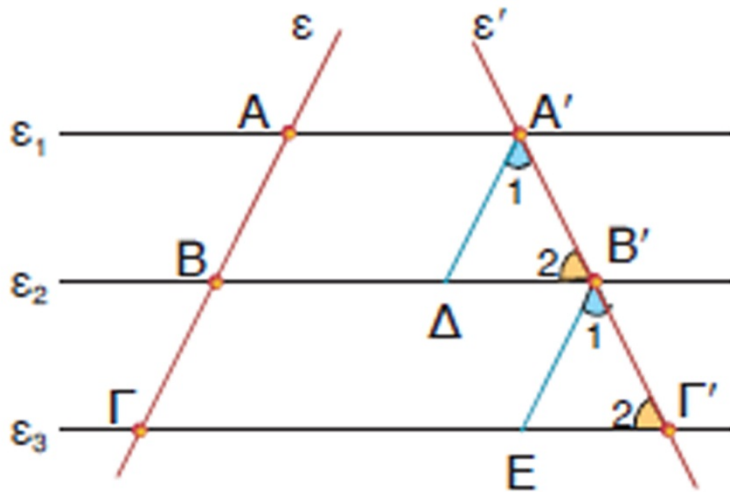




Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων





Παίρνουμε τρεις παράλληλες ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ που τέμνουν την ευθεία ε στα σημεία A, B, Γ αντιστοίχως, έτσι ώστε τα ευθύγραμμα τμήματα $AB, B\Gamma$ να είναι ίσα μεταξύ τους.

Αν μια άλλη ευθεία ε' τέμνει τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ στα σημεία A', B', Γ' αντιστοίχως, τότε θα αποδείξουμε ότι και τα ευθύγραμμα τμήματα $A'B', B'\Gamma'$ είναι ίσα μεταξύ τους. Πράγματι, αν φέρουμε $A'\Delta // \varepsilon, B'E // \varepsilon$ και συγκρίνουμε τα τρίγωνα $A'B'\Delta$ και $B'\Gamma'E$ παρατηρούμε ότι έχουν:

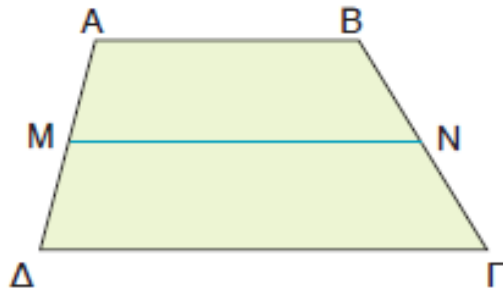
- $A'\Delta = B'E$

- $\hat{B}'_2 = \hat{\Gamma}'_2$

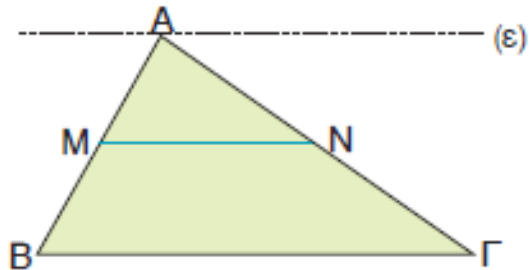
Γιατί;

- $\hat{A}'_1 = \hat{B}'_1$

Αν παράλληλες ευθείες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια ευθεία, τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε οποιαδήποτε άλλη ευθεία που τις τέμνει.



$BN = N\Gamma$.
Εξηγήστε γιατί.

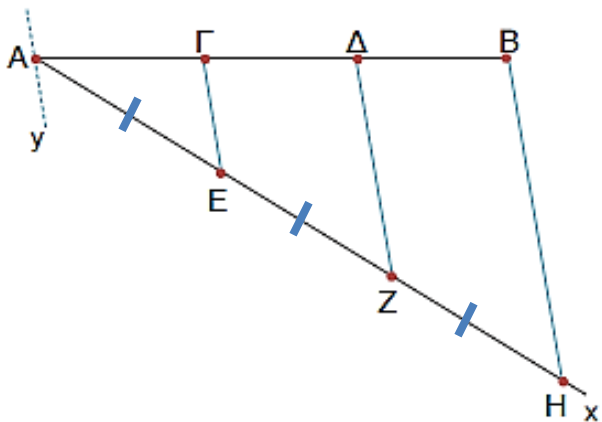


$AN = N\Gamma$.
Εξηγήστε γιατί.



Διαίρεση ευθυγράμμου τμήματος σε n ίσα τμήματα

Αν πάρουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB = 5$ cm και θέλουμε να το διαιρέσουμε σε τρία ίσα τμήματα, τότε το μήκος κάθε τμήματος θα είναι $1,66\dots$ cm, οπότε καθένα από αυτά δεν προσδιορίζεται με ακρίβεια.



1. Από το σημείο A φέρουμε μια τυχαία ημιευθεία Ax και πάνω σ' αυτήν παίρνουμε με το διαβήτη τρία διαδοχικά ίσα ευθύγραμμα τμήματα AE, EZ, ZH.
2. Ενώνουμε τα σημεία B, H
3. Από τα σημεία Z, E, A φέρνουμε ZΔ, ΕΓ, Ay παράλληλες προς τη BH.

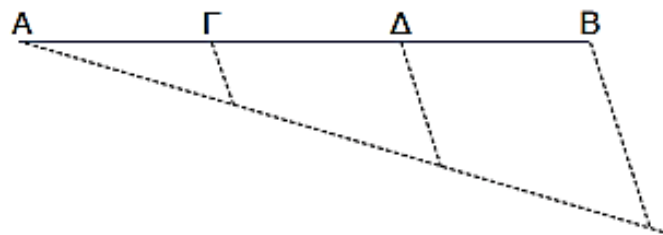
Η έννοια του λόγου δύο ευθυγράμμων τμημάτων

- Αν διαιρέσουμε ένα ευθύγραμμο τμήμα AB σε τρία ίσα ευθύγραμμο τμήματα $A\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔB , τότε λέμε ότι το τμήμα $A\Gamma$ είναι ίσο με $\frac{1}{3} \cdot AB$ και γράφουμε:

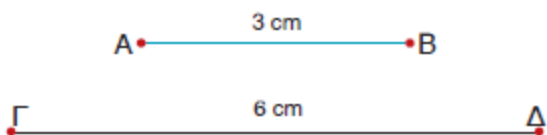
$$A\Gamma = \frac{1}{3} \cdot AB \quad \text{ή} \quad \frac{A\Gamma}{AB} = \frac{1}{3}.$$

Λέμε ακόμη ότι:

$$A\Delta = \frac{2}{3} \cdot AB \quad \text{ή} \quad \frac{A\Delta}{AB} = \frac{2}{3}.$$

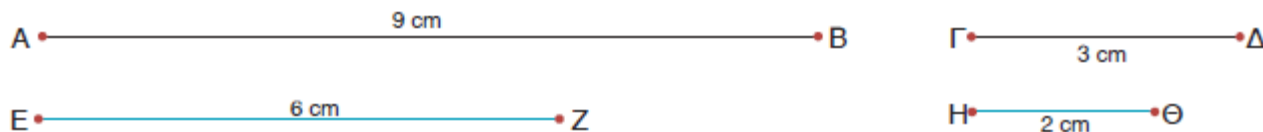


Δηλαδή ο λόγος του ευθυγράμμου τμήματος $A\Gamma$ προς το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι $\frac{1}{3}$,
ενώ ο λόγος του ευθυγράμμου τμήματος $A\Delta$ προς το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι $\frac{2}{3}$.



Με τι ισούται ο λόγος $\frac{AB}{\Gamma\Delta}$;

Ανάλογα ευθύγραμμα τμήματα



Να βρείτε τους λόγους:

$$\frac{AB}{\Gamma\Delta}$$

$$\frac{EZ}{\text{Η}\Theta}$$

Τι παρατηρείτε;

Τα ευθύγραμμα τμήματα α , γ είναι ανάλογα προς τα ευθύγραμμα τμήματα β , δ , όταν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$.

Οι σημαντικότερες ιδιότητες των αναλογιών είναι:

- Σε κάθε αναλογία το γινόμενο των άκρων όρων είναι ίσο με το γινόμενο των μέσων όρων.
- Σε κάθε αναλογία μπορούμε να εναλλάξουμε τους μέσους ή τους άκρους όρους και να προκύψει πάλι αναλογία.
- Λόγοι ίσοι μεταξύ τους είναι και ίσοι με το λόγο που έχει αριθμητή το άθροισμα των αριθμητών και παρονομαστή το άθροισμα των παρονομαστών.

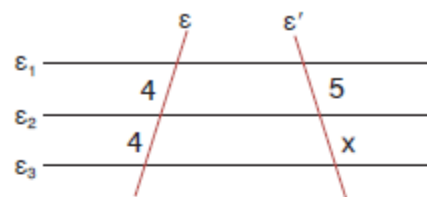
$$\text{Αν } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \text{ τότε } \alpha\delta = \beta\gamma$$

$$\text{Αν } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \text{ τότε } \frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\delta} \text{ ή } \frac{\delta}{\beta} = \frac{\gamma}{\alpha}$$

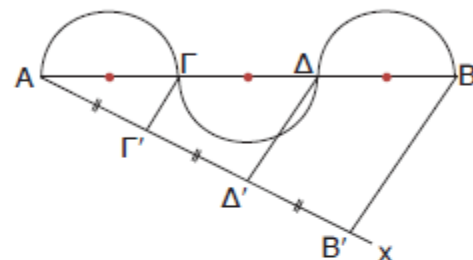
$$\text{Αν } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} \text{ τότε } \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

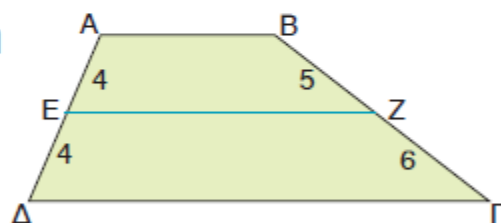
1 Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$.
Να υπολογίσετε το x .



2 Αν $B'B \parallel \Gamma\Gamma' \parallel \Delta\Delta'$ και η διάμετρος $\Gamma\Delta$ του δεύτερου ημικυκλίου είναι 4 cm, τότε να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB .



3 Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι η EZ παράλληλη προς τις βάσεις του;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



4 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

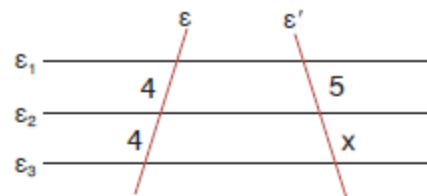
α) $\frac{AB}{B\Gamma} = \frac{AB}{AG}$ β) $\frac{B\Gamma}{AB} = \frac{AG}{AB}$

γ) $\frac{AB}{AG} = \frac{AB}{AG}$ δ) $\frac{B\Gamma}{AG} = \frac{AG}{AG}$

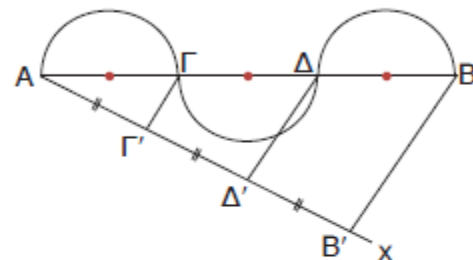


ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

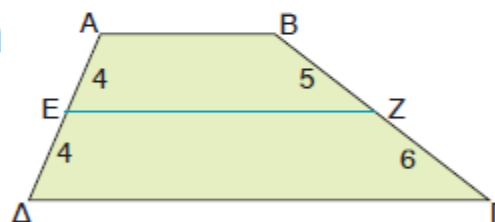
1 Στο διπλανό σχήμα είναι $\epsilon_1 \parallel \epsilon_2 \parallel \epsilon_3$.
Να υπολογίσετε το x .



2 Αν $B'B \parallel \Gamma\Gamma' \parallel \Delta\Delta'$ και η διάμετρος $\Gamma\Delta$ του δεύτερου ημικυκλίου είναι 4 cm, τότε να βρείτε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB .



3 Στο τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ του διπλανού σχήματος είναι η EZ παράλληλη προς τις βάσεις του;
Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



4 Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

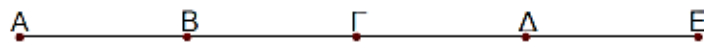
α) $\frac{AB}{B\Gamma} = \text{---}$ β) $\frac{B\Gamma}{AB} = \text{---}$

γ) $\frac{AB}{A\Gamma} = \text{---}$ δ) $\frac{B\Gamma}{A\Gamma} = \text{---}$



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 5 Αν $AB = B\Gamma = \Gamma\Delta = \Delta E$
να συμπληρώσετε τις ισότητες:



α) $\frac{AB}{A\Delta} = \text{---}$ β) $\frac{B\Delta}{BE} = \text{---}$ γ) $\frac{A\Gamma}{AE} = \text{---}$ δ) $\frac{AE}{B\Gamma} = \text{---}$ ε) $\frac{A\Gamma}{\Gamma E} = \text{---}$

- 6 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Αν $AB = 8 \text{ cm}$ και $\Gamma\Delta = 12 \text{ cm}$, τότε $\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{2}{3}$.

β) Αν $\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{2}{3}$, τότε $AB = 2$ και $\Gamma\Delta = 3$.

γ) Ο λόγος δύο πλευρών τετραγώνου είναι ίσος με 1.

δ) Αν $\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{2}{5}$, τότε το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι μικρότερο από το $\Gamma\Delta$.

ε) Ο λόγος της ακτίνας ενός κύκλου προς τη διάμετρό του είναι 2.

στ) Αν M είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB , τότε $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$.

ζ) Ο λόγος μιας πλευράς ισόπλευρου τριγώνου προς την περιμέτρό του είναι $\frac{1}{3}$.

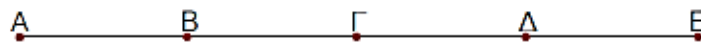
- 7 Βλέποντας την αναλογία $\frac{AB}{\Gamma\Delta} = \frac{1}{4}$ η Μαρία ισχυρίστηκε ότι $AB = 1$ και $\Gamma\Delta = 4$, ενώ η Ελένη ισχυρίστηκε ότι το $\Gamma\Delta$ είναι τετραπλάσιο του AB . Ποια από τις δύο έχει δίκιο;





ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

5 Αν $AB = BΓ = ΓΔ = ΔΕ$
να συμπληρώσετε τις ισότητες:



α) $\frac{AB}{AΔ} = \text{---}$ β) $\frac{BΔ}{BE} = \text{---}$ γ) $\frac{AΓ}{AE} = \text{---}$ δ) $\frac{AE}{BΓ} = \text{---}$ ε) $\frac{AΓ}{ΓΕ} = \text{---}$

6 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Αν $AB = 8 \text{ cm}$ και $ΓΔ = 12 \text{ cm}$, τότε $\frac{AB}{ΓΔ} = \frac{2}{3}$.

β) Αν $\frac{AB}{ΓΔ} = \frac{2}{3}$, τότε $AB = 2$ και $ΓΔ = 3$.

γ) Ο λόγος δύο πλευρών τετραγώνου είναι ίσος με 1.

δ) Αν $\frac{AB}{ΓΔ} = \frac{2}{5}$, τότε το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι μικρότερο από το $ΓΔ$.

ε) Ο λόγος της ακτίνας ενός κύκλου προς τη διάμετρό του είναι 2.

στ) Αν M είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος AB , τότε $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$.

ζ) Ο λόγος μιας πλευράς ισόπλευρου τριγώνου προς την περιμέτρό του είναι $\frac{1}{3}$.

7 Βλέποντας την αναλογία $\frac{AB}{ΓΔ} = \frac{1}{4}$ η Μαρία ισχυρίστηκε ότι $AB = 1$ και $ΓΔ = 4$, ενώ η Ελένη ισχυρίστηκε ότι το $ΓΔ$ είναι τετραπλάσιο του AB . Ποια από τις δύο έχει δίκιο;

