



# Αλγεβρικές Παραστάσεις 1

## 1.2

## Μονώνυμα-Πράξεις με Μονώνυμα

### Α

### Άλγεβρικές Παραστάσεις-Μονώνυμα

Πολλές φορές για να λύσουμε ένα πρόβλημα, καταλήγουμε σε εκφράσεις που περιέχουν μόνο αριθμούς και γι' αυτό ονομάζονται **Αριθμητικές Παραστάσεις**.

Π.χ.

$$6 \cdot 5 + 2 \cdot 8, \quad 2 \cdot 5^2 + 5 \cdot 8$$

Υπάρχουν όμως και προβλήματα στα οποία καταλήγουμε σε εκφράσεις οι οποίες, εκτός από αριθμούς, περιέχουν και μεταβλητές. Οι εκφράσεις αυτές λέγονται **Άλγεβρικές Παραστάσεις**.

Π.χ.  $4x, 2a + 2b, x^2, ab,$   
 $\frac{2x}{y^3}, 2x^2 + xy$



Ειδικότερα μια αλγεβρική παράσταση λέγεται **ακέρεια**, όταν μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και οι εκθέτες των μεταβλητών της είναι φυσικοί αριθμοί.

Π.χ.  $2x + 3x^2$ ,  $\frac{1}{2}a + b^2$ ,  $\frac{4}{3}\pi R^3$

Αν σε μια αλγεβρική παράσταση αντικαταστήσουμε τις μεταβλητές με αριθμούς και κάνουμε τις πράξεις, θα προκύψει ένας αριθμός που λέγεται **αριθμητική τιμή** ή απλά τιμή της αλγεβρικής παράστασης.

Για παράδειγμα, η τιμή της αλγεβρικής παράστασης  $2x^2 + xy$  για  $x = 5$  και  $y = 8$ , είναι  $2 \cdot 5^2 + 5 \cdot 8 = 90$ .

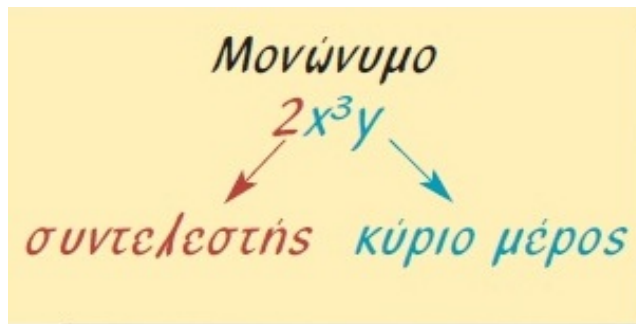


## Μονώνυμα

Οι ακέραιες αλγεβρικές παραστάσεις, στις οποίες μεταξύ των μεταβλητών σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού, λέγονται **μονώνυμα**

Π.χ.  $4x$ ,  $x^2$ ,  $\frac{2}{3}ab$ ,  $\sqrt{2}x^4y^2w^3$

Σ' ένα μονώνυμο ο αριθμητικός παράγοντας λέγεται **συντελεστής** του μονωνύμου, ενώ το γινόμενο όλων των μεταβλητών του με τους αντίστοιχους εκθέτες τους λέγεται **κύριο μέρος** του μονωνύμου.



Οι εκθέτες πρέπει να είναι **φυσικοί** αριθμοί

Ο εκθέτης μιας μεταβλητής λέγεται **βαθμός** του μονωνύμου ως προς τη μεταβλητή αυτή, ενώ ο **βαθμός** του μονωνύμου ως προς όλες τις μεταβλητές του λέγεται το άθροισμα των εκθετών των μεταβλητών του.

Το μονώνυμο  $2x^3y$  είναι:  
3<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$   
1<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $y$   
4<sup>ο</sup> βαθμού ως προς  $x$  και  $y$

Τα μονώνυμα που έχουν το ίδιο κύριο μέρος λέγονται **όμοια**. Παράδειγμα

$$\frac{2}{5}x^3y\omega^2, -5x^3y\omega^2, x^3y\omega^2,$$



Τα **όμοια** μονώνυμα που έχουν τον ίδιο συντελεστή λέγονται **ίσα** ενώ, αν έχουν αντίθετους συντελεστές, λέγονται **αντίθετα**.

Για παράδειγμα τα μονώνυμα  $2x^3y$  και  $-2x^3y$  είναι αντίθετα.

Οι αριθμοί θεωρούνται ως μονώνυμα και τα ονομάζουμε **σταθερά** μονώνυμα.

Ειδικότερα, ο αριθμός 0 λέγεται **μηδενικό μονώνυμο** και δεν έχει βαθμό, ενώ όλα τα άλλα σταθερά μονώνυμα είναι μηδενικού βαθμού. Για παράδειγμα, ο αριθμός 5 είναι σταθερό μονώνυμο μηδενικού βαθμού



## Ερωτήσεις Κατανόησης

**1.** Ποιες από τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμα;

α)  $-3x^2y$       β)  $3 + x^2y$       γ)  $\frac{x^3y}{\omega^2}$       δ)  $2x^2y\omega^3$       ε)  $(3 - \sqrt{2})\alpha\beta^3$       στ)  $\frac{2}{3}\alpha\beta\gamma^3$

**2.** Ποια από τα παρακάτω μονώνυμα είναι όμοια:

α)  $6x^2y^2$       β)  $-\frac{3}{5}xy^3$       γ)  $-x^3y\omega$       δ)  $-5y^3x$       ε)  $\frac{\omega y x^3}{4}$       στ)  $\frac{5}{2}y^2x^2$   
ζ)  $\frac{xy^3}{7}$       η)  $-x^2y^2$       θ)  $yx^3\omega$       ι)  $\sqrt{2}xy^3$



## Ερωτήσεις Κατανόησης

1. Ποιες από τις παρακάτω αλγεβρικές παραστάσεις είναι μονώνυμα;

$$\alpha) -3x^2y$$

$$\beta) 3 + x^2y$$

$$\gamma) \frac{x^3y}{\omega^2}$$

$$\delta) 2x^2y\omega^3$$

$$\epsilon) (3 - \sqrt{2})\alpha\beta^3$$

$$\sigma\tau) \frac{2}{3}\alpha\beta\gamma^3$$

2. Ποια από τα παρακάτω μονώνυμα είναι όμοια:

$$\alpha) 6x^2y^2$$

$$\beta) -\frac{3}{5}xy^3$$

$$\gamma) -x^3y\omega$$

$$\delta) -5y^3x$$

$$\epsilon) \frac{\omega y x^3}{4}$$

$$\sigma\tau) \frac{5}{2}y^2x^2$$

$$\zeta) \frac{xy^3}{7}$$

$$\eta) -x^2y^2$$

$$\theta) yx^3\omega$$

$$\iota) \sqrt{2}xy^3$$

$\alpha, \sigma\tau, \eta$

$\beta, \delta, \zeta, \iota$

$\gamma, \epsilon, \theta$



3. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Μονώνυμο	Συντελεστής	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x και y
$5xy^4$				
$-xy^2$				
$\frac{1}{7}x^2y^5$				
$-\sqrt{3}x^4$				



3. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Μονώνυμο	Συντελεστής	Βαθμός ως προς x	Βαθμός ως προς y	Βαθμός ως προς x και y
$5xy^4$	5	1	4	5
$-xy^2$	-1	1	2	3
$\frac{1}{7}x^2y^5$	$\frac{1}{7}$	2	5	7
$-\sqrt{3}x^4$	$-\sqrt{3}$	4	0	4

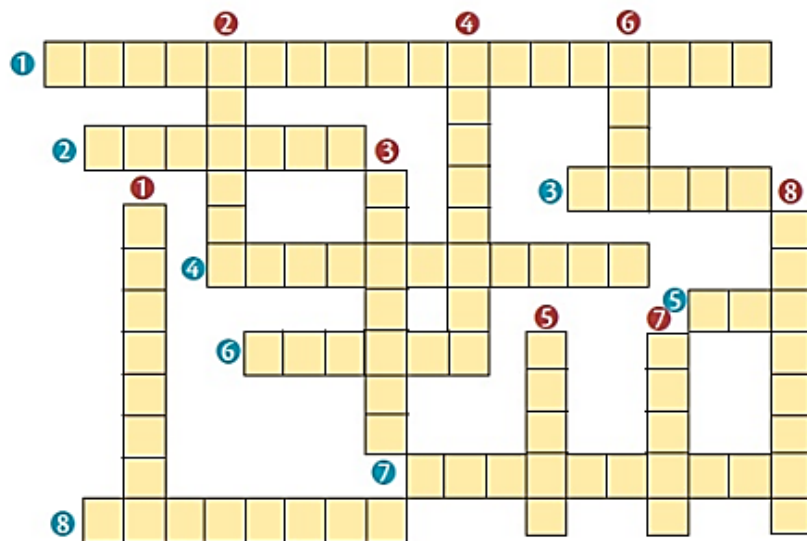


## 4. Να λύσετε το σταυρόλεξο

# Μαθηματικά Γ Γυμνασίου

### ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ

1. Έκφραση που περιέχει αριθμούς και μεταβλητές συνδεδεμένες με τα σύμβολα των πράξεων (δύο λέξεις).
2. Είναι τα μονώνυμα  $8, -5, 0, 3$ .
3. Είναι ο βαθμός του μονωνύμου  $3x^2y$  ως προς  $y$ .
4. Στο μονώνυμο  $-2x^2y$  είναι το  $-2$ .
5. Είναι τα μονώνυμα  $-\frac{6}{2}x^3y, -3x^3y$ .
6. Ο συντελεστής του μονωνύμου  $xy$ .
7. Είναι το  $xy^2$  στο μονώνυμο  $4xy^2$  (δύο λέξεις).
8. Η απλούστερη αλγεβρική παράσταση.



### ΚΑΘΕΤΑ

1. Το μονώνυμο αυτό δεν έχει βαθμό.
2. Στο μονώνυμο  $7x^4y^5$  ως προς  $x$  είναι 4.
3. Παράσταση που μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού.
4. Είναι τα μονώνυμα  $5xy^2, -\sqrt{25}xy^2$ .
5. Είναι τα μονώνυμα  $4a^2b^5, -a^2b^5$ .
6. Η ..... του μονωνύμου  $-2x^2y$  για  $x = 2$  και  $y = -1$  είναι 8.
7. Είναι ο βαθμός των σταθερών μονωνύμων  $6, -3, 7$ .
8. Η πράξη αυτή δε σημειώνεται μεταξύ των μεταβλητών ενός μονωνύμου.



# Μαθηματικά Γ Γυμνασίου

Λύση

				<b>2</b>					<b>4</b>			<b>6</b>						
<b>1</b>	A	Λ	Γ	E	B	P	I	K	H	Π	A	P	A	Σ	T	A	Σ	H
				A						N			I					
<b>2</b>	Σ	T	A	Θ	E	P	A	<b>3</b>		T			M					
		<b>1</b>		M				A		I	<b>3</b>	M	H	Δ	E	N	<b>8</b>	
		M		O				K		Θ							A	
	H	<b>4</b>	Σ	Υ	N	T	E	Λ	E	Σ	T	H	Σ				Φ	
	Δ						P		T		<b>5</b>		<b>5</b> <b>7</b>	I	Σ	A		
	E		<b>6</b>	M	O	N	A	Δ	A		O		M				I	
	N						I				M		H				P	
	I						A				O		Δ				E	
	K						<b>7</b>	K	Υ	P	I	O	M	E	P	O	Σ	
<b>8</b>	M	O	N	Ω	N	Υ	M	O			A			N			H	



## B

## Πράξεις με μονώνυμα

### Πρόσθεση μονωνύμων

Ένα άθροισμα ομοίων μονωνύμων π.χ.  $-5x^3 + 2x^3$  με τη βοήθεια της επιμεριστικής ιδιότητας γράφεται

$$-5x^3 + 2x^3 = (-5 + 2)x^3 = -3x^3$$

Παρατηρούμε ότι:

**Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο όμοιο με αυτά και έχει συντελεστή το άθροισμα των συντελεστών τους.**

Σύμφωνα με τον προηγούμενο κανόνα, έχουμε  $-12x^2y - 3x^2y = -15x^2y$ . Αν τα μονώνυμα δεν είναι όμοια, όπως τα  $3x$  και  $5y$ , τότε το άθροισμά τους  $3x + 5y$  δεν είναι μονώνυμο.



## Πολλαπλασιασμός μονωνύμων

Ένα γινόμενο μονωνύμων π.χ.  $(-2x)(3x^2y)$  με τη βοήθεια των ιδιοτήτων του πολλαπλασιασμού και των δυνάμεων γράφεται

$$(-2x)(3x^2y) = (-2)x \cdot 3x^2y = (-2) \cdot 3(x \cdot x^2)y = -6x^3y$$

Παρατηρούμε ότι:

Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο με:

**Συντελεστή** το γινόμενο των συντελεστών τους και **κύριο μέρος** το γινόμενο όλων των μεταβλητών τους με εκθέτη κάθε μεταβλητής το άθροισμα των εκθετών της.

Π.χ. 
$$(-3x^4y^3\omega)\left(\frac{2}{5}x\omega^3\right) = -\frac{6}{5}x^5y^3\omega^4$$



## Διαίρεση μονωνύμων

Η διαίρεση μονωνύμων, όπως και η διαίρεση αριθμών γίνεται, αν πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη. Για παράδειγμα,

$$(-12x^4y\omega^2) : (4x^2y\omega) = -12x^4y\omega^2 \cdot \frac{1}{4x^2y\omega} = \frac{-12x^4y\omega^2}{4x^2y\omega} = -\frac{12}{4} \cdot \frac{x^4}{x^2} \cdot \frac{y}{y} \cdot \frac{\omega^2}{\omega} = -3x^2\omega.$$

Ομοίως έχουμε:  $(7xy^4) : (-x^3y) = \frac{7xy^4}{-x^3y} = -\frac{7y^3}{x^2}$

Παρατηρούμε ότι στο πρώτο παράδειγμα το πηλίκο των μονωνύμων είναι μονώνυμο, ενώ στο δεύτερο παράδειγμα δεν είναι μονώνυμο



## Ερωτήσεις Κατανόησης

**1.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)**, αν είναι σωστές ή με **(Λ)** αν είναι λανθασμένες.

α) Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο.

β) Η διαφορά δύο μονωνύμων είναι μονώνυμο.

γ) Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο.

δ) Το πηλίκο δύο μονωνύμων είναι μονώνυμο.





## Ερωτήσεις Κατανόησης

**1.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)**, αν είναι σωστές ή με **(Λ)** αν είναι λανθασμένες.

α) Το άθροισμα ομοίων μονωνύμων είναι μονώνυμο. **Σ**

β) Η διαφορά δύο μονωνύμων είναι μονώνυμο. **Λ**

γ) Το γινόμενο μονωνύμων είναι μονώνυμο. **Σ**

δ) Το πηλίκο δύο μονωνύμων είναι μονώνυμο. **Λ**



**12.** Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α)  $-5x^2 + 2x^2 = \dots\dots\dots$

β)  $-5x^2 \cdot 2x^3 = \dots\dots\dots$

γ)  $3x - 2y + 2x = \dots\dots\dots$

δ)  $4x^2y - yx^2 = \dots\dots\dots$

ε)  $2xy \cdot y^2 = \dots\dots\dots$

στ)  $6x^3y : 3xy = \dots\dots\dots$

ζ)  $5x^4\omega^3 (\dots\dots) = -10x^6\omega^4$

η)  $\frac{-12x^3y}{\dots\dots\dots} = \frac{4x^2}{y}$

θ)  $3x^2y - \dots\dots = -4x^2y$



**12.** Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

α)  $-5x^2 + 2x^2 = \dots\dots\dots$

β)  $-5x^2 \cdot 2x^3 = \dots\dots\dots$

γ)  $3x - 2y + 2x = \dots\dots\dots$

δ)  $4x^2y - yx^2 = \dots\dots\dots$

ε)  $2xy \cdot y^2 = \dots\dots\dots$

στ)  $6x^3y : 3xy = \dots\dots\dots$

ζ)  $5x^4\omega^3 (\dots\dots) = -10x^6\omega^4$

η)  $\frac{-12x^3y}{\dots\dots\dots} = \frac{4x^2}{y}$

θ)  $3x^2y - \dots\dots = -4x^2y$

## Απάντηση

α.  $-3x^2$

β.  $-10x^5$

γ.  $5x-2y$

δ.  $3x^2y$

ε.  $2xy^3$

στ.  $2x^2$

ζ.  $-2x^2\omega$

η.  $-3xy^2$

θ.  $7x^2y$

