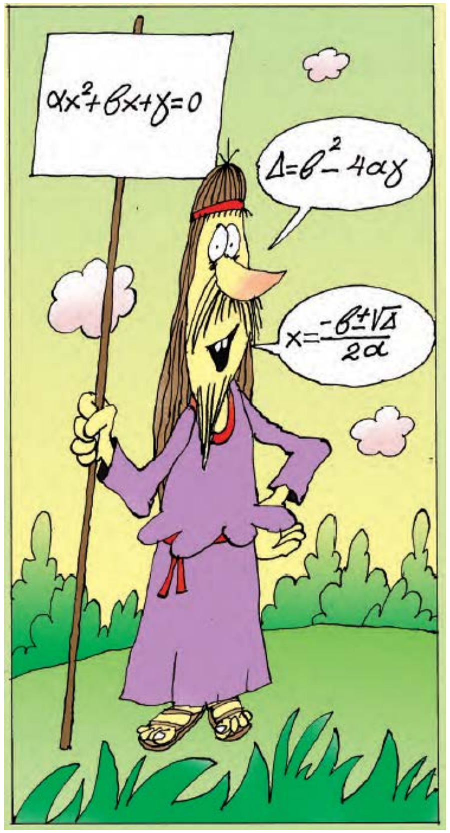


Μαθηματικά Γ Γυμνασίου

2

Εξισώσεις - Ανισώσεις

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Υπάρχουν προβλήματα που η επίλυσή τους οδηγεί σε εξίσωση μ' έναν άγνωστο και στην οποία ο μεγαλύτερος εκθέτης του αγνώστου είναι ο αριθμός 2.

$x^2 = 9$,

$x^2 - 3x = 0$,

$x^2 + 15x - 16 = 0$

Σε καθεμία από τις προηγούμενες περιπτώσεις λέμε ότι έχουμε **εξίσωση 2ου βαθμού με έναν άγνωστο (δευτεροβάθμια εξίσωση)**.

Σύμφωνα και με τα προηγούμενα παραδείγματα δεχόμαστε ότι η γενική μορφή μιας εξίσωσης 2ου βαθμού με άγνωστο x είναι

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad \text{με} \quad \alpha \neq 0$$

Οι αριθμοί α, β, γ λέγονται **συντελεστές** της εξίσωσης. Ο συντελεστής γ λέγεται και **σταθερός όρος**. Οι συντελεστές σε καθεμιά από τις παρακάτω εξισώσεις είναι:

$x^2 - 9 = 0$:	$\alpha = 1$	$\beta = 0$	$\gamma = -9$
$x^2 - 3x = 0$:	$\alpha = 1$	$\beta = -3$	$\gamma = 0$
$x^2 + 15x - 16 = 0$:	$\alpha = 1$	$\beta = 15$	$\gamma = -16$

Κάθε αριθμός που επαληθεύει μια εξίσωση δευτέρου βαθμού λέγεται λύση ή ρίζα της εξίσωσης.

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Α Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με ανάλυση σε γινόμενο παραγόντων

Θυμόμαστε ότι: **Αν $\alpha \cdot \beta = 0$ τότε $\alpha = 0$ ή $\beta = 0$**

Επίλυση εξίσωσης της μορφής $\alpha x^2 + \beta x = 0$ με $\alpha \neq 0$

Για να λύσουμε την εξίσωση $x^2 = 3x$ εργαζόμαστε ως εξής:

- Μεταφέρουμε όλους τους όρους στο α′ μέλος.
- Αναλύουμε το α′ μέλος σε γινόμενο παραγόντων.
- Το γινόμενο $x(x-3)$ είναι ίσο με το μηδέν, μόνο όταν $x = 0$ ή $x - 3 = 0$.

$$x^2 = 3x$$
$$x^2 - 3x = 0$$
$$x(x-3) = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ή} \quad x - 3 = 0$$
$$x = 0 \quad \text{ή} \quad x = 3$$

Άρα η εξίσωση έχει δύο λύσεις, τις $x = 0$ και $x = 3$

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Επίλυση εξίσωσης της μορφής $\alpha x^2 + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$

Για να λύσουμε την εξίσωση $x^2 - 9 = 0$, εργαζόμαστε ως εξής:

1ος τρόπος:

- Το α′ μέλος της εξίσωσης είναι διαφορά τετραγώνων και το β′ μέλος είναι μηδέν.
- Αναλύουμε το α′ μέλος σε γινόμενο παραγόντων.
- Το γινόμενο $(x - 3)(x + 3)$ είναι ίσο με το μηδέν, μόνο όταν $x - 3 = 0$ ή $x + 3 = 0$

$$x^2 - 9 = 0$$
$$x^2 - 3^2 = 0$$
$$(x - 3)(x + 3) = 0$$
$$x - 3 = 0 \quad ή \quad x + 3 = 0$$
$$x = 3 \quad ή \quad x = -3$$

Άρα η εξίσωση έχει δύο λύσεις, τις $x = 3$ και $x = -3$

2ος τρόπος:

- Όταν α είναι θετικός αριθμός, η εξίσωση $x^2 = \alpha$ έχει δύο λύσεις, τις $x = \sqrt{\alpha}$ και $x = -\sqrt{\alpha}$

$$x^2 - 9 = 0$$
$$x^2 = 9$$
$$x = \sqrt{9} \quad ή \quad x = -\sqrt{9}$$
$$x = 3 \quad ή \quad x = -3$$

Για να λύσουμε την εξίσωση $x^2 + 16 = 0$, αν εργαστούμε όπως προηγουμένως, παρατηρούμε ότι αυτή γράφεται $x^2 = -16$. Η εξίσωση αυτή δεν έχει λύση (αδύνατη), γιατί το τετράγωνο κάθε πραγματικού αριθμού είναι θετικός αριθμός ή μηδέν και δεν είναι δυνατόν να είναι ίσο με -16.

Αν α είναι αρνητικός αριθμός, τότε η εξίσωση $x^2 = \alpha$ δεν έχει λύση (αδύνατη)

Η εξίσωση $x^2 = 0$ έχει λύση την $x = 0$. Η λύση αυτή λέγεται **διπλή**, γιατί η εξίσωση $x^2=0$ γράφεται $x \cdot x = 0$, οπότε $x = 0$ ή $x = 0$ (δηλαδή έχει δύο φορές την ίδια λύση).

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Επίλυση εξίσωσης της μορφής $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$

Για να λύσουμε την εξίσωση $9x^2 - 6x + 1 = 0$ εργαζόμαστε ως εξής:

- Το πρώτο μέλος της εξίσωσης είναι ανάπτυγμα τετραγώνου σύμφωνα με την ταυτότητα $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2$
- Το $(3x - 1)^2$ είναι ίσο με το μηδέν, μόνο όταν $3x - 1 = 0$

$$9x^2 - 6x + 1 = 0$$
$$(3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 + 1^2 = 0$$
$$(3x - 1)^2 = 0$$
$$3x - 1 = 0 \text{ ή } x = \frac{1}{3}$$

Άρα η εξίσωση έχει μία διπλή λύση, την $x = \frac{1}{3}$

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Για να λύσουμε την εξίσωση $x^2 + 15x - 16 = 0$ σχηματίζουμε στο α′ μέλος ανάπτυγμα τετραγώνου εργαζόμενοι ως εξής:

- Πολλαπλασιάζουμε όλους τους όρους της εξίσωσης με 4α, όπου α ο συντελεστής του x^2.
- Μεταφέρουμε στο β′ μέλος τον σταθερό όρο και στο α′ μέλος δημιουργούμε παράσταση της μορφής $\alpha^2 + 2\alpha\beta$ ή $\alpha^2 - 2\alpha\beta$.
- Για να συμπληρωθεί το ανάπτυγμα τετραγώνου προσθέτουμε και στα δύο μέλη το β^2.
- Χρησιμοποιούμε μία από τις ταυτότητες

$$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2$$
$$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = (\alpha - \beta)^2$$

$$x^2 + 15x - 16 = 0$$
$$4x^2 + 60x - 64 = 0$$
$$(2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot 15 = 64$$
$$(2x)^2 + 2\cdot 2x\cdot 15 + 15^2 = 64 + 15^2$$
$$(2x + 15)^2 = 289$$

$$2x + 15 = \sqrt{289} \quad \text{ή} \quad 2x + 15 = -\sqrt{289}$$
$$2x + 15 = 17 \quad \text{ή} \quad 2x + 15 = -17$$
$$2x = 2 \quad \text{ή} \quad 2x = -32$$
$$x = 1 \quad \text{ή} \quad x = -16$$

Άρα η εξίσωση έχει δύο λύσεις, τις $x = 1$ και $x = -16$

Η μέθοδος με την οποία λύσαμε την εξίσωση $x^2 + 15x - 16 = 0$ είναι γνωστή ως **μέθοδος συμπλήρωσης τετραγώνου**.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Ο αριθμός 0 είναι λύση της εξίσωσης $x^2 - 4x + 3 = 0$.

β) Ο αριθμός 3 είναι λύση της εξίσωσης $x^2 - 4x + 3 = 0$.

γ) Οι λύσεις της εξίσωσης $(x - 2)(x + 1) = 0$ είναι $x = 2$ και $x = -1$.

δ) Η εξίσωση $x^2 = 16$ έχει μοναδική λύση τον αριθμό $x = 4$.

ε) Η εξίσωση $x^2 = -9$ δεν έχει λύση.

στ) Η εξίσωση $(x - 2)^2 = 0$ έχει διπλή λύση τον αριθμό $x = 2$.

2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Η εξίσωση $5x - 6 = x^2$ είναι 2ου βαθμού.

β) Η εξίσωση $x^2 + 3x + 8 = x(x + 2)$ είναι 2ου βαθμού.

γ) Η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 + 5x + 3 = 0$ είναι

i) 1ου βαθμού, όταν $\lambda = 2$

ii) 2ου βαθμού, όταν $\lambda \neq 2$.

3 Ένας μαθητής λύνοντας την εξίσωση $x^2 = 6x$ απλοποίησε με το x και βρήκε ότι έχει μοναδική λύση τη $x = 6$. Παρατηρώντας όμως την εξίσωση διαπίστωσε ότι επαληθεύεται και για $x = 0$. Πού έγινε το λάθος και χάθηκε η λύση $x = 0$;

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Ο αριθμός 0 είναι λύση της εξίσωσης $x^2 - 4x + 3 = 0$. ☐

β) Ο αριθμός 3 είναι λύση της εξίσωσης $x^2 - 4x + 3 = 0$. ☐

γ) Οι λύσεις της εξίσωσης $(x - 2)(x + 1) = 0$ είναι $x = 2$ και $x = -1$. ☐

δ) Η εξίσωση $x^2 = 16$ έχει μοναδική λύση τον αριθμό $x = 4$. ☐

ε) Η εξίσωση $x^2 = -9$ δεν έχει λύση. ☐

στ) Η εξίσωση $(x - 2)^2 = 0$ έχει διπλή λύση τον αριθμό $x = 2$. ☐

2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Η εξίσωση $5x - 6 = x^2$ είναι 2ου βαθμού. ☐

β) Η εξίσωση $x^2 + 3x + 8 = x(x + 2)$ είναι 2ου βαθμού. ☐

γ) Η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 + 5x + 3 = 0$ είναι

i) 1ου βαθμού, όταν $\lambda = 2$ ☐

ii) 2ου βαθμού, όταν $\lambda \neq 2$. ☐

3 Ένας μαθητής λύνοντας την εξίσωση $x^2 = 6x$ απλοποίησε με το x και βρήκε ότι έχει μοναδική λύση τη $x = 6$. Παρατηρώντας όμως την εξίσωση διαπίστωσε ότι επαληθεύεται και για $x = 0$. Πού έγινε το λάθος και χάθηκε η λύση $x = 0$;

1. Λ – Σ – Σ – Λ – Σ – Σ 2. Σ – Λ – Σ, Σ 3. Η απλοποίηση με x γίνεται εφόσον είναι $x \neq 0$

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Β Επίλυση εξισώσεων δευτέρου βαθμού με τη βοήθεια τύπου

Στην προηγούμενη ενότητα εφαρμόσαμε τη μέθοδο «συμπλήρωσης τετραγώνου» για να λύσουμε την εξίσωση $x^2 + 15x - 16 = 0$. Τη μέθοδο αυτή μπορούμε να την εφαρμόσουμε και για να λύσουμε την εξίσωση δευτέρου βαθμού στη γενική της μορφή, $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$. Έχουμε διαδοχικά:

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$$

- Πολλαπλασιάζουμε όλους τους όρους με 4α.

$$4\alpha \cdot \alpha x^2 + 4\alpha \cdot \beta x + 4\alpha \cdot \gamma = 0$$

- Μεταφέρουμε το σταθερό όρο στο β′ μέλος.

$$4\alpha^2 x^2 + 4\alpha\beta x = -4\alpha\gamma$$

- Στο α′ μέλος έχουμε δύο όρους του αναπτύγματος $(2\alpha x + \beta)^2$. Για να συμπληρώσουμε το τετράγωνο του $2\alpha x + \beta$ προσθέτουμε και στα δύο μέλη το β^2.

$$(2\alpha x)^2 + 2 \cdot 2\alpha x \cdot \beta = -4\alpha\gamma$$

$$(2\alpha x)^2 + 2 \cdot 2\alpha x \cdot \beta + \beta^2 = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

$$(2\alpha x + \beta)^2 = \beta^2 - 4\alpha\gamma$$

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Αν συμβολίσουμε την παράσταση $\beta^2 - 4\alpha\gamma$ με το γράμμα Δ, τότε η εξίσωση γράφεται $(2\alpha x + \beta)^2 = \Delta$ και διακρίνουμε τις εξής περιπτώσεις:

- Αν $\Delta > 0$, τότε έχουμε:

  $2\alpha x + \beta = \pm\sqrt{\Delta}$

  $2\alpha x = -\beta \pm \sqrt{\Delta}$

  $x = \dfrac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

  Άρα η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις,

  τις $x = \dfrac{-\beta + \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$ και $x = \dfrac{-\beta - \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$

- Αν $\Delta = 0$, τότε έχουμε:

  $(2\alpha x + \beta)^2 = 0$

  $2\alpha x + \beta = 0$

  $2\alpha x = -\beta$

  $x = -\dfrac{\beta}{2\alpha}$

  Άρα η εξίσωση έχει μία διπλή λύση,

  τη $x = -\dfrac{\beta}{2\alpha}$

- Αν $\Delta < 0$, τότε η εξίσωση δεν έχει λύση (**αδύνατη**).

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Η παράσταση $β^2 – 4αγ$, όπως είδαμε, παίζει σημαντικό ρόλο στην επίλυση της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$, γιατί μας επιτρέπει να διακρίνουμε το πλήθος των λύσεών της. Γι' αυτό λέγεται **διακρίνουσα** και συμβολίζεται με το γράμμα Δ, δηλαδή

$$Δ = β^2 - 4αγ$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$.

- Αν $Δ > 0$, έχει **δύο άνισες λύσεις** τις $x = \dfrac{-β \pm \sqrt{Δ}}{2α}$
- Αν $Δ = 0$, έχει **μία διπλή λύση** την $x = -\dfrac{β}{2α}$
- Αν $Δ < 0$, **δεν έχει λύση** (αδύνατη).

2.2 Εξισώσεις δευτέρου βαθμού

Η παράσταση $β^2 – 4αγ$, όπως είδαμε, παίζει σημαντικό ρόλο στην επίλυση της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$, γιατί μας επιτρέπει να διακρίνουμε το πλήθος των λύσεών της. Γι' αυτό λέγεται **διακρίνουσα** και συμβολίζεται με το γράμμα Δ, δηλαδή

$$\boxed{Δ = β^2 – 4αγ}$$

Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι:

Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$.

- Αν $Δ > 0$, έχει **δύο άνισες λύσεις** τις $x = \dfrac{-β \pm\sqrt{Δ}}{2α}$
- Αν $Δ = 0$, έχει **μία διπλή λύση** την $x = -\dfrac{β}{2α}$
- Αν $Δ < 0$, **δεν έχει λύση** (αδύνατη).

Παραγοντοποίηση τριωνύμου

Στο προηγούμενο παράδειγμα διαπιστώσαμε ότι:

- Οι λύσεις της εξίσωσης $2x^2 - 8x + 6 = 0$ είναι οι αριθμοί 3 και 1.
- Το τριώνυμο $2x^2 - 8x + 6$ αναλύεται σε γινόμενο παραγόντων ως εξής:

  $2x^2 - 8x + 6 = 2(x - 3)(x - 1)$

Γενικά

Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$, τότε το τριώνυμο $\alpha x^2 + \beta x + \gamma$ παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = \alpha(x - \rho_1)(x - \rho_2)$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$, τότε να αντιστοιχίσετε σε κάθε περίπτωση της στήλης (Α) το σωστό συμπέρασμα από τη στήλη (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $\Delta > 0$	1. Η εξίσωση έχει μία τουλάχιστον λύση.
β. $\Delta = 0$	2. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις.
γ. $\Delta \geq 0$	3. Η εξίσωση έχει μία διπλή λύση.
δ. $\Delta < 0$	4. Η εξίσωση δεν έχει λύση.

α	β	γ	δ

2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Αν μία εξίσωση 2ου βαθμού έχει διακρίνουσα θετική, τότε δεν έχει λύση. ☐

β) Αν μία εξίσωση 2ου βαθμού έχει διακρίνουσα θετική ή μηδέν, τότε έχει μία τουλάχιστον λύση. ☐

γ) Η εξίσωση $2x^2 + 4x - 6 = 0$ έχει ως λύσεις τους αριθμούς 1 και -3, οπότε το τριώνυμο $2x^2 + 4x - 6$ γράφεται $2x^2 + 4x - 6 = (x - 1)(x + 3)$. ☐

3 Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις είναι προτιμότερο να λυθούν με τη βοήθεια του τύπου

α) $2x^2 = 7x$ β) $3x^2 - 2x + 8 = 0$ γ) $-2x^2 + 50 = 0$ δ) $5x^2 + x - 4 = 0$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

1 Αν Δ είναι η διακρίνουσα της εξίσωσης $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$, τότε να αντιστοιχίσετε σε κάθε περίπτωση της στήλης (Α) το σωστό συμπέρασμα από τη στήλη (Β).

Στήλη Α	Στήλη Β
α. $Δ > 0$	1. Η εξίσωση έχει μία τουλάχιστον λύση.
β. $Δ = 0$	2. Η εξίσωση έχει δύο άνισες λύσεις.
γ. $Δ \geq 0$	3. Η εξίσωση έχει μία διπλή λύση.
δ. $Δ < 0$	4. Η εξίσωση δεν έχει λύση.

α	β	γ	δ

2 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Αν μία εξίσωση 2ου βαθμού έχει διακρίνουσα θετική, τότε δεν έχει λύση. ☐

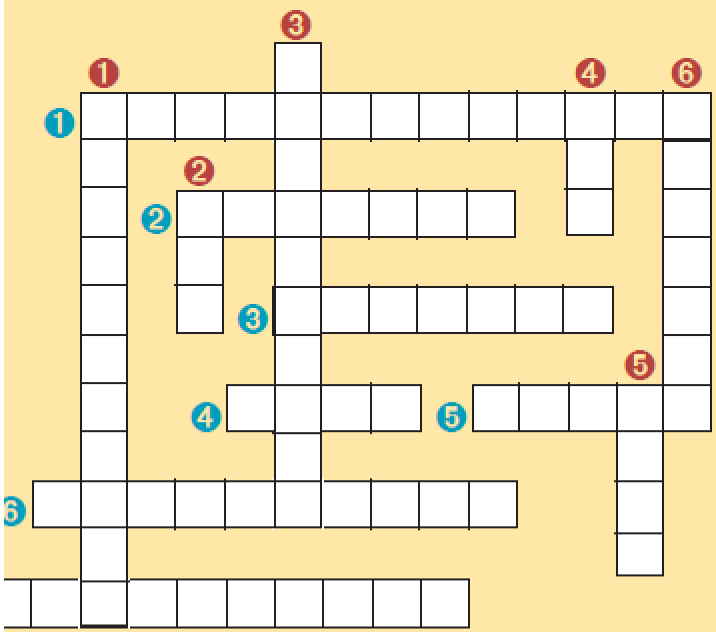
β) Αν μία εξίσωση 2ου βαθμού έχει διακρίνουσα θετική ή μηδέν, τότε έχει μία τουλάχιστον λύση. ☐

γ) Η εξίσωση $2x^2 + 4x - 6 = 0$ έχει ως λύσεις τους αριθμούς 1 και -3, οπότε το τριώνυμο $2x^2 + 4x - 6$ γράφεται $2x^2 + 4x - 6 = (x - 1)(x + 3)$. ☐

3 Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω εξισώσεις είναι προτιμότερο να λυθούν με τη βοήθεια του τύπου

α) $2x^2 = 7x$ β) $3x^2 - 2x + 8 = 0$ γ) $-2x^2 + 50 = 0$ δ) $5x^2 + x - 4 = 0$

1. α → 2, β → 3, γ → 1, δ → 4 2. Λ – Σ – Λ 3. β, δ

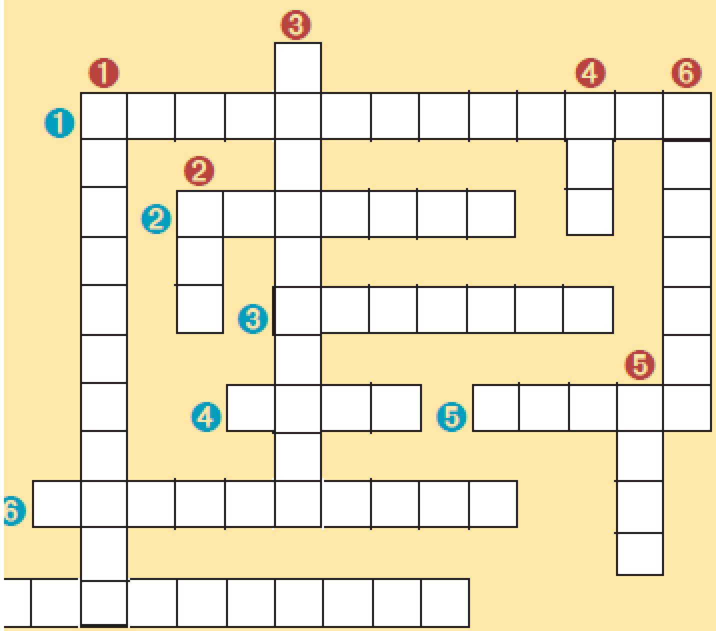


ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ

1. Είναι η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$ με $α \neq 0$.
2. Ορίζεται μεταξύ πραγματικών αριθμών.
3. Η εξίσωση αυτή επαληθεύεται για κάθε τιμή του αγνώστου.
4. Ο αριθμός 2 είναι .... της εξίσωσης $x^2 - 5x + 6 = 0$.
5. Είναι η λύση της εξίσωσης $(x - 1)^2 = 0$.
6. Η επίλυση μιας εξίσωσης 2ου βαθμού γίνεται και με .... τετραγώνου.
7. Η εξίσωση αυτή περιέχει κλάσμα με άγνωστο στον παρονομαστή.

ΚΑΘΕΤΑ

1. Το πρόσημό της καθορίζει το πλήθος των λύσεων μιας εξίσωσης 2ου βαθμού.
2. Η εξίσωση $αx^2 + βx + γ = 0$, $α \neq 0$ με $β^2 - 4αγ > 0$ έχει .... λύσεις.
3. Ιδιότητα που ισχύει και στη διάταξη πραγματικών αριθμών.
4. Η εξίσωση $αx + β = 0$ με $α \neq 0$ έχει .... λύση.
5. Λέγεται και ρίζα μιας εξίσωσης.
6. Είναι η εξίσωση $0x = 7$.



ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ

1. Είναι η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$ με $\alpha \neq 0$.
2. Ορίζεται μεταξύ πραγματικών αριθμών.
3. Η εξίσωση αυτή επαληθεύεται για κάθε τιμή του αγνώστου.
4. Ο αριθμός 2 είναι .... της εξίσωσης $x^2 - 5x + 6 = 0$.
5. Είναι η λύση της εξίσωσης $(x - 1)^2 = 0$.
6. Η επίλυση μιας εξίσωσης 2ου βαθμού γίνεται και με .... τετραγώνου.
7. Η εξίσωση αυτή περιέχει κλάσμα με άγνωστο στον παρονομαστή.

ΚΑΘΕΤΑ

1. Το πρόσημό της καθορίζει το πλήθος των λύσεων μιας εξίσωσης 2ου βαθμού.
2. Η εξίσωση $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$, $\alpha \neq 0$ με $\beta^2 - 4\alpha\gamma > 0$ έχει .... λύσεις.
3. Ιδιότητα που ισχύει και στη διάταξη πραγματικών αριθμών.
4. Η εξίσωση $\alpha x + \beta = 0$ με $\alpha \neq 0$ έχει .... λύση.
5. Λέγεται και ρίζα μιας εξίσωσης.
6. Είναι η εξίσωση $0x = 7$.

Οριζόντια: 1) ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ, 2) ΔΙΑΤΑΞΗ, 3) ΑΟΡΙΣΤΗ, 4) ΡΙΖΑ, 5) ΔΙΠΛΗ, 6) ΣΥΜΠΛΗΡΩΣΗ, 7) ΚΛΑΣΜΑΤΙΚΗ

Κάθετα: 1) ΔΙΑΚΡΙΝΟΥΣΑ, 2) ΔΥΟ, 3) ΜΕΤΑΒΑΤΙΚΗ, 4) ΜΙΑ, 5) ΛΥΣΗ, 6) ΑΔΥΝΑΤΗ