ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ

Χαρακτηριστικά μεγέθη της απλής αρμονικής ταλάντωσης είναι:

*Α) **Απομάκρυνση (x ή y)**: ονομάζεται η απόσταση του σώματος κάθε χρονική στιγμή από την θέση ισορροπίας (x=0 ή y=0)*

*Β) **Το πλάτος της ταλάντωσης**: ονομάζεται η μέγιστη απόσταση του σώματος από την θέση ισορροπίας (x=±A, ή y=±A)*

*Γ) **Περίοδος** : ονομάζεται ο χρόνος που απαιτείται για να εκτελέσει το σώμα μια πλήρη ταλάντωση δηλαδή να περάσει διαδοχικά δύο φορές από τη θέση ισορροπίας και να καταλήξει στη θέση που ξεκίνησε την ταλάντωσή του.*

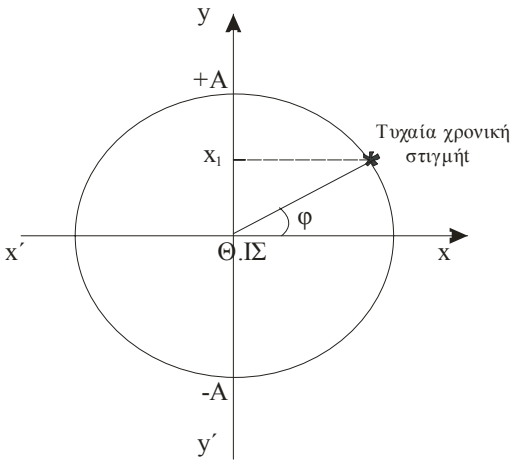
*Δ) **Συχνότητα** : ονομάζεται ο αριθμός των πλήρων ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα στη μονάδα του χρόνου*

*Ε) **Φάση** : ονομάζεται η γωνία η οποία αντιστοιχεί στην απόσταση του σώματος κάθε χρονική στιγμή από την θέση ισορροπίας (x=0).*

Επειδή όλα τα παραπάνω αναφέρονται αναλυτικά στην θεωρία θα μελετήσουμε ιδιαίτερα τα μεγέθη που έχουν ιδιαίτερη σημασία.

Όπως γνωρίζουμε κάθε απλή αρμονική ταλάντωση μπορούμε να την αντιστοιχήσουμε σε μια πλήρη κυκλική κίνηση. Για το λόγο αυτό στα σχήματα θα χρησιμοποιήσουμε το τριγωνομετρικό κύκλο για την πλήρη αναπαράσταση της κίνησης μιας απλής αρμονικής ταλάντωσης και την κατανόηση των εννοιών.

***Φάση** ονομάζουμε την γωνία που καθορίζει την απομάκρυνση του σώματος ή του συστήματος σωμάτων από την θέση ισορροπίας κάθε χρονική στιγμή t.*



*Για παράδειγμα όταν το σώμα έχει φάση **2π rad** σημαίνει ότι βρίσκεται στη θέση που ξεκίνησε την ταλάντωσή του και έχει εκτελέσει μία πλήρη ταλάντωση. Παρατηρείστε το διπλανό σχήμα όπου φαίνεται ότι κάποια τυχαία χρονική στιγμή t το σώμα έχει φάση φ. Αυτή αντιστοιχεί στη απομάκρυνση x_1 του σώματος από τη θέση ισορροπίας.*

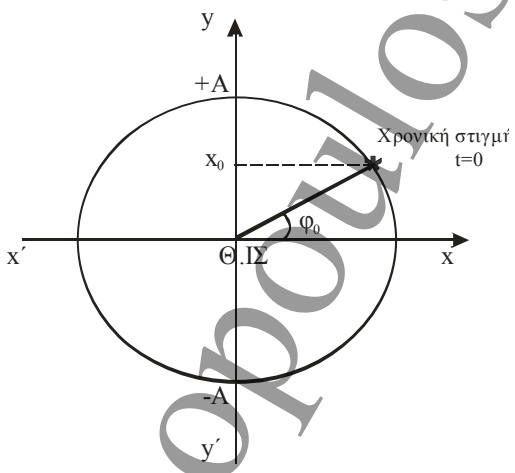
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Κάθε φάση αντιστοιχεί σε μία απομάκρυνση.

Θα λέμε ότι δυο ταλαντώσεις βρίσκονται σε φάση όταν διαφέρουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο της περιόδου Τ δηλαδή Δφ=2κπ όπου κ=0,1,2,3...

***Αρχική φάση** ονομάζουμε την αρχική γωνία, από την θέση ισορροπίας, από την οποία ξεκινά το σώμα ή το σύστημα σωμάτων την ταλάντωσή του την χρονική στιγμή t=0 δηλαδή μόλις αρχίζει την κίνησή του και η οποία αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη απομάκρυνση.*

Physics by Chris Simopoulos

Το σώμα (ή το σύστημα) που ταλαντώνεται ***<u>έχει αρχική φάση</u>*** *όταν:*



<u>I)</u> *<u>Την χρονική στιγμή t=0 έχει απομάκρυνση x_0 διάφορη του μηδενός ($x_0 \neq 0$) δηλαδή ξεκινά την ταλάντωσή του από οποιαδήποτε θέση εκτός του μηδενός ή από τη θέση x=0 έχοντας αρνητική ταχύτητα.</u>*

<u>II)</u> *<u>Την χρονική στιγμή $t \neq 0$ με $t \neq \kappa T$ όπου $\kappa=1,2,3....$ και T η περίοδος ταλάντωσης, η απομάκρυνση του σώματος (ή του συστήματος) είναι μηδέν (x=0) δηλαδή κάποια χρονική στιγμή t βρίσκεται στη θέση x=0. Αυτό σημαίνει ότι ξεκινήσει την ταλάντωσή του από μια θέση διάφορη της θέσης ισορροπίας του.</u>*

<u>III)</u> *<u>Η εξίσωση της απομάκρυνσης που δίνεται από το πρόβλημα είναι διαφορετικής μορφής από την γνωστή εξίσωση $x = A.\eta\mu\omega t$ (π.χ $x = A.\sigma\upsilon\nu\omega t$ οπότε θα έχω $x = A.\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$ άρα η αρχική φάση στο παράδειγμα είναι π/2).</u>*

<u>IV)</u> *<u>Την χρονική στιγμή t=0 η ταχύτητα του σώματος (ή του συστήματος) έχει τιμή μικρότερη από τη μέγιστη τιμή της.</u>*

<u>V)</u> *<u>Την χρονική στιγμή t=0 η επιτάχυνση του σώματος (ή του συστήματος) έχει τιμή διάφορη του μηδενός.</u>*

Τέλος ***<u>διαφορά φάσης</u>*** *μεταξύ δύο μεγεθών ονομάζεται η γωνία που αντιστοιχεί στο χρόνο που απαιτείται για να πάρει το ένα μέγεθος κάποια αντίστοιχη τιμή ενός άλλου μεγέθους.*

<u>Για παράδειγμα</u> αν τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα είναι μηδέν για να πάρει η απομάκρυνση την ίδια τιμή (δηλ. μηδέν) περνά κάποιος χρόνος Δt. Αυτός ο χρόνος αντιστοιχεί σε κάποια γωνία η οποία ονομάζεται διαφορά φάσης. Η αντιστοιχία αυτή δίνεται από την απλή μέθοδο των τριών για τα μεγέθη χρόνος-φάση.

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\varepsilon\ \chi\rho o\nu\iota\kappa\acute{o}\ \delta\iota\acute{a}\sigma\tau\eta\mu\alpha\ T\ sec\ \alpha\nu\tau\iota\sigma\tau o\iota\chi\epsilon\acute{\iota}\ \delta\iota\alpha\phi o\rho\acute{a}\ \phi\acute{a}\sigma\eta\varsigma\ 2\pi \\ \Sigma\varepsilon\ \chi\rho o\nu\iota\kappa\acute{o}\ \delta\iota\acute{a}\sigma\tau\eta\mu\alpha\ \Delta t\ \ sec\ \alpha\nu\tau\iota\sigma\tau o\iota\chi\epsilon\acute{\iota}\ \delta\iota\alpha\phi o\rho\acute{a}\ \phi\acute{a}\sigma\eta\varsigma\ \Delta\phi \end{array}\right\} \Rightarrow .\ \Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta t}{T} \qquad (1)$$

$$\acute{\eta}\ \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma\ \ \Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega t_1 - \omega t_2 = \omega(t_1 - t_2) \Rightarrow \Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta t}{T}$$

<u>Για να υπολογίσουμε τη φάση πρέπει να γνωρίζουμε τις τριγωνομετρικές σχέσεις που προκύπτουν από εξίσωση ημιτόνων, συνημιτόνων και εφαπτομένης. Συγκεκριμένα:</u>

α) *Εάν $\eta\mu\varphi = \alpha$ όπου α ένας αριθμός*

Βρίσκω το τόξο θ που έχει ημίτονο τον αριθμό α οπότε έχω $\boxed{\eta\mu\varphi = \eta\mu\theta \Rightarrow \begin{array}{l} \varphi = 2k\pi + \theta \\ \varphi = 2k\pi + \pi - \theta \end{array}}$

Physics by Chris Simopoulos

Θέτοντας κ=0 υπολογίζω τις τιμές της γωνίας φ που αντιστοιχούν στην κίνηση του σώματος κατά την πρώτη πλήρη ταλάντωση.

Για παράδειγμα $\eta\mu\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu 30^0 \Rightarrow \eta\mu\varphi = \eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{matrix} \varphi = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \varphi = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{matrix}$

β) *Εάν συνφ=α*

Κατά τον ίδιο τρόπο θα έχω $\boxed{\sigma\upsilon\nu\varphi = \sigma\upsilon\nu\vartheta \Rightarrow \begin{matrix} \varphi = 2k\pi - \vartheta \\ \varphi = 2k\pi + \vartheta \end{matrix}}$

Για παράδειγμα $\sigma\upsilon\nu\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = \sigma\upsilon\nu 30^0 \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\varphi = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{matrix} \varphi = \kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \varphi = \kappa\pi - \frac{\pi}{6} \end{matrix}$

γ) *Εάν εφφ=α*

Όμοια όπως προηγούμενα $\boxed{\varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi\vartheta \Rightarrow \begin{matrix} \varphi = k\pi + \vartheta \\ \varphi = k\pi - \vartheta \end{matrix}}$

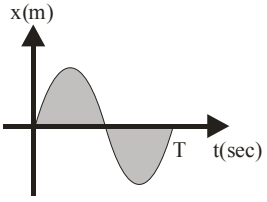
Για παράδειγμα $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi 30^0 \Rightarrow \varepsilon\varphi\varphi = \varepsilon\varphi\frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{matrix} \varphi = \kappa\pi + \frac{\pi}{6} \\ \varphi = \kappa\pi - \frac{\pi}{6} \end{matrix}$

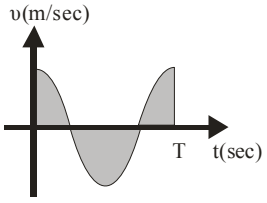
ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ:

Θα πρέπει να αναφέρουμε τη σημασία της σταθεράς κ στα προβλήματα των ταλαντώσεων. Η σταθερά κ δηλώνει σε ποια ταλάντωση βρίσκεται το σώμα κατά την κίνησή του και όχι πόσες πλήρεις ταλαντώσεις έχει διαγράψει το σώμα. Αυτό σημαίνει ότι η σταθερά κ αλλάζει κάθε φορά που το σώμα περνά από την θέση ισορροπίας (η οποία αντιστοιχεί στη θέση των 0^0 στο τριγωνομετρικό κύκλο) κινούμενο πάντα προς τον θετικό ημιάξονα (η οποία αντιστοιχεί στη θέση των 90^0 στο τριγωνομετρικό κύκλο).

Με βάση τις σχέσεις της ταλάντωσης και τις γραφικές παραστάσεις αυτών θα έχουμε τις παρακάτω διαφορές φάσεις μεταξύ των μεγεθών της απομάκρυνσης, της ταχύτητας, της επιτάχυνσης και της δύναμης :

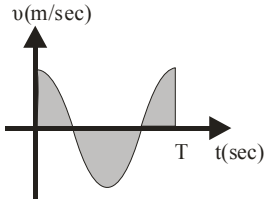
❖ *Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο και της ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο παρατηρούμε ότι* ***η απομάκρυνση x υστερεί της ταχύτητας υ κατά γωνία π/2 rad***.

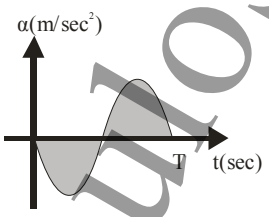




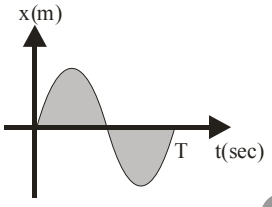
Physics by Chris Simopoulos

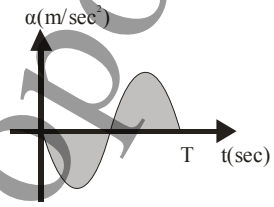
❖ *Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο παρατηρούμε ότι* ***η ταχύτητα υ υστερεί της επιτάχυνσης α κατά γωνία π/2 rad***.



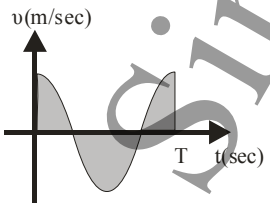


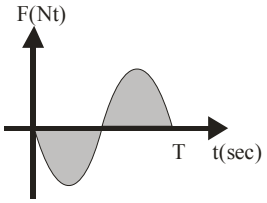
❖ *Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο παρατηρούμε ότι* ***η απομάκρυνση x υστερεί της επιτάχυνσης α κατά γωνία π rad***.



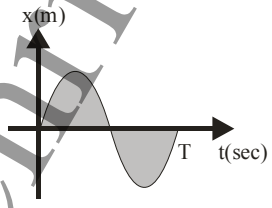


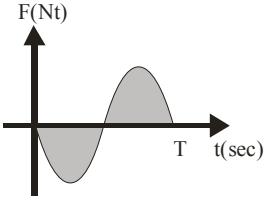
❖ *Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων της ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο και της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με το χρόνο παρατηρούμε ότι* ***η ταχύτητα υ υστερεί της δύναμης επαναφοράς $F_{επ}$ κατά γωνία π/2 rad***.





❖ *Από τη σύγκριση των διαγραμμάτων της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο και της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με το χρόνο παρατηρούμε ότι* ***η απομάκρυνση x υστερεί της δύναμης επαναφοράς $F_{επ}$ κατά γωνία π rad***.





Σχέσεις μεταξύ μεγεθών:

Στις ασκήσεις των ταλαντώσεων αρκετές φορές θα χρειαστεί να γνωρίζουμε σχέσεις μεταξύ διαφόρων μεγεθών. Ο τρόπος εργασίας στις περιπτώσεις αυτές είναι ίδιος και οι σχέσεις αυτές αποδεικνύονται τις περισσότερες φορές με τη χρήση τριγωνομετρικών σχέσεων. Έτσι:

1. *Απόδειξη της σχέσης που συνδέει την απομάκρυνση με την ταχύτητα:*

$$x = A.\eta\mu(\omega t + \phi) \Rightarrow \eta\mu^2(\omega t + \phi) = \frac{x^2}{A^2} \quad (1)$$

$$\upsilon = A.\omega.\sigma\upsilon\nu(\omega t + \phi) \Rightarrow \sigma\upsilon\nu^2(\omega t + \phi) = \frac{\upsilon^2}{A^2.\omega^2} \quad (2)$$

Από την τριγωνομετρία γνωρίζουμε ότι ισχύει $\eta\mu^2\phi + \sigma\upsilon\nu^2\phi = 1$ *οπότε αντικαθιστώντας τις σχέσεις (1) και (2) σε αυτή έχουμε*

Physics by Chris Simopoulos

$$\eta\mu^2(\omega t+\phi)+\sigma\upsilon\nu^2(\omega t+\phi)=1\Rightarrow\frac{x^2}{A^2}+\frac{\upsilon^2}{\omega^2A^2}=1\Rightarrow\upsilon^2+\omega^2x^2=\omega^2A^2\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\upsilon^2=\omega^2A^2-\omega^2x^2\Rightarrow\upsilon=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}$$

$$\boxed{\upsilon=\pm\omega\sqrt{A^2-x^2}}$$

2. *Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο προκύπτει και η σχέση μεταξύ ταχύτητας και επιτάχυνσης*

$$\boxed{\alpha=\pm\omega.\sqrt{\upsilon_0^2-\upsilon^2}}$$

3. *Προσέξτε ιδιαίτερα την σχέση που συνδέει την απομάκρυνση με την επιτάχυνση διότι είναι πολύ απλή και χρησιμοποιείται σε πολλές περιπτώσεις ασκήσεων.*

$$\boxed{\alpha=-\omega^2.A\eta\mu(\omega t+\varphi_0)\Rightarrow\alpha=-\omega^2.x}$$

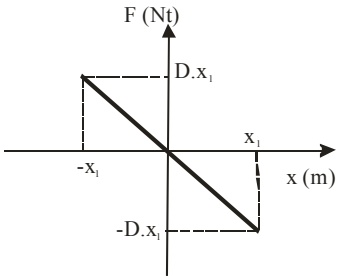
4. *Η εξίσωση της δύναμης είναι ίσως η βασικότερη εξίσωση των ταλαντώσεων. Από την εξίσωση αυτή καθορίζεται αν ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, ποια είναι η συνισταμένη δύναμη που ενεργεί στο σώμα που ταλαντώνεται κάθε χρονική στιγμή κλπ. Η συνισταμένη δύναμη εκφράζεται σε συνάρτηση με την απομάκρυνση ή σε συνάρτηση με το χρόνο από τις σχέσεις*

$$\boxed{\Sigma F=F_{\varepsilon\pi}=-D.x}\ \text{ή}$$

$$\boxed{\Sigma F=F_{\varepsilon\pi}=-m.\omega^2.A.\eta\mu(\omega t+\phi)}$$

Εκτός των τριών γραφικών παραστάσεων απομάκρυνσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης που αναφέρει το σχολικό βιβλίο μπορούμε να σχεδιάσουμε και τη γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο καθώς επίσης και τη γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση.

Η γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι ίδια με τη γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο διότι η δύναμη είναι ανάλογη της επιτάχυνσης $F=m.\alpha$ έτσι δεν χρειάζεται να την σχεδιάσουμε.

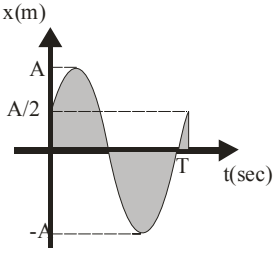


Η γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με την απομάκρυνση είναι εξίσωση πρώτου βαθμού αφού $F=-D.x$ και σχεδιάζεται όπως φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

<u>ΓΡΑΦΙΚΕΣ ΠΑΡΑΣΤΑΣΕΙΣ</u>

Επειδή στην φυσική δεν μας ενδιαφέρει ο λεπτομερής σχεδιασμός μιας γραφικής παράστασης θα αναφέρουμε ένα εύκολο τρόπο για τον σχεδιασμό μιας γραφικής παράστασης με αρχική φάση όπως αυτές που αναφέρει το σχολικό βιβλίο.

Εάν για παράδειγμα μας ζητηθεί η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης με βάση την εξίσωση $x=A.\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{6})$ τότε σχεδιάζω την κλασσική γραφική παράσταση της απομάκρυνσης με

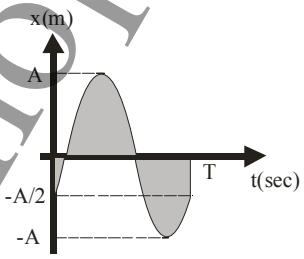


Physics by Chris Simopoulos

το χρόνο χωρίς αρχική φάση και μετατοπίζω τον άξονα της απομάκρυνσης προς τα δεξιά. Η μετατόπιση γίνεται με τον εξής τρόπο: χωρίζω τα τεταρτημόριο $(0-\frac{T}{4})$ σε τρία ίσα μέρη από τα οποία το καθένα αντιστοιχεί σε γωνία $(\frac{\pi}{6})\,rad$ και μεταφέρω τον άξονα κατά το αντίστοιχο τμήμα. Τέλος για να υπολογίσω τη τιμή που αρχίζει η γραφική παράσταση θέτω στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t=0$ και έχω

$$x = A.\eta\mu(\omega 0 + \frac{\pi}{6}) \Rightarrow x = A.\eta\mu\frac{\pi}{6} \Rightarrow x = A.\frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{A}{2}$$

Όμοια εργάζομαι για οποιαδήποτε άλλη γωνία. Εάν δε η εξίσωση έχει αρνητική αρχική φάση η μετατόπιση του άξονα γίνεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο προς τα αριστερά. Δηλαδή η γραφική παράσταση της εξίσωσης $x = A.\eta\mu(\omega t - \frac{\pi}{6})$ θα είναι όπως δείχνει το διπλανό σχήμα.



Ο τρόπος εργασίας στις ασκήσεις είναι αυτός που αναφέρουμε στη συνέχεια.

α. Σχεδιάζω το σχεδιάγραμμα ταλάντωσης του σώματος και τοποθετώ πάντα τη χρονική στιγμή $t=0$ για να γνωρίζω το τεταρτημόριο από το οποίο αρχίζει τη ταλάντωση το σώμα.

β. Γράφω τις χρονικές εξισώσεις που μας ενδιαφέρουν.

γ. Ελέγχω τις ειδικές συνθήκες αν υπάρχουν.

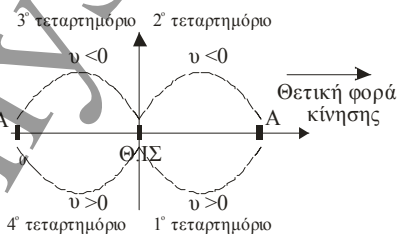
δ. Αντικαθιστώ τις τιμές του προβλήματος στις εξισώσεις.

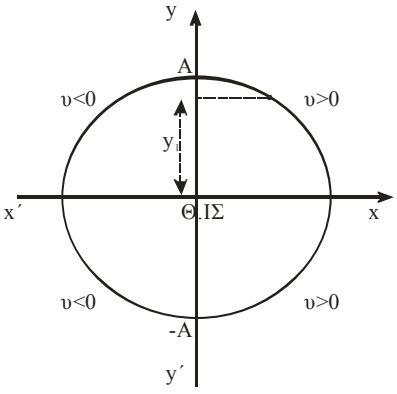
ε. Λύνω το σύστημα των εξισώσεων που προκύπτει ελέγχοντας τις δεκτές τιμές των γωνιών με το σχεδιάγραμμα της ταλάντωσης.

Ιδιαίτερη προσοχή απαιτείται στα πιο κάτω θέματα.

1. *Απαραίτητη προϋπόθεση για τη λύση των ασκήσεων είναι ο σχεδιασμός του διαγράμματος που ακολουθεί για να καταλαβαίνουμε την αρχική θέση εκκίνησης του ταλαντευόμενου σώματος αλλά και την θέση του κάθε χρονική στιγμή. Το διάγραμμα μπορεί να σχεδιαστεί ή με τη μορφή τριγωνομετρικού κύκλου, οπότε η λύση τότε είναι περισσότερο μαθηματική και λιγότερο φυσική, ή απλό σχεδιάγραμμα του σχολικού βιβλίου στο οποίο φαίνεται κάθε χρονική στιγμή η θέση του κινητού και η φορά κίνησής του και το οποίο αναφέρεται στο σχολικό βιβλίο.*

Προσέξτε την πλήρη αντιστοιχία μεταξύ του διαγράμματος του σχολικού και του τριγωνομετρικού κύκλου.





Physics by Chris Simopoulos

2. *Όταν η εξίσωση της απομάκρυνσης και της επιτάχυνσης εκφράζεται με συνημίτονο (συν) ή εξίσωση της ταχύτητας με ημίτονο (ημ) τη μετατρέπω σε εξίσωση ημίτονου (ημ) ή συνημιτόνου (συν) αντίστοιχα για να καθορίσω την αρχική φάση της ταλάντωσης. Οι σχέσεις που χρησιμοποιώ είναι οι εξής:*

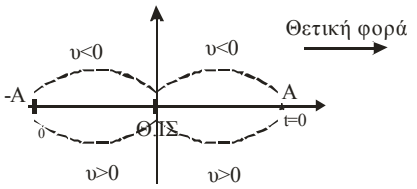
$$συν(\omega t+\varphi_0)=\begin{matrix}ημ(\frac{\pi}{2}+\omega t+\varphi_0)\\ ημ(\frac{\pi}{2}-\omega t-\varphi_0)\end{matrix}$$

3. *Όταν δίνεται η απόσταση x των δύο ακραίων θέσεων της ταλάντωσης ενός σώματος τότε το πλάτος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση* $x=2A \Rightarrow A=\frac{x}{2}$.

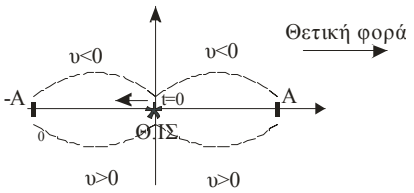
4. *Όταν ένα σώμα που εκτελεί γραμμική αρμονική ταλάντωση περνά από την θέση ισορροπίας του με ταχύτητα υ αυτή δηλώνει ταυτόχρονα και την μέγιστη ταχύτητα ταλαντώσεως.*

5. *<u>Η φορά λαμβάνεται υπόψη πάντα στο σχήμα και καθορίζεται σαν θετική η φορά εκείνη προς το άκρο της οποίας κατευθύνεται το σώμα για πρώτη φορά εκτός αν αναφέρεται από την εκφώνηση κάτι άλλο.</u>*

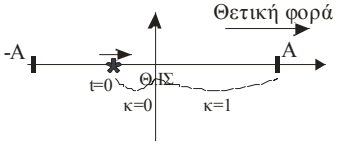
6. *Εάν το σώμα ξεκινά από ακραία θέση αυτή καθορίζεται πάντα η θέση, του +Α εκτός άν το πρόβλημα καθορίζει διαφορετική και η αρχική του φάση είναι π/2 δηλαδή* $x=A.ημ(\omega t+\frac{\pi}{2})$



7. *Εάν το σώμα ξεκινά από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς την αρνητική κατεύθυνση τότε έχει αρχική φάση π δηλαδή* $x=A.ημ(\omega t+\pi)$



8. *Κάθε μετατόπιση μεταξύ του –Α και της θέσης ισορροπίας (Θ ΙΣ) ορίζεται σαν αρνητική όπως και κάθε ταχύτητα αντίθετη της θετικής φοράς δηλαδή στην εξίσωση της απομάκρυνσης τοποθετούμε την απομάκρυνση x με αρνητικό πρόσημο* $-x=A.ημ(\omega t+\varphi)$



9. *<u>Κάθε φορά που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας κινούμενο προς το θετικό άκρο +Α αλλάζει η σταθερά κ στις τριγωνομετρικές σχέσεις ημίτονου, συνημίτονου και εφαπτομένης διότι το σώμα αρχίζει τότε να κινείται σε μια νέα τροχιά (νέος κύκλος) ανεξάρτητα από την θέση που ξεκίνησε την ταλάντωσή του έτσι για παράδειγμα εάν το σώμα αρχίζει την ταλάντωσή του από την θέση x=-A/2 τότε στην σχέση της απομάκρυνσης θα είναι κ=0 από τη θέση x=–A/2 μέχρι την θέση x=0 και κ=1 από την θέση x=0 και μετά.</u>*

10. *Για να υπολογίσετε το χρόνο που απαιτείται για τη μετακίνηση ενός σώματος από τη θέση* x_1 *στη θέση* x_2 *αρκεί να τοποθετήσω τις τιμές αυτές στην εξίσωση της απομάκρυνσης και να προσέξω να*

Physics by Chris Simopoulos

απορρίψω τις σωστές τιμές των χρόνων με βάση τη φορά κίνησης του σώματος και το τεταρτημόριο στο οποίο βρίσκεται το σώμα τις αντίστοιχες χρονικές στιγμές. Προσέξτε το παρακάτω λυμένο παράδειγμα για τη κατανόηση της παρατήρησης.

ΠΡΟΣΟΧΗ:

Στο τέταρτο τεταρτημόριο η γωνία δεν γράφεται ποτέ με αρνητικό πρόσημο (π.χ. -π/4 rad). Πάντα την γράφουμε σαν γωνία ολόκληρου κύκλου δηλαδή 2π-π/4=7π/4 rad.

Physics by Chris Simopoulos