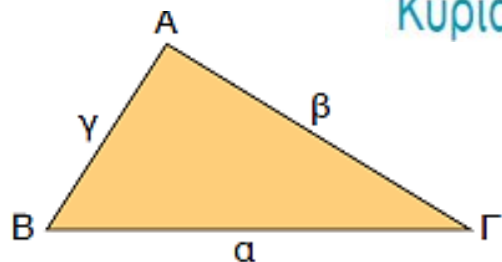


# Ισότητα τριγώνων



1.1 Ισότητα τριγώνων

Κύρια και δευτερεύοντα στοιχεία τριγώνου – Είδη τριγώνων

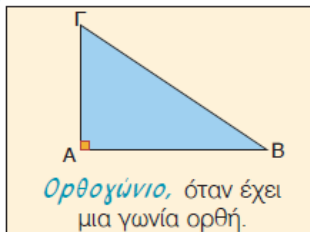
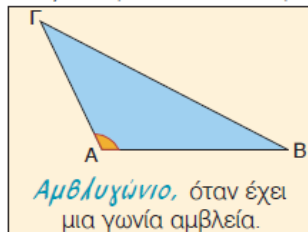
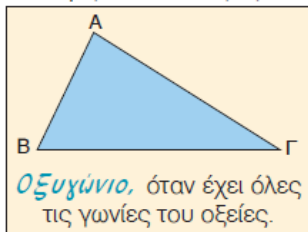


Για τις γωνίες κάθε τριγώνου ABΓ ισχύει

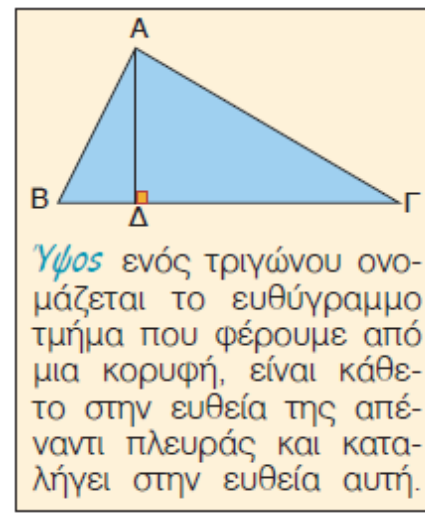
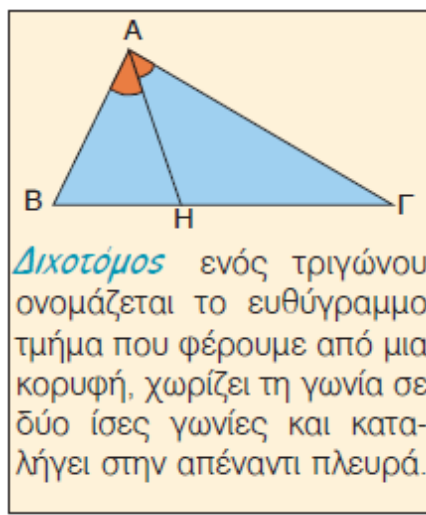
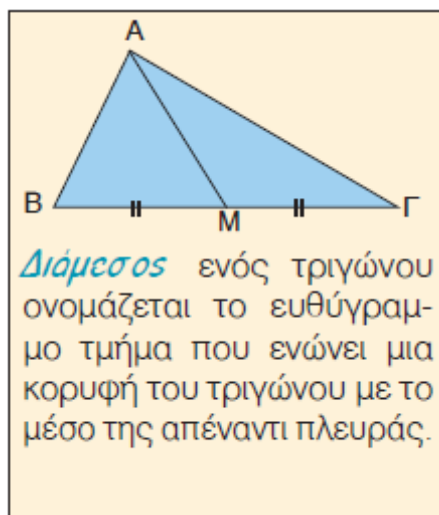
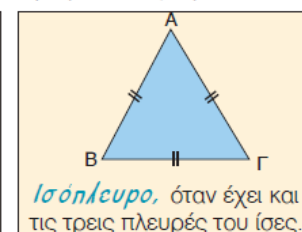
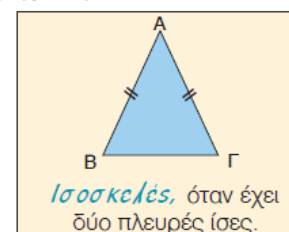
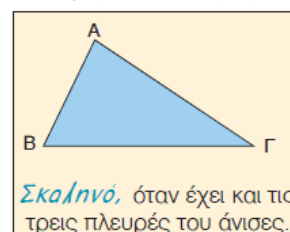
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$$

B.1.1. Είδη τριγώνων-στοιχεία .ggb

Ένα τρίγωνο ανάλογα με το είδος των γωνιών του ονομάζεται:



Ένα τρίγωνο ανάλογα με τις σχέσεις που συνδέονται οι πλευρές του ονομάζεται:



## 1.1 Ισότητα τριγώνων

## Κριτήρια ισότητας τριγώνων

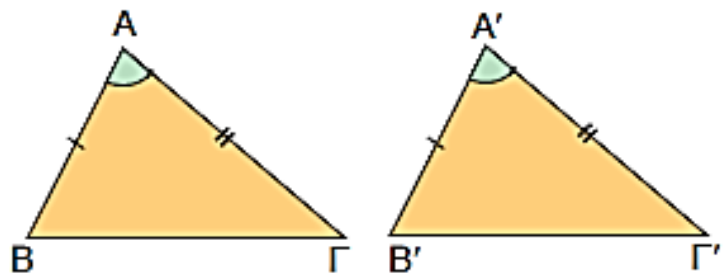
[B.1.1. 1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων \(Π-Γ-Π\).ggb](#)

1<sup>ο</sup> κριτήριο ισότητας (Π – Γ – Π)

Για δύο τρίγωνα ισχύει η παρακάτω βασική ιδιότητα ισότητας

Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχόμενη γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα.

Πράγματι, σχεδιάζουμε δύο τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  που να έχουν δύο πλευρές ίσες  $AB = A'B'$ ,  $A\Gamma = A'\Gamma'$  και την περιεχόμενη γωνία τους ίση  $\hat{A} = \hat{A}'$ .



[B.1.1. 1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων \(αντιπαράδειγμα α\).ggb](#)

[B.1.1. 1ο κριτήριο ισότητας τριγώνων \(αντιπαράδειγμα β\).ggb](#)

## 1.1 Ισότητα τριγώνων

## Κριτήρια ισότητας τριγώνων

[B.1.1. 2ο κριτήριο ισότητας τριγώνων \(Γ-Π-Γ\).ggb](#)

2<sup>ο</sup> κριτήριο ισότητας (Γ – Π – Γ).

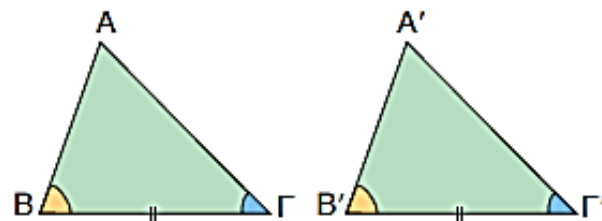
Σχεδιάζουμε δύο τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  που να έχουν μία πλευρά ίση  $B\Gamma = B'\Gamma'$  και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες  $\hat{B} = \hat{B}'$  και  $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$ .

Αν μετατοπίσουμε το τρίγωνο  $AB\Gamma$ , έτσι ώστε η πλευρά του  $B\Gamma$  να συμπέσει με την ίση της πλευρά

$B'\Gamma'$  και η γωνία  $\hat{B}$  να συμπέσει με την ίση της γωνία  $\hat{B}'$ , τότε η γωνία  $\hat{\Gamma}$  θα συμπέσει με την ίση της γωνία  $\hat{\Gamma}'$  και η κορυφή  $A$  θα συμπέσει με την κορυφή  $A'$ .

Άρα τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  θα συμπέσουν, οπότε είναι ίσα. Επομένως

Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.



[B.1.1. 2ο κριτήριο ισότητας τριγώνων \(αντιπαράδειγμα α\).ggb](#)

[B.1.1. 2ο κριτήριο ισότητας τριγώνων \(αντιπαράδειγμα β\).ggb](#)

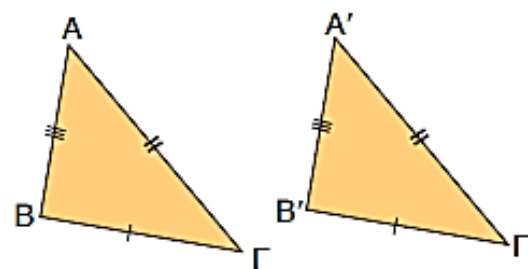
## 1.1 Ισότητα τριγώνων

## Κριτήρια ισότητας τριγώνων

3<sup>ο</sup> κριτήριο ισότητας (Π – Π – Π).

Σχεδιάζουμε δύο τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$  που να έχουν και τις τρεις πλευρές τους ίσες  
( $AB = A'B'$ ,  $B\Gamma = B'\Gamma'$ ,  $A\Gamma = A'\Gamma'$ ).

Αν μετατοπίσουμε κατάλληλα το τρίγωνο  $AB\Gamma$ , τότε αυτό θα συμπέσει με το τρίγωνο  $A'B'\Gamma'$ , οπότε τα τρίγωνα είναι ίσα. Επομένως

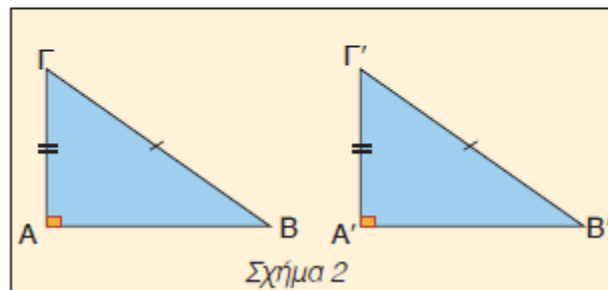
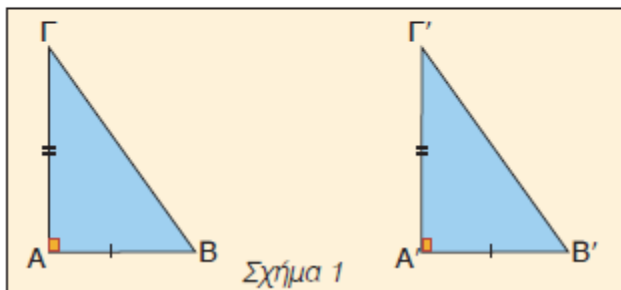


Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

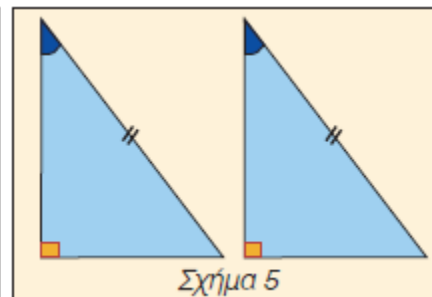
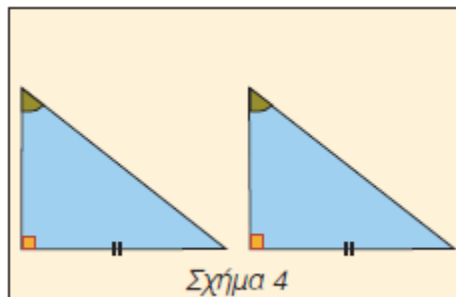
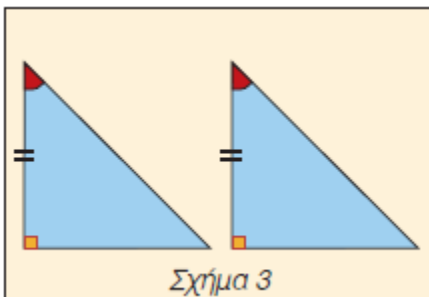
1.1 Ισότητα τριγώνων

Κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων

Τα προηγούμενα κριτήρια ισότητας τριγώνων μπορούμε να τα εφαρμόσουμε και στα ορθογώνια τρίγωνα.



Γιατί τα τρίγωνα του σχήματος 2 είναι πάντα ίσα;



Γιατί τα τρίγωνα των σχημάτων 4 και 5 είναι πάντα ίσα;

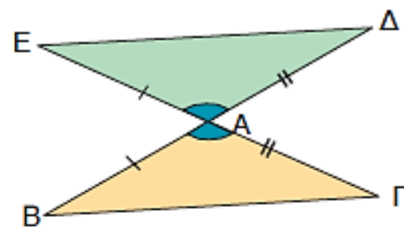
Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα, όταν έχουν

- δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία ή
- μία αντίστοιχη πλευρά ίση και μία αντίστοιχη οξεία γωνία ίση.

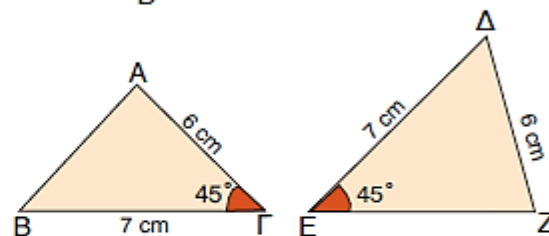


## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

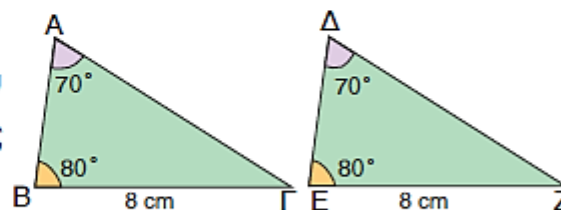
1 Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\epsilon\Delta$  του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες  $\hat{B} = \dots$ ,  $\hat{\Gamma} = \dots$  και  $B\Gamma = \dots$ .



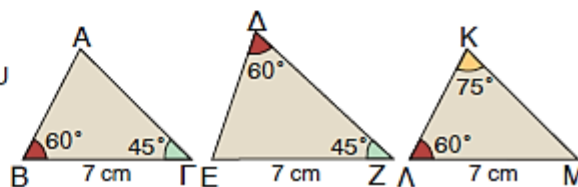
2 Να εξηγήσετε γιατί δεν είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος, αν και έχουν δύο πλευρές ίσες και μια γωνία ίση.



3 Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες  $AB = \dots$  και  $A\Gamma = \dots$ .

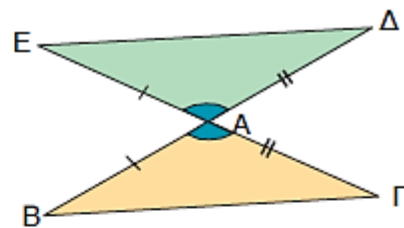


4 Να βρείτε το ζεύγος των ίσων τριγώνων του διπλανού σχήματος. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

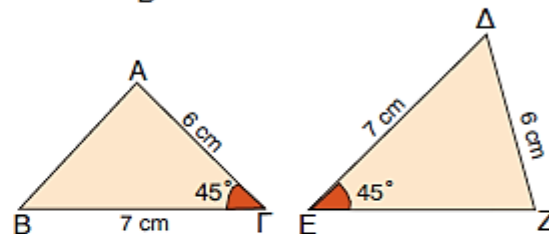


## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

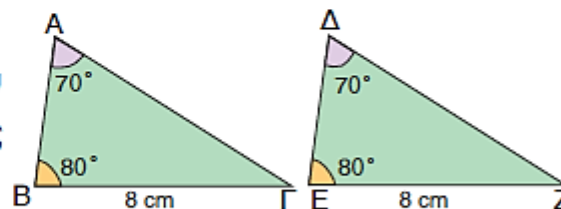
1. Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A\epsilon\Delta$  του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες  $\hat{B} = \dots\dots$ ,  $\hat{\Gamma} = \dots\dots$  και  $B\Gamma = \dots\dots$ .



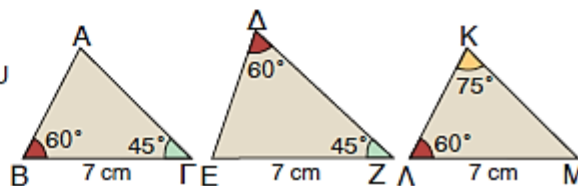
2. Να εξηγήσετε γιατί δεν είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος, αν και έχουν δύο πλευρές ίσες και μια γωνία ίση.



3. Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες  $AB = \dots\dots$  και  $A\Gamma = \dots\dots$ .



4. Να βρείτε το ζεύγος των ίσων τριγώνων του διπλανού σχήματος. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

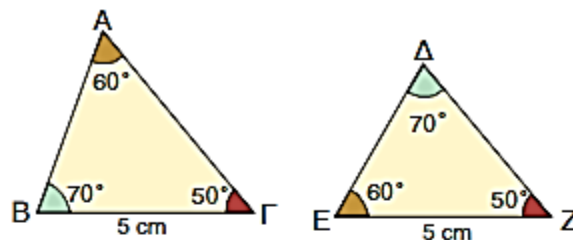


1.  $(\Pi - \Gamma - \Pi)$ ,  $B = \epsilon$ ,  $\hat{\Gamma} = \hat{\Delta}$ ,  $B\Gamma = \Delta\epsilon$ .
2. Γιατί η ίση γωνία δεν είναι περιεχόμενη των ίσων πλευρών στο τρίγωνο  $\Delta\epsilon Z$ .
3.  $(\Gamma - \Pi - \Gamma)$ ,  $AB = \Delta\epsilon$ ,  $A\Gamma = \Delta Z$ .
4.  $AB\Gamma$ ,  $K\Lambda M$  ( $\Gamma - \Pi - \Gamma$ ).

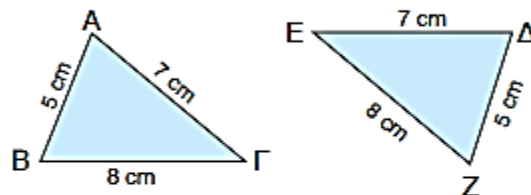


## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 5 Είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



- 6 Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες  $\hat{A} = \dots$ ,  $\hat{B} = \dots$  και  $\hat{\Gamma} = \dots$



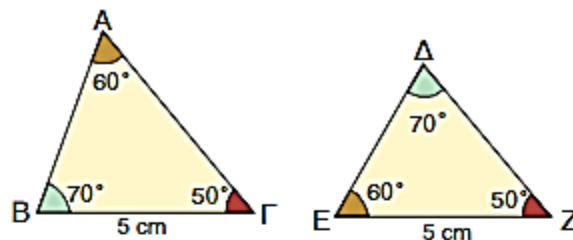
- 7 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

- α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- β) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- γ) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
- δ) Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.
- ε) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση.
- στ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

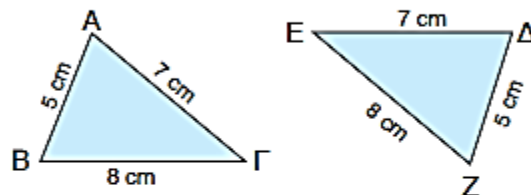


## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 5 Είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



- 6 Να εξηγήσετε γιατί είναι ίσα τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος και να συμπληρώσετε τις ισότητες  $\hat{A} = \dots$ ,  $\hat{B} = \dots$  και  $\hat{\Gamma} = \dots$

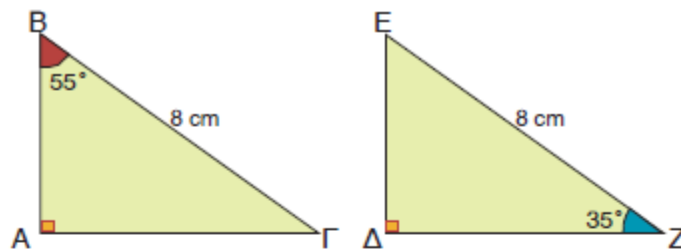


- 7 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

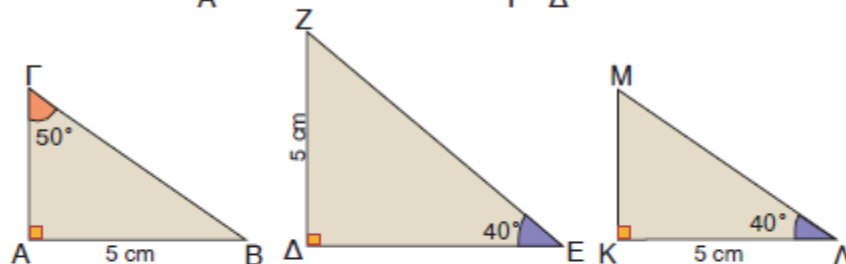
- α) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- β) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- γ) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
- δ) Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.
- ε) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση.
- στ) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

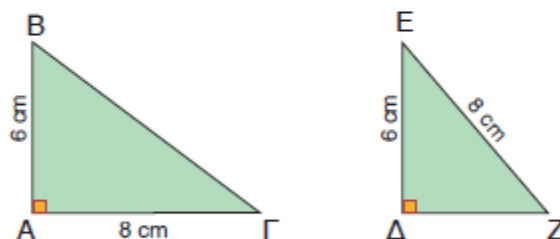
8 Είναι ίσα τα ορθογώνια τρίγωνα του διπλανού σχήματος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



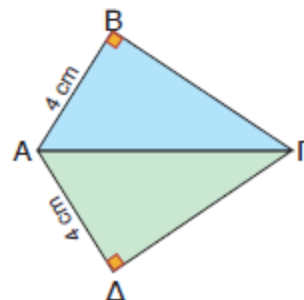
9 Να βρείτε το ζεύγος των ίσων τριγώνων. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



10 Τα ορθογώνια τρίγωνα του διπλανού σχήματος έχουν δύο πλευρές ίσες. Να εξηγήσετε γιατί δεν είναι ίσα.

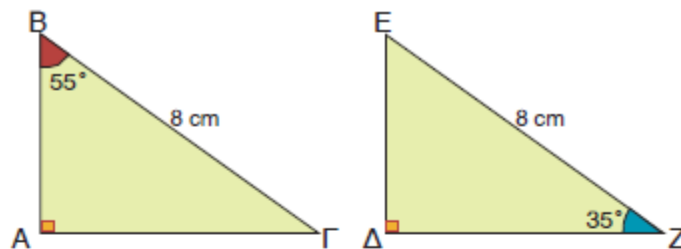


11 Να αιτιολογήσετε γιατί είναι ίσα τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ.

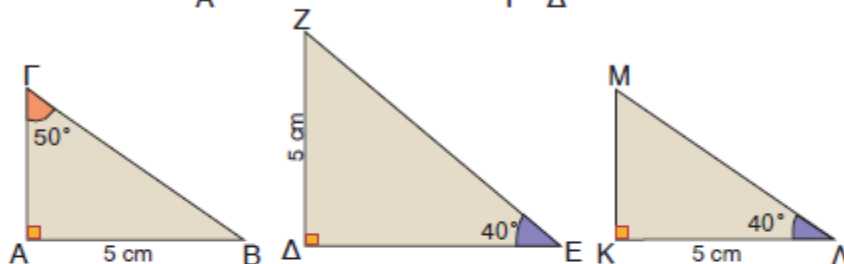


## ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

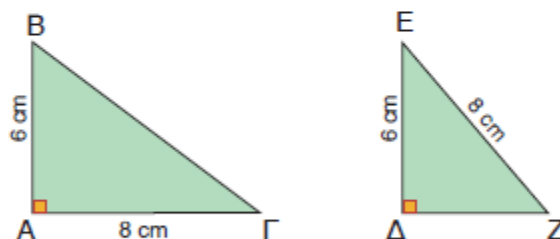
**8** Είναι ίσα τα ορθογώνια τρίγωνα του διπλανού σχήματος;  
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



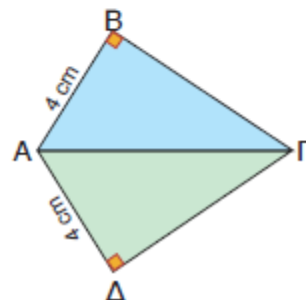
**9** Να βρείτε το ζεύγος των ίσων τριγώνων.  
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



**10** Τα ορθογώνια τρίγωνα του διπλανού σχήματος έχουν δύο πλευρές ίσες.  
Να εξηγήσετε γιατί δεν είναι ίσα.



**11** Να αιτιολογήσετε γιατί είναι ίσα τα ορθογώνια τρίγωνα ΑΒΓ και ΑΓΔ.



8. Ναι.    9. ΑΒΓ, ΚΛΜ.    10. Δεν είναι ίσες οι αντίστοιχες πλευρές.  
11. Γιατί έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες. (ΑΒ = ΑΔ, ΑΓ κοινή)