

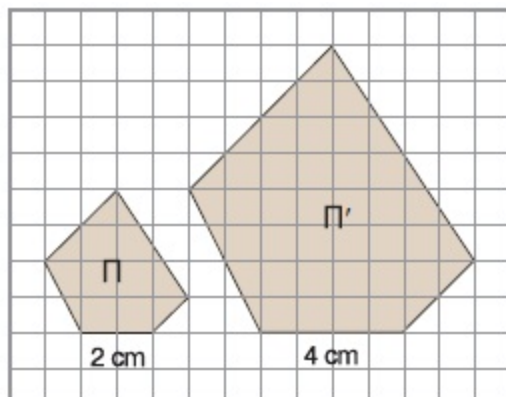


Ομοιότητα



1.5

Ομοιότητα



Δύο πολύγωνα Π και Π' που το ένα είναι **μεγέθυνση ή σμίκρυνση** του άλλου ή είναι ίσα τα λέμε **όμοια** και συμβολίζουμε $\Pi \approx \Pi'$.

Γενικά

Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι όμοια.

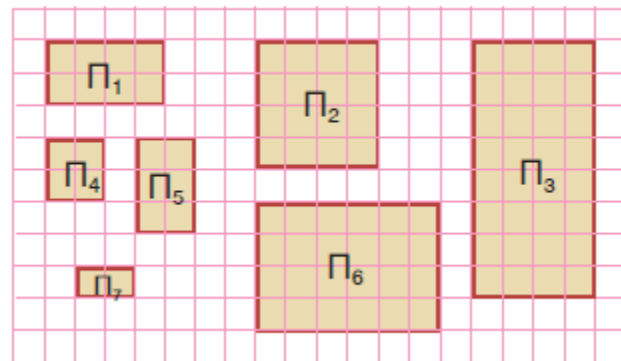
Δύο κανονικά πολύγωνα που έχουν το ίδιο πλήθος πλευρών είναι όμοια.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 1 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
- α) Δύο τετράγωνα είναι όμοια.
 - β) Δύο ορθογώνια είναι όμοια.
 - γ) Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες, τότε είναι όμοια.
 - δ) Δύο ρόμβοι είναι σχήματα όμοια.
 - ε) Αν δύο πολύγωνα είναι ίσα, τότε είναι όμοια.
 - στ) Δύο κανονικά πολύγωνα είναι όμοια.

- 2 Ποια από τα πολύγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια;

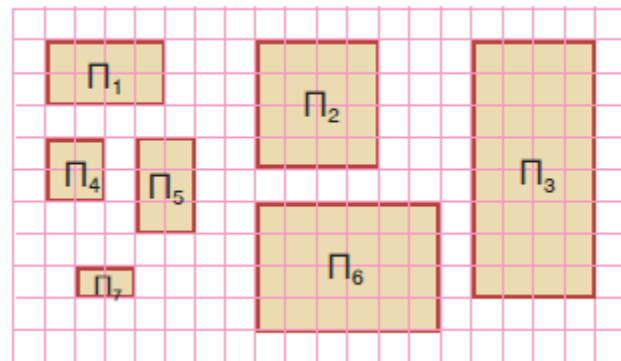




ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 1 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
- α) Δύο τετράγωνα είναι όμοια.
 - β) Δύο ορθογώνια είναι όμοια.
 - γ) Αν δύο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες, τότε είναι όμοια.
 - δ) Δύο ρόμβοι είναι σχήματα όμοια.
 - ε) Αν δύο πολύγωνα είναι ίσα, τότε είναι όμοια.
 - στ) Δύο κανονικά πολύγωνα είναι όμοια.

- 2 Ποια από τα πολύγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια;



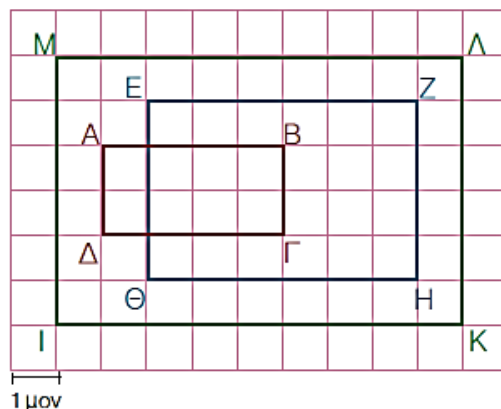
1. Σ - Λ - Λ - Λ - Σ - Λ

2. $\Pi_1 \approx \Pi_3 \approx \Pi_7$, $\Pi_5 \approx \Pi_6$, $\Pi_2 \approx \Pi_4$.

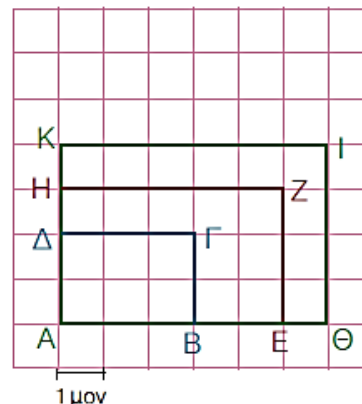


ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 3 Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις διαστάσεις των αντιστοίχων παραλληλογράμμων και να βρείτε ποια απ' αυτά είναι όμοια.



	Διαστάσεις	
ΑΒΓΔ		
ΕΖΗΘ		
ΙΚΛΜ		



	Διαστάσεις	
ΑΒΓΔ		
ΑΕΖΗ		
ΑΘΙΚ		

- 4 Αν τα τετράπλευρα ΑΒΓΔ και Α'Β'Γ'Δ' είναι όμοια, να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

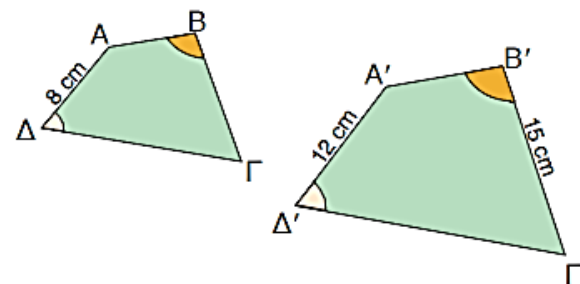
α) Ο λόγος ομοιότητας του ΑΒΓΔ προς το Α'Β'Γ'Δ' είναι

β) Ο λόγος ομοιότητας του Α'Β'Γ'Δ' προς το ΑΒΓΔ είναι

γ) Αν η γωνία \hat{B} είναι 110° , τότε και η γωνία είναι 110° .

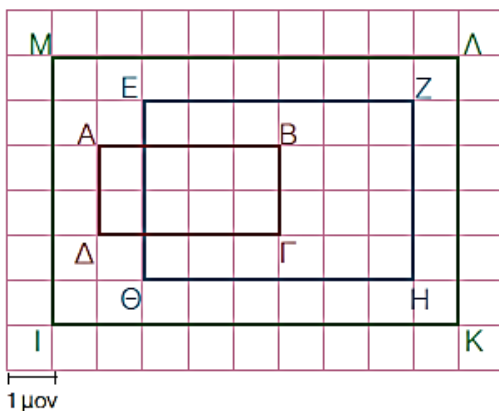
δ) Ο λόγος $\lambda = \frac{Α'Β' + Β'Γ' + Γ'Δ' + Δ'Α'}{ΑΒ + ΒΓ + ΓΔ + ΔΑ}$ είναι ίσος με

ε) Η πλευρά ΒΓ είναι ίση με cm.

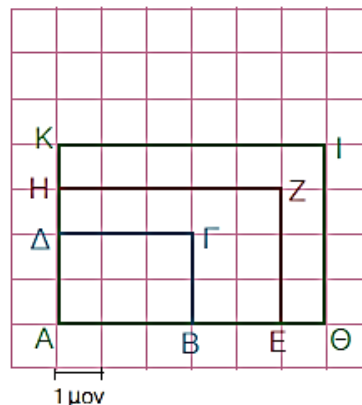


ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 3 Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα να συμπληρώσετε τον πίνακα με τις διαστάσεις των αντιστοίχων παραλληλογράμμων και να βρείτε ποια απ' αυτά είναι όμοια.



	Διαστάσεις	
ΑΒΓΔ		
ΕΖΗΘ		
ΙΚΛΜ		



	Διαστάσεις	
ΑΒΓΔ		
ΑΕΖΗ		
ΑΘΙΚ		

- 4 Αν τα τετράπλευρα ΑΒΓΔ και Α'Β'Γ'Δ' είναι όμοια, να συμπληρώσετε τις προτάσεις:

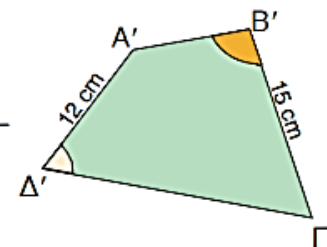
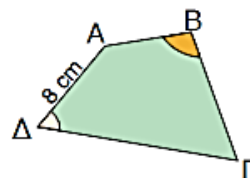
α) Ο λόγος ομοιότητας του ΑΒΓΔ προς το Α'Β'Γ'Δ' είναι

β) Ο λόγος ομοιότητας του Α'Β'Γ'Δ' προς το ΑΒΓΔ είναι

γ) Αν η γωνία \widehat{B} είναι 110° , τότε και η γωνία είναι 110° .

δ) Ο λόγος $\lambda = \frac{A'B' + B'G' + G'D' + D'A'}{AB + BG + GD + DA}$ είναι ίσος με

ε) Η πλευρά ΒΓ είναι ίση με cm.



3. α) 1η σειρά: 4, 2, 2η σειρά: 6, 4, 3η σειρά: 9, 6. Τα ΕΖΗΘ, ΙΚΛΜ είναι όμοια.

β) 1η σειρά: 3, 2, 2η σειρά: 5, 3, 3η σειρά: 6, 4. Τα ΑΒΓΔ, ΑΘΙΚ είναι όμοια.

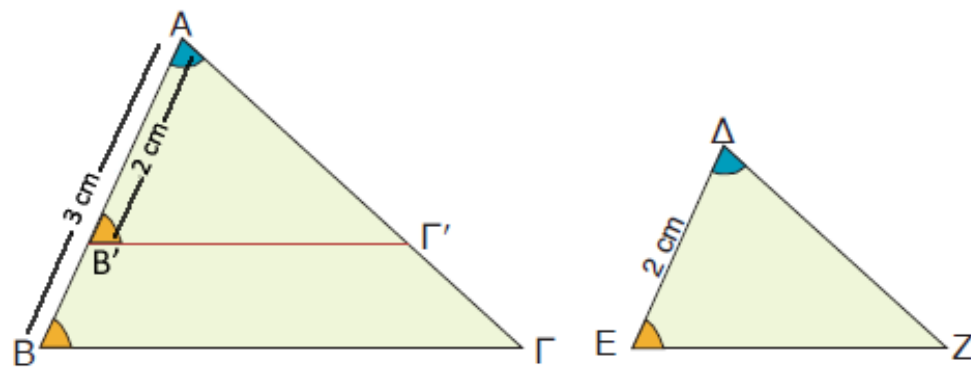
4. α) $\frac{2}{3}$, β) $\frac{3}{2}$, γ) $\widehat{B'}$, δ) $\frac{3}{2}$, ε) 10cm

1.5 Ομοιότητα

Β Όμοια τρίγωνα

Δύο τρίγωνα $AB\Gamma$, ΔEZ , όπως και δύο πολύγωνα, είναι όμοια, αν έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες.

Δηλαδή αν έχουν $\frac{AB}{\Delta E} = \frac{A\Gamma}{\Delta Z} = \frac{B\Gamma}{EZ}$ και $\hat{A} = \hat{\Delta}$, $\hat{B} = \hat{E}$, $\hat{\Gamma} = \hat{Z}$.



Αν τοποθετήσουμε το τρίγωνο ΔEZ πάνω στο $AB\Gamma$, ώστε η γωνία $\hat{\Delta}$ να συμπίσει με την ίση της γωνία \hat{A} , τότε η πλευρά EZ θα συμπίσει με τη $B'\Gamma'$ και οι γωνίες \hat{B} , \hat{B}' θα είναι ίσες. Άρα $B'\Gamma' \parallel B\Gamma$ και από το Θεώρημα του Θαλή έχουμε:

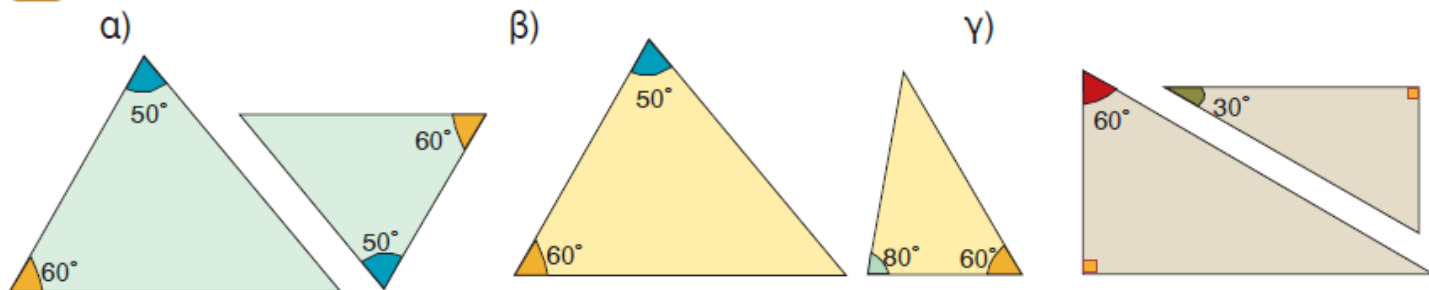
$$\frac{AB'}{AB} = \frac{A\Gamma'}{A\Gamma} = \frac{2}{3} \quad \text{ή} \quad AB' = \frac{2}{3} \cdot AB \quad \text{και} \quad A\Gamma' = \frac{2}{3} \cdot A\Gamma$$

Επομένως

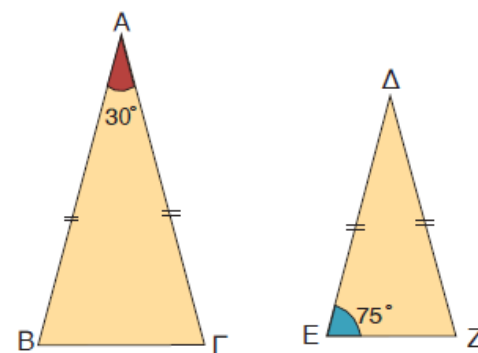
Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι όμοια.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

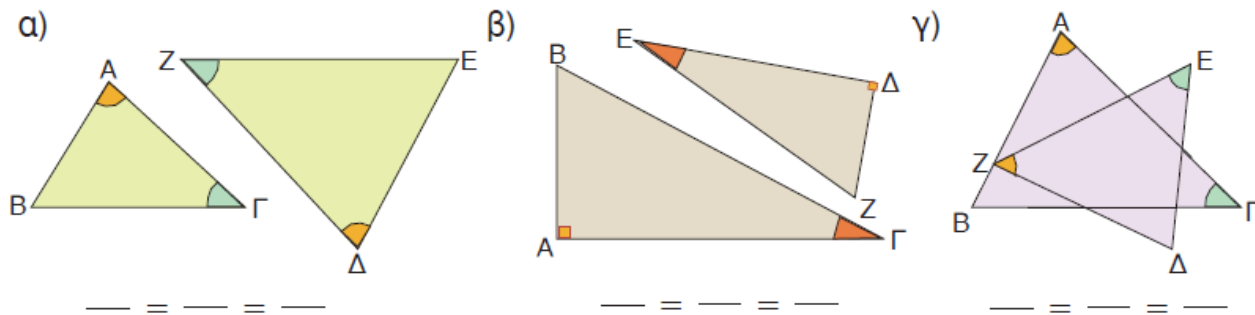
1 Ποια από τα παρακάτω ζεύγη τριγώνων είναι όμοια;



2 Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια.

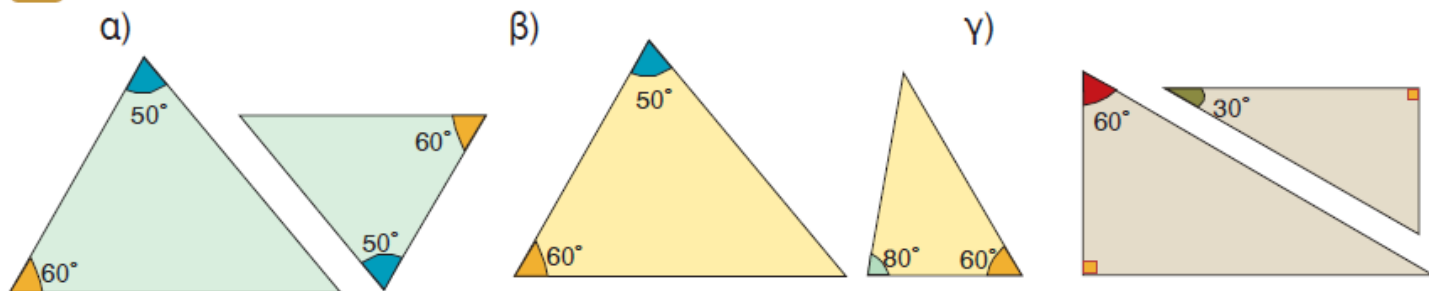


3 Να γράψετε τους ίσους λόγους στα παρακάτω ζεύγη των ομοίων τριγώνων.

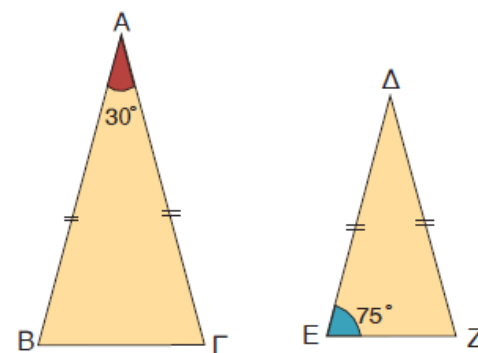


ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

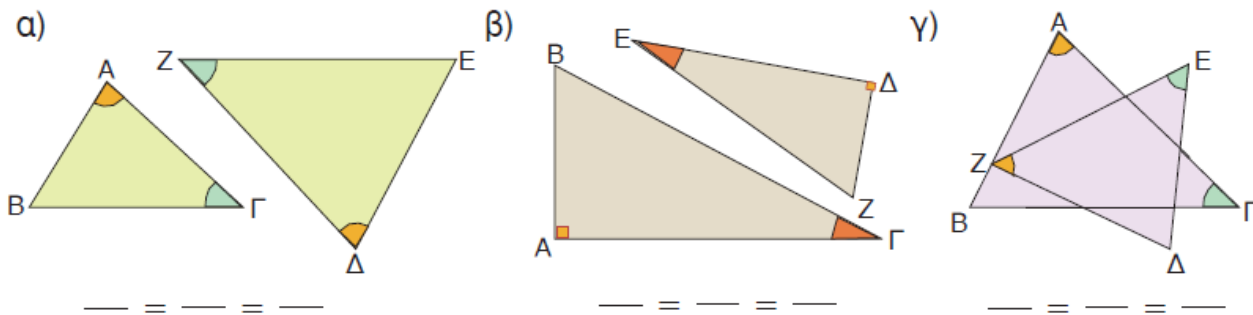
1 Ποια από τα παρακάτω ζεύγη τριγώνων είναι όμοια;



2 Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι όμοια.



3 Να γράψετε τους ίσους λόγους στα παρακάτω ζεύγη των ομοίων τριγώνων.



1. α) και γ)

2. $\hat{A} = \hat{\Delta} = 30^\circ, B = \hat{E} = 75^\circ$

3. α) $\frac{AB}{\Delta E} = \frac{B\Gamma}{E Z} = \frac{\Gamma A}{Z \Delta}$

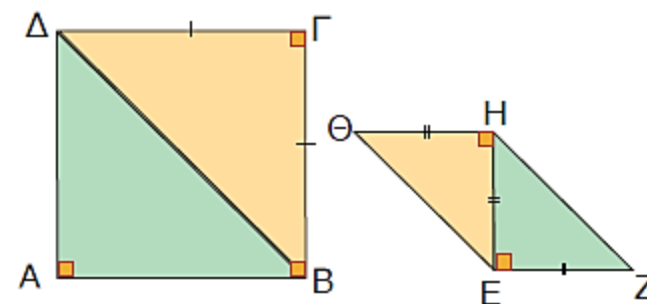
β) $\frac{AB}{\Delta Z} = \frac{B\Gamma}{Z E} = \frac{\Gamma A}{E \Delta}$

γ) $\frac{AB}{Z \Delta} = \frac{B\Gamma}{\Delta E} = \frac{\Gamma A}{Z E}$

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 4 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
- α) Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.
 - β) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία οξεία γωνία ίση, είναι όμοια.
 - γ) Δύο όμοια τρίγωνα έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες.
 - δ) Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια.
 - ε) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν μία γωνία 40° , είναι όμοια.
 - στ) Ο λόγος των περιμέτρων δύο ομοίων τριγώνων, είναι ίσος με τον λόγο ομοιότητάς τους.

- 5 α) Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Delta$ και EZH είναι όμοια.
- β) Αν δύο πολύγωνα αποτελούνται από τον ίδιο αριθμό ομοίων τριγώνων, είναι πάντοτε όμοια;

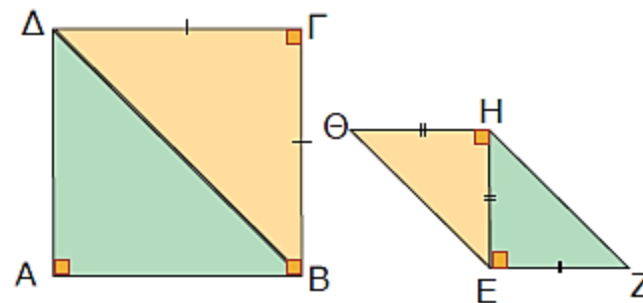




ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΑΤΑΝΟΗΣΗΣ

- 4 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.
- α) Δύο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια.
 - β) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν μία οξεία γωνία ίση, είναι όμοια.
 - γ) Δύο όμοια τρίγωνα έχουν τις ομόλογες πλευρές τους ανάλογες.
 - δ) Δύο ορθογώνια και ισοσκελή τρίγωνα είναι όμοια.
 - ε) Αν δύο ισοσκελή τρίγωνα έχουν μία γωνία 40° , είναι όμοια.
 - στ) Ο λόγος των περιμέτρων δύο ομοίων τριγώνων, είναι ίσος με τον λόγο ομοιότητάς τους.

- 5 α) Να εξηγήσετε γιατί τα τρίγωνα $AB\Delta$ και EZH είναι όμοια.
- β) Αν δύο πολύγωνα αποτελούνται από τον ίδιο αριθμό ομοίων τριγώνων, είναι πάντοτε όμοια;



4. Σ – Σ – Σ – Σ – Λ – Σ

5. α) Είναι όμοια γιατί έχουν δύο γωνίες ίσες.
 β) Όχι. Τα τετράπλευρα δεν είναι όμοια, γιατί το πρώτο είναι τετράγωνο, ενώ το δεύτερο είναι παραλληλόγραμμο.

