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος;
 - α. Η γραφική παράσταση της $y = 3x + 2$ έχει κλίση 2.
 - β. Η γραφική παράσταση της $y = -2x$ περνά από την αρχή των αξόνων.
 - γ. Οι γραφικές παραστάσεις των $y = kx + \lambda$ και $y = 2x$ για $k = 2$ δεν έχουν κοινό σημείο.
 - δ. Στη συνάρτηση $y = 5x$ τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα.

ΘΕΜΑ 12^ο

- A. Ποια είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$, $a, \beta \neq 0$ και από ποιο σημείο του άξονα $x'x$ διέρχεται;
- B. Τι λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$ και με τι ισούται;

ΘΕΜΑ 13^ο

- α. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$. Πως λέγεται το a ;
- β. Τι γνωρίζετε για τη συνάρτηση $y = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$ και για τη γραφική της παράσταση;

ΘΕΜΑ 14^ο

- A. Τι ονομάζουμε συνάρτηση;
- B. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση συνάρτησης;
- Γ. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα τιμών της συνάρτησης με τύπο $y = 2x - 5$
(Δείξτε αναλυτικά με ποιο τρόπο συμπληρώσατε τον πίνακα).

x	-1		1		3
y		0		2	

ΘΕΜΑ 15^ο

- A. Αφού μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις, συμπληρώστε στα κουτάκια Σ(σωστό) ή Λ(λάθος):
Όταν δύο ποσά με τιμές x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα τότε:
- α. το γινόμενο των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερό
- β. ο λόγος των αντίστοιχων τιμών τους είναι σταθερός.
- B. Στον παρακάτω πίνακα τιμών τα ποσά με τιμές x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα;
Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

x	4	6	10
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{10}$

- Γ. Τι γνωρίζετε για τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$ με $a \neq 0$.

ΘΕΜΑ 16^ο

Να πάρετε ορθογώνιο τρίγωνο $ΟΑΔ$ με $\hat{\Delta} = 90^\circ$ και $\widehat{ΑΟΔ} = \omega$.

- A. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας ω .
- B. Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- Γ. Γιατί το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας είναι αριθμοί μικρότεροι της μονάδας;

ΘΕΜΑ 17^ο

Να πάρετε ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΔ με $\hat{\Delta} = 90^\circ$ και $\widehat{ΑΟΔ} = \omega$.

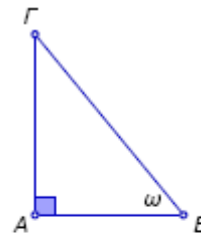
Α. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας ω .

Β. Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.

Γ. Γιατί το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας είναι αριθμοί μικρότεροι της μονάδας;

ΘΕΜΑ 18^ο

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο του διπλανού σχήματος. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ισότητες, την παρακάτω πρόταση και την παρακάτω ανισότητα ορθά συμπληρωμένες:



Α. $\eta\mu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Β. $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

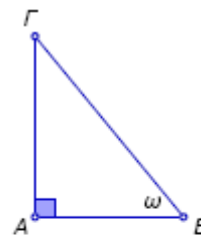
Γ. $\epsilon\phi\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Δ. Όταν η οξεία γωνία ω αυξάνεται, τότε $\dots\dots\dots$ το συνημίτονό της

Ε. Ισχύει $\dots\dots\dots < \eta\mu\omega < \dots\dots\dots$ και $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 19^ο

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο του διπλανού σχήματος. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ισότητες, την παρακάτω πρόταση και την παρακάτω ανισότητα ορθά συμπληρωμένες:



Α. $\eta\mu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Β. $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Γ. $\epsilon\phi\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Δ. Όταν η οξεία γωνία ω αυξάνεται, τότε $\dots\dots\dots$ το συνημίτονό της

Ε. Ισχύει $\dots\dots\dots < \eta\mu\omega < \dots\dots\dots$ και $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 20^ο

Να πάρετε ορθογώνιο τρίγωνο ΟΑΔ με $\hat{\Delta} = 90^\circ$ και $\widehat{ΑΟΔ} = \omega$.

Α. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της οξείας γωνίας ω .

Β. Να αποδείξετε ότι $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.

Γ. Γιατί το ημίτονο και το συνημίτονο οξείας γωνίας είναι αριθμοί μικρότεροι της μονάδας;

ΘΕΜΑ 21^ο

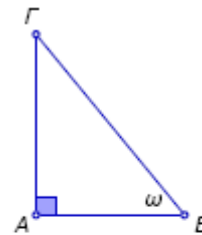
Α. Τι λέγεται ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

Β. Τι λέγεται συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

Γ. Ποια σχέση συνδέει την εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου με το ημίτονο και το συνημίτόνό της;

ΘΕΜΑ 22^ο

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο του διπλανού σχήματος. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ιδιότητες, την παρακάτω πρόταση και την παρακάτω ανισότητα ορθά συμπληρωμένες:



Α. $\eta\mu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Β. $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Γ. $\epsilon\phi\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Δ. Όταν η οξεία γωνία ω αυξάνεται, τότε $\dots\dots\dots$ το συνημίτόνό της

Ε. Ισχύει $\dots\dots\dots < \eta\mu\omega < \dots\dots\dots$ και $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 23^ο

Α. Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου και του συνημιτόνου οξείας γωνίας ω ορθογωνίου τριγώνου (σχήμα)

Β. Να συμπληρώσετε κατάλληλα τις παρακάτω φράσεις:

α. Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, τότε $\dots\dots\dots$ το ημίτονό της.

β. Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, τότε $\dots\dots\dots$ το συνημίτόνό της.

γ. Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε οι γωνίες είναι $\dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 24^ο

- A. Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) τι ονομάζεται ημΒ και τι συνΒ για την οξεία γωνία Β (να κάνετε σχήμα)
- B. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Γωνία ω	30°	45°	60°
ημ ω			
συν ω			
εφ ω			

ΘΕΜΑ 25^ο

- A. Τι λέγεται ημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- B. Τι λέγεται συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;
- Γ. Ποια σχέση συνδέει την εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου με το ημίτονο και το συνημίτόνό της;

ΘΕΜΑ 26^ο

- A. Έστω ω μια οξεία γωνία ενός ορθογωνίου τριγώνου. Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς ημ ω , συν ω και εφ ω , αφού κάνετε το σχήμα.
- B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη Σωστό ή Λάθος.
- α. $\eta\mu 25^\circ < \eta\mu 35^\circ$
- β. $\sigma\upsilon\nu 37^\circ > \sigma\upsilon\nu 48^\circ$
- γ. $\epsilon\phi 73^\circ > \epsilon\phi 87^\circ$.

ΘΕΜΑ 27^ο

- A. Να δώσετε τους ορισμούς του ημιτόνου και του συνημιτόνου οξείας γωνίας ω ορθογωνίου τριγώνου (σχήμα)
- B. Να συμπληρώσετε κατάλληλα τις παρακάτω φράσεις:
- α. Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, τότε το ημίτονό της.
- β. Όταν αυξάνεται μια οξεία γωνία, τότε το συνημίτονό της.
- γ. Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε οι γωνίες είναι

ΘΕΜΑ 28^ο

- A. Ποιο σχήμα ονομάζεται κανονικό πολύγωνο;
- B. Ποια σχέση συνδέει τη γωνία φ του κανονικού πολυγώνου με την κεντρική του γωνία ω .

ΘΕΜΑ 29^ο

- A. Πότε μια γωνία $\chi A \gamma$ λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο (O, ρ) ;
- B. Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με την επίκεντρη που έχει το ίδιο αντίστοιχο τόξο;
- Γ. Να σχεδιάσετε μια εγγεγραμμένη γωνία. Αν το αντίστοιχο τόξο της είναι 40° , πόσων μοιρών είναι η εγγεγραμμένη γωνία;

ΘΕΜΑΤΑ..... ΜΕ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x+3}{3} - \frac{3x-5}{12} = \frac{x-3}{4} + 2$

€

ΘΕΜΑ 2^ο

Να λύσετε την παρακάτω ανίσωση και να παραστήσετε τις λύσεις της στην ευθεία των αριθμών:

$$\frac{x}{6} - \frac{1-2x}{3} < 1 - \frac{2-x}{2}$$

ΘΕΜΑ 3^ο

Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων:

$$9 - 2 \cdot (x+2) > x - 4 \cdot (x-1) \quad \text{και} \quad \frac{2x+2}{3} - \frac{6x-3}{2} \geq 2 - \frac{x-1}{6}$$

ΘΕΜΑ 4^ο

Να βρείτε τις κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών:

$$8x - 2 \cdot (3x - 1) > -10$$

$$\frac{x+4}{3} - \frac{3x-1}{15} \geq 2 - \frac{4-x}{5}$$

ΘΕΜΑ 5^ο

Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$1 - \frac{2x-5}{3} > x - \frac{x-16}{6}$$

$$x - \frac{2(3x-1)}{3} - 1 < \frac{x}{2}$$

ΘΕΜΑ 6^ο

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων:

$$A = 3\sqrt{\frac{\sqrt{4}}{2} + \sqrt{9}} - 2\sqrt{7 + \sqrt{2 + \sqrt{1 + \sqrt{9}}}}$$

$$B = 2(\sqrt{9} - \sqrt{4}) + (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{16} - \sqrt{1})$$

B. Αν $A = 0$ και $B = 1$ να εξετάσετε αν η τιμή $x = \sqrt{A+B}$ είναι ρίζα της εξίσωσης:

$$\frac{3(x-2)}{6} - \frac{1-x}{2} = -\frac{x}{2}$$

ΘΕΜΑ 7^ο

α. Να λύσετε την εξίσωση: $6(\omega + 2) + 3 = 3 - 2(\omega - 4)$

β. Να λυθεί η ανίσωση: $\frac{5-x}{4} + \frac{x+2}{8} \geq x$

γ. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης.

ΘΕΜΑ 8^ο

Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης:

$$\frac{3(x-1)}{2} - \frac{5x-3}{4} = \frac{x}{2} - 1$$
 είναι και λύση της ανίσωσης:

$$1 - \frac{2(x-1)}{3} - \left(x - \frac{x-1}{5}\right) > x.$$

ΘΕΜΑ 9^ο

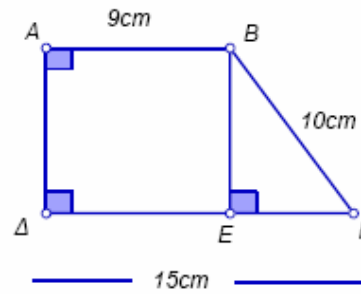
Αν $x = \sqrt{49} - 2 \cdot (\sqrt{3})^2 + \sqrt{9^2}$, και $y = \sqrt{1 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}}$, να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$K = 2 \cdot \sqrt{x^2 - 2xy + y^2}.$$

ΘΕΜΑ 10^ο

Το τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος έχει τις γωνίες Α και Δ ορθές. Επίσης είναι $AB = 9\text{cm}$, $BΓ = 10\text{cm}$ και $ΓΔ = 15\text{cm}$. Να υπολογίσετε:

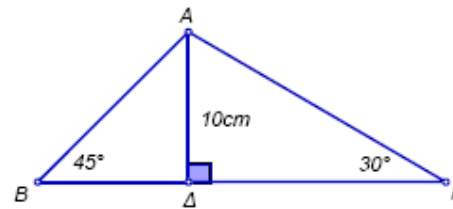
- το ύψος ΒΕ του τραpezίου
- την περίμετρο και το εμβαδόν του τραpezίου.



ΘΕΜΑ 11^ο

Στο διπλανό σχήμα το ΑΔ είναι ύψος του τριγώνου ΑΒΓ και $AD = 10\text{cm}$. Αν $\hat{B} = 45^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$ να βρείτε τις πλευρές ΑΒ, ΒΓ και ΑΓ.

(Δίνεται: $\sqrt{2} \simeq 1,4$, $\sqrt{3} \simeq 1,7$).



ΘΕΜΑ 12^ο

Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\hat{A} = 90^\circ$, $AG = 9\text{cm}$ και $\eta\mu \hat{B} = 0,6$.

Να υπολογίσετε τις πλευρές ΒΓ και ΑΒ. (Να κάνετε σχήμα)

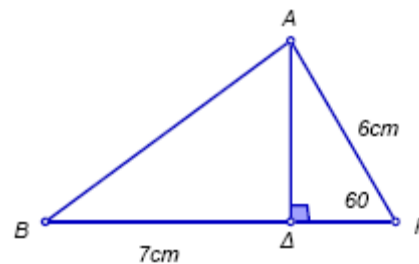
ΘΕΜΑ 13^ο

Στο τρίγωνο ΑΒΓ δίνεται:

$\hat{\Gamma} = 60^\circ$, $AG = 6\text{cm}$ και $BD = 7\text{cm}$.

Να υπολογίσετε:

- το ύψος ΑΔ του ΑΒΓ.
- το εμβαδόν του ΑΒΓ.



ΘΕΜΑ 15^ο

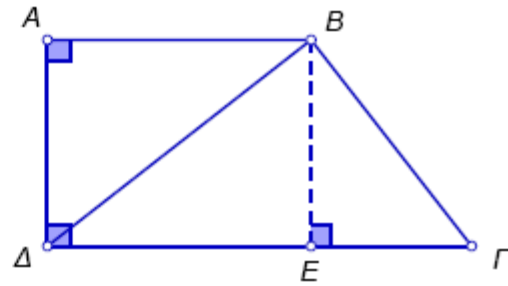
Η περίμετρος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι 54cm και η βάση του 24cm . Να βρείτε:

- Τις ίσες πλευρές
- το ύψος και
- το εμβαδόν του τριγώνου.

(Να κάνετε και το αντίστοιχο σχήμα)

ΘΕΜΑ 16^ο

Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ δίνονται: $\hat{A} = \hat{\Delta} = 90^\circ$,
 $AB = 16\text{cm}$, $B\Gamma = 15\text{cm}$, $A\Delta = 12\text{cm}$. Να
βρείτε τις $B\Delta$, $\Delta\Gamma$, το εμβαδόν του τριγώνου
 $B\Gamma\Delta$, τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της
γωνίας Γ . Δείξτε ότι το τρίγωνο $B\Gamma\Delta$ είναι
ορθογώνιο.



ΘΕΜΑ 17^ο

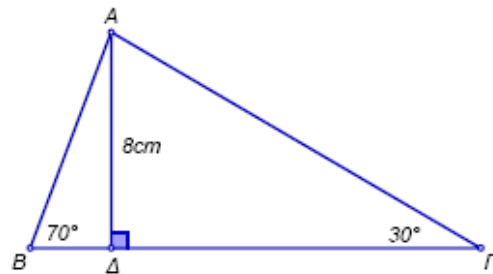
Στο διπλανό τρίγωνο είναι:

Ύψος $A\Delta = 8\text{cm}$, $\hat{B} = 70^\circ$ και $\hat{\Gamma} = 30^\circ$.

Να υπολογιστούν οι πλευρές του τριγώνου
 $AB\Gamma$ καθώς και το εμβαδόν αυτού. Δίνονται:

$\eta\mu 70^\circ = 0,94$ $\sigma\upsilon\nu 70^\circ = 0,34$ $\epsilon\phi 70^\circ = 2,75$

$\eta\mu 30^\circ = 0,5$ $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,87$ $\epsilon\phi 30^\circ = 0,58$



ΘΕΜΑ 18^ο

Μια ευθεία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και από το σημείο $A(4,3)$. Ποιος είναι ο τύπος της συνάρτησης που έχει την ευθεία αυτή για γραφική παράσταση.

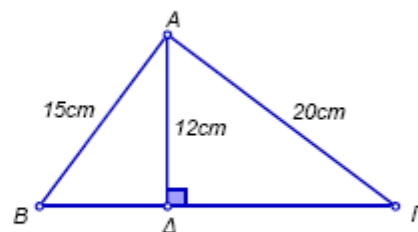
ΘΕΜΑ 19^ο

Στο παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ έχουμε φέρει το
ύψος $A\Delta$. Αν $AB = 15\text{cm}$, $A\Delta = 12\text{cm}$ και
 $A\Gamma = 20\text{cm}$.

A. να υπολογίσετε το $B\Delta$

B. να υπολογίσετε το $\Delta\Gamma$

Γ. να εξετάσετε αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι
ορθογώνιο.



ΘΕΜΑ 20°

Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι:

$AB = A\Gamma = 5\text{cm}$ και $B\Gamma = 6\text{cm}$.

Να υπολογίσετε το ύψος $A\Delta$ του τριγώνου και το εμβαδόν του.

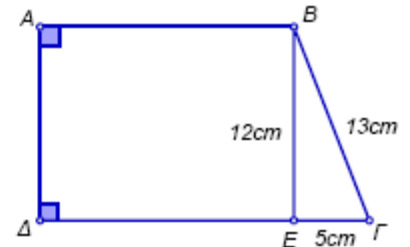
ΘΕΜΑ 21°

Στο διπλανό σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι ορθογώνιο τραπέζιο με

$AB = 16\text{cm}$, $B\Gamma = 13\text{cm}$, $BE = 12\text{cm}$ και $\Gamma E = 5\text{cm}$.

A. Να εξετάσετε αν το BE είναι ύψος του τραpezίου.

B. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν του τραpezίου.



ΘΕΜΑ 22°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB = 6\text{m}$,

$B\Gamma = 8\text{m}$ και $\widehat{\Gamma A\Delta} = 42^\circ$. Οι γωνίες $AB\Gamma$

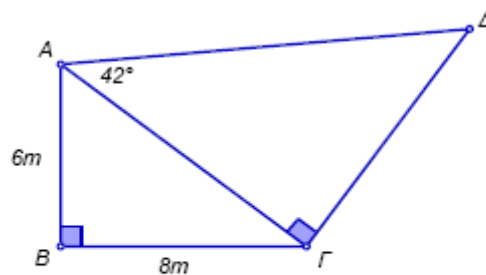
και $A\Gamma\Delta$ είναι ορθές. Να υπολογίσετε:

A. το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma$

B. το ευθύγραμμο τμήμα $\Gamma\Delta$

Γ. το εμβαδόν του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$.

Δίνονται: $\eta\mu 42^\circ = 0,67$, $\sigma\upsilon\nu 42^\circ = 0,74$, $\epsilon\phi 42^\circ = 0,9$



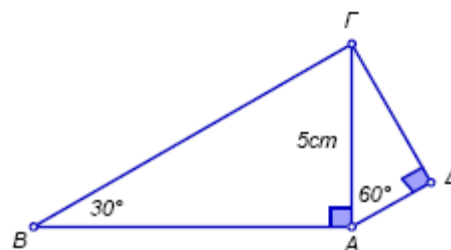
ΘΕΜΑ 23°

Στο παρακάτω σχήμα είναι:

$\widehat{BA\Gamma} = \widehat{A\Delta\Gamma} = 90^\circ$, $\widehat{\Gamma B A} = 30^\circ$

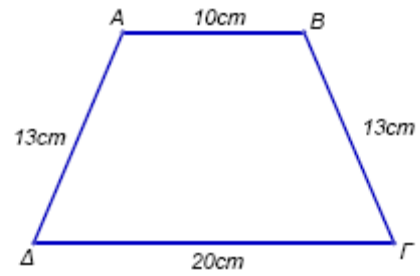
$\widehat{\Gamma A\Delta} = 60^\circ$ και $A\Gamma = 5\text{cm}$.

Να υπολογίσετε τις πλευρές $B\Gamma$, $A\Delta$ και $\Gamma\Delta$.



ΘΕΜΑ 24^ο

Το τραπέζιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος είναι ισοσκελές με $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $AD = B\Gamma$. Αν είναι $AB = 10\text{cm}$, $\Gamma\Delta = 20\text{cm}$, $AD = B\Gamma = 13\text{cm}$, να βρείτε:



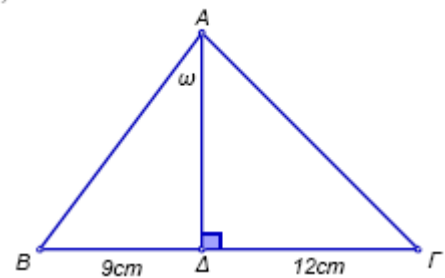
- A. Το ύψος του τραπεζίου.
- B. Το εμβαδόν του τραπεζίου.
- Γ. Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας Γ.

ΘΕΜΑ 25^ο

Στο διπλανό σχήμα είναι: η γωνία $BAD = \omega$ και $\epsilon\phi\omega = \frac{3}{4}$,

το ευθύγραμμο τμήμα $B\Delta = 9\text{cm}$ και το $\Delta\Gamma = 16\text{cm}$.

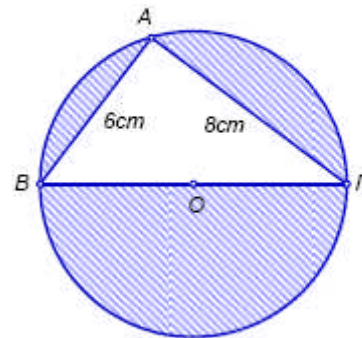
- A. Να υπολογίσετε το ύψος ΑΔ και τις πλευρές ΑΒ, ΑΓ.
- B. Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο.
- Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου (ΑΒΓ).



ΘΕΜΑ 27^ο

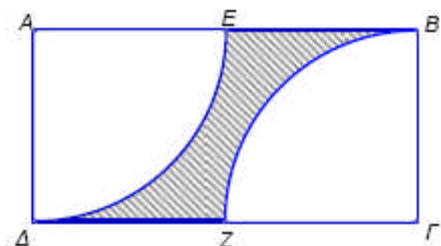
Στο διπλανό σχήμα η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου και δίνονται $AB = 6\text{cm}$ και $A\Gamma = 8\text{cm}$.

- A. Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ;
Αιτιολογήστε την απάντησή σας.
Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ.
- B. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ.
- Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.



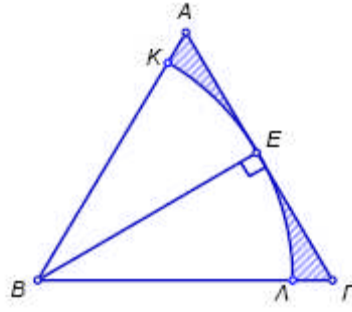
ΘΕΜΑ 28^ο

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με $AB = 10\text{cm}$ και $B\Gamma = 5\text{cm}$, ενώ τα τόξα ΔΕ και ΒΖ έγιναν με κέντρο τις κορυφές Α και Γ του ορθογώνιου, αντίστοιχα και ακτίνα $\rho = 5\text{cm}$. Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδόν της σκιασμένης επιφάνειας.



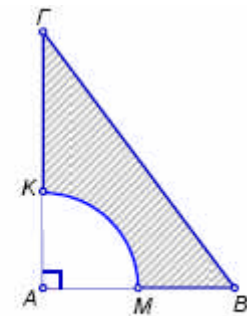
ΘΕΜΑ 29°

Δίνεται ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ πλευράς 12cm. Με κέντρο B και ακτίνα $\rho = BE$, όπου BE ύψος του τριγώνου, γράφουμε τόξο $ΚΛ$. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου σχήματος.



ΘΕΜΑ 30°

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) με $B\Gamma = 10\text{cm}$, $AB = 6\text{cm}$. Έστω M το μέσο της AB , τότε με κέντρο A και ακτίνα AM σχηματίζεται το τόξο $ΜΚ$ (όπως παρουσιάζεται στο σχήμα).



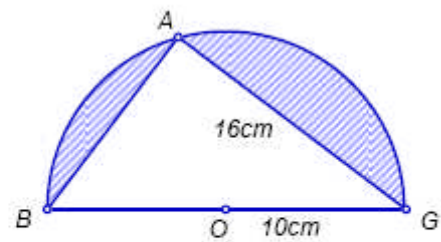
A. Να υπολογίσετε το μήκος της κάθετης πλευράς $A\Gamma$.

B. Να υπολογίσετε το μήκος του τόξου $ΜΚ$.

Γ. Να υπολογίσετε το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν του παραπάνω σχήματος.

ΘΕΜΑ 31°

Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι εγγεγραμμένο σε ημικύκλιο κέντρου O και διαμέτρου $B\Gamma$. Αν η ακτίνα του ημικυκλίου είναι 10cm και η $A\Gamma = 16\text{cm}$



A. Να δείξετε ότι η γωνία A είναι ορθή

B. Να βρείτε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$

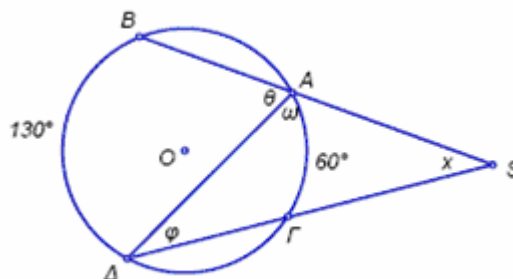
Γ. Να βρείτε το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

ΘΕΜΑ 32°

Στο διπλανό σχήμα είναι:

$$\widehat{A\Gamma} = 60^\circ \text{ και } \widehat{B\Delta} = 130^\circ.$$

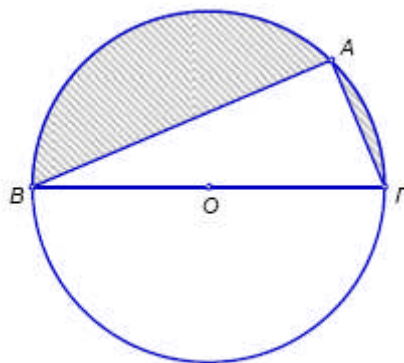
Να υπολογίσετε τις γωνίες θ , ω , φ , x του σχήματος.



ΘΕΜΑ 33^ο

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB = 12\text{cm}$, $AG = 5\text{cm}$ και το $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου. Να βρείτε:

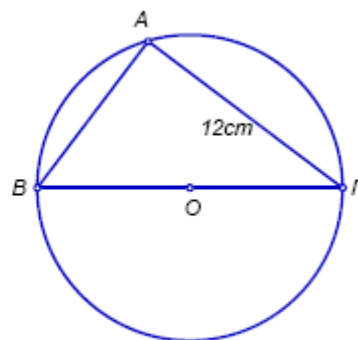
- A. τη γωνία $BA\Gamma$
- B. το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- Γ. το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου τμήματος.



ΘΕΜΑ 34^ο

Στο διπλανό σχήμα η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου και το σημείο A βρίσκεται πάνω στον κύκλο. Αν $AG = 12\text{cm}$ και το εμβαδόν του κύκλου είναι 314 cm^2 να υπολογιστούν:

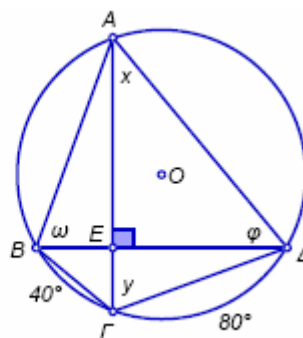
- A. η ακτίνα ρ του κύκλου
- B. το μήκος της πλευράς AB και
- Γ. το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$.



ΘΕΜΑ 35^ο

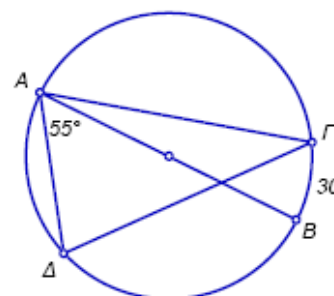
Στο διπλανό σχήμα να υπολογίσετε τις γωνίες x , y , ω , φ .

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΘΕΜΑ 36^ο

Στο πλαϊνό σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου, η γωνία $\Delta AB = 55^\circ$ και το τόξο $\Gamma B = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $A\Delta\Gamma$ και να δείξετε ότι η γωνία $AB\Gamma$ είναι ίση με τη γωνία $A\Delta\Gamma$.
(Να δικαιολογηθούν όλες οι απαντήσεις).

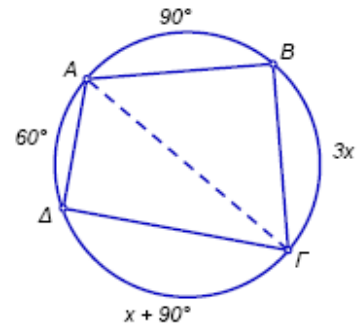


ΘΕΜΑ 37°

Στο διπλανό σχήμα το τόξο AB είναι 90° , το τόξο $B\Gamma$ είναι

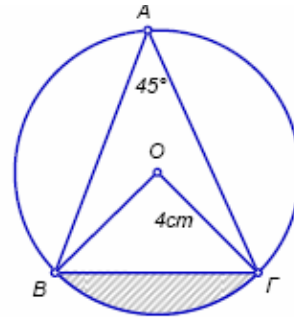
$3x$, το τόξο $\Gamma\Delta$ είναι $x + 90^\circ$ και το τόξο ΔA είναι 60° .

- A. Να αποδείξετε ότι το x ισούται με 30° .
- B. Να υπολογίσετε τα τόξα $B\Gamma$ και $\Gamma\Delta$.
- Γ. Να εξηγήσετε γιατί το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου.
- Δ. Αν το μήκος του $A\Gamma$ είναι 4cm , να υπολογίσετε το εμβαδόν και το μήκος του κύκλου.



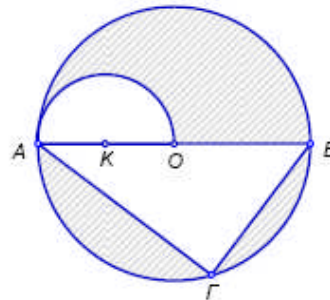
ΘΕΜΑ 38°

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος (O, ρ) με $\rho = 4\text{cm}$ και γωνία $BA\Gamma = 45^\circ$. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους.



ΘΕΜΑ 39°

Έστω τρίγωνο $AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε κύκλο με κέντρο O και διάμετρο AB , με $A\Gamma = 16\text{cm}$ και $B\Gamma = 12\text{cm}$. Αν με κέντρο K και διάμετρο OA φέρω ημικύκλιο, όπως δείχνει το διπλανό σχήμα, να υπολογιστεί η περίμετρος και το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.

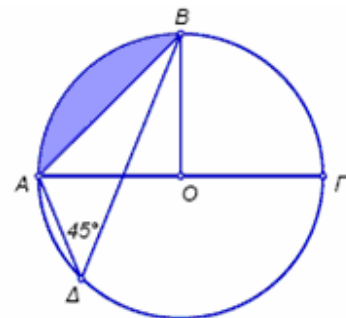


ΘΕΜΑ 40°

Στο παραπάνω σχήμα η $A\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου.

Αν το μήκος του κύκλου είναι $8\pi\text{cm}$ και η $\widehat{A\Delta B}$ είναι 45° , να υπολογίσετε:

- A. Την ακτίνα του κύκλου και το τόξο $B\Gamma$ σε μοίρες.
- B. Αν η διάμετρος είναι 8cm και $\widehat{AOB} = 90^\circ$, να βρείτε το εμβαδόν του κυκλικού τομέα AOB και το μήκος του τόξου AB .
- Γ. Το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας.





5

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

1^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

ΘΕΜΑΤΑ ΓΡΑΠΤΩΝ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΠΕΡΙΟΔΟΥ ΜΑΪΟΥ- ΙΟΥΝΙΟΥ ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΘΕΩΡΙΑ

Ζήτημα 1.

- A) Τι ονομάζεται συνάρτηση;
B) Τι γνωρίζετε για τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$y = a x, \quad y = a x + \beta, \quad \text{και} \quad y = \frac{\alpha}{x};$$

- Γ) Πότε δύο ποσά είναι ανάλογα και πότε είναι αντιστρόφως ανάλογα;

Ζήτημα 2.

- A) Τι είναι επίκεντρη γωνία και τι είναι εγγεγραμμένη γωνία;
B) Πότε ένα πολύγωνο λέγεται κανονικό; Τι ονομάζεται κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου και με τι ισούται;
Γ) Ποια η σχέση που συνδέει ως προς τις μοίρες μια εγγεγραμμένη γωνία και το αντίστοιχο τόξο;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 1) Να γίνουν οι παρακάτω πράξεις:

$$\left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{4}\right)^2 \cdot (-3 + 7 - 6)^{-2} - \left(-\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) \cdot (-4 + 6)^3 \cdot (-7, 12)^0$$

- 2) Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{x-2}{2} + \frac{3(2x-1)}{5} - \frac{x+6}{4} = -\frac{7}{5}$$

- 3) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των ευθειών στο ίδιο σύστημα αξόνων και να βρεθούν οι συντεταγμένες του σημείου τομής τους.

$$y = 2x - 1 \quad \text{και} \quad y = -x + 5$$

Υπενθυμίζουμε ότι οι μαθητές υποχρεούνται να απαντήσουν στο ένα από τα δύο

θέματα θεωρίας και να λύσουν τις δύο από τις τρεις ασκήσεις.

Τα θέματα της θεωρίας και των ασκήσεων είναι βαθμολογικά ισότιμα.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΘΕΜΑΤΑ

Απολυτήριων εξετάσεων περιόδου Μαΐου-Ιουνίου.

ΘΕΩΡΙΑ

Ζήτημα 1.

- A) Να γραφούν οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού Ρητών ;
- B) Να γραφούν οι ιδιότητες των δυνάμεων ;
- Γ) Να συμπληρωθούν οι ισότητες $\alpha^0 = \dots$, $\alpha^1 = \dots$, $\alpha^{-v} = \dots$, $(\alpha/\beta)^{-v} = \dots$

Ζήτημα 2.

- A) Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα και με ποια συνάρτηση εκφράζονται;
- B) Πότε δυο ποσά λέγονται αντιστρόφως ανάλογα και με ποια συνάρτηση εκφράζονται;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

α) $5(x-3) - 2 < 7 - 2(-x+3)$

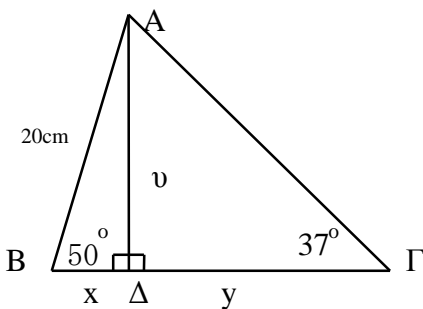
β) $\frac{x-2}{5} - \frac{3(x-1)}{4} < \frac{x-3}{10}$

2) Να υπολογίσετε την περίμετρο και το εμβαδό ενός κανονικού 9-γώνου που είναι εγγεγραμμένο σε κύκλο ακτίνας $\rho=20$ cm :

(Δίνεται $\eta\mu 20^\circ \approx 0,35$, $\sigma\upsilon\nu 20^\circ \approx 0,95$)

3) Να υπολογίσετε τις πλευρές ΑΓ ,ΒΔ και το εμβαδό του τριγώνου ΑΒΓ.

(Δίνεται $AB=20$ cm , $B=50^\circ$ και $\Gamma=37^\circ$)



	ημ	συν	εφ
37°	0,6	0,8	0,75
50°	0,75	0,65	1,2

Υπενθυμίζουμε ότι οι μαθητές υποχρεούνται να απαντήσουν στο ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και να λύσουν τις δύο από τις τρεις ασκήσεις.

Τα θέματα της θεωρίας και των ασκήσεων είναι βαθμολογικά ισότιμα.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΘΕΜΑΤΑ

Απολυτήριων εξετάσεων περιόδου Μαΐου-Ιουνίου.

ΘΕΩΡΙΑ

Ζήτημα 1.

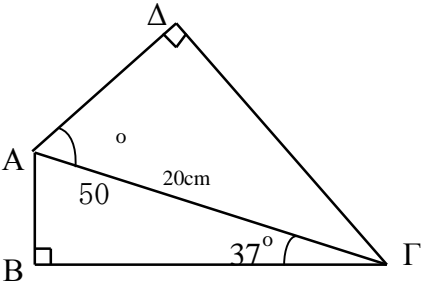
- A) Να γραφούν οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των Ρητών ;
- B) Να γραφούν οι ιδιότητες των δυνάμεων ;
- Γ) Να συμπληρωθούν οι ισότητες $a^0 = \dots$, $a^1 = \dots$, $a^{-v} = \dots$, $(a/b)^{-v} = \dots$

Ζήτημα 2.

- A) Τι ονομάζεται συνάρτηση;
- B) Τι γνωρίζετε για τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων
 $y = a x$, $y = a x + \beta$, και $y = \frac{a}{x}$;
- Γ) Πότε δύο ποσά είναι ανάλογα και πότε είναι αντιστρόφως ανάλογα;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

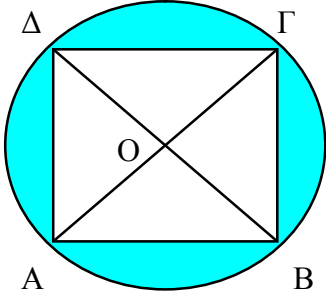
- 1) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:
 α) $5(x-3) - 2 > 7 - 2(3-x)$
 β) $-\frac{11}{12} - \frac{3(x-1)}{4} < \frac{x-2}{3} - \frac{1}{4}$
- 2) Να υπολογίσετε την περίμετρο του τετραπλεύρου ΑΒΓΔ.
 Δίνεται ΑΓ=20 cm και γωνίες $\hat{A} \hat{B} \hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{A} \hat{\Delta} \hat{\Gamma} = 90^\circ$, $\hat{\Delta} \hat{\Lambda} \hat{\Gamma} = 50^\circ$, $\hat{A} \hat{\Gamma} \hat{B} = 37^\circ$



	ημ	συν	εφ
37 ^ο	0,6	0,8	0,75
50 ^ο	0,75	0,65	1,2

($\sqrt{121} = 11$ $\sqrt{144} = 12$ $\sqrt{169} = 13$ $\sqrt{225} = 15$ $\sqrt{256} = 16$)

- 3) Δίνεται εγγεγραμμένο τετράγωνο σε κύκλο ακτίνας $\rho = 10$ cm. Να υπολογίσετε το εμβαδό του χρωματισμένου μέρους του κύκλου : ($\sqrt{200} \approx 14$, $\sqrt{51} \approx 7$)



	ημ	συν
22,5 ^ο	0,38	0,92
45 ^ο	0,7	0,7

Υπενθυμίζουμε ότι οι μαθητές υποχρεούνται να απαντήσουν στο ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και να λύσουν τις δύο από τις τρεις ασκήσεις. Τα θέματα της θεωρίας και των ασκήσεων είναι βαθμολογικά ισότιμα.

