

ΓΕΝΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΜΟΝΕΜΒΑΣΙΑΣ

Γ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 1

1. Να βρείτε τα πεδία ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \sqrt{4-x} \quad \beta) f(x) = \sqrt{9-x^2} \quad \gamma) f(x) = \sqrt{\frac{x-2}{x-1}} \quad \delta) f(x) = \sqrt{\ln x}$$

$$\epsilon) f(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right) \quad \sigma\tau) f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-2} \quad \zeta) f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{2-x} \quad \eta) f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{9-x^2}$$

$$\theta) f(x) = \sqrt{1-\ln(x-1)} \quad \iota) f(x) = \sqrt{x^2+x-6} \quad \kappa) f(x) = \frac{\ln(x^2-2x-3)}{\sqrt{25-x^2}}$$

2. Έχουμε ένα χαρτόνι σχήματος τετραγώνου, του οποίου η πλευρά είναι 40cm.

Προκειμένου να κατασκευάσουμε ένα κουτί, ανοικτό από την πάνω πλευρά, κόβουμε από κάθε κορυφή του τετραγώνου, τετράγωνο πλευράς x cm.

α) Να εκφράσετε τον όγκο του κουτιού V ως συνάρτηση του x .

β) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $V = V(x)$.

γ) Να βρείτε την τιμή του x για την οποία το κουτί που προκύπτει είναι κύβος.

3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+2}{x-3}$. Να εξετάσετε αν τα σημεία $(1, 5)$, $\left(5, \frac{7}{2}\right)$ και

$(3, 7)$ βρίσκονται πάνω στην γραφική παράσταση της f

4. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-1}{x^2+3x+9}$. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική

παράσταση της f τέμνει τους άξονες xx' και yy' .

5. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων:

$$\alpha) f(x) = \frac{2}{x} \text{ και } g(x) = x+1, \quad \beta) f(x) = -\frac{8}{x} \text{ και } g(x) = x^2-2x-4.$$

6. Για ποιες τιμές του $x \in \mathcal{R}$ η γραφική παράσταση της f βρίσκεται πάνω από τον άξονα

$$xx' \text{ όταν } \alpha) f(x) = -x^2-x+2 \quad \beta) f(x) = 5e^x-2 \quad \gamma) f(x) = \frac{2+x}{3-x}$$

7. Να βρεθούν οι τιμές του x για τις οποίες η C_f βρίσκεται πάνω από την C_g , όταν

$$\alpha) f(x) = x^3+3x-1 \text{ και } g(x) = 2x-1 \quad \beta) f(x) = x^3+2x-1 \text{ και } g(x) = x^2+2x-1$$

8. $\alpha) \lim_{x \rightarrow -2} (x^3+x^2+11)^{19}$ $\beta) \lim_{x \rightarrow -1} [(2x+1)^5(x^2-x-3)^{20}]$ $\gamma) \lim_{x \rightarrow 1} (2x^2+x^2-x+4)$

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu x}{x^2+1} \quad \epsilon) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+1}{x+2} \quad \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{x^2+5x+8} \quad \zeta) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{|x^3-x+7|}$$

$$\eta) \lim_{x \rightarrow 64} \sqrt[3]{x} + \sqrt{x} \quad \theta) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} 3\eta\mu x + \sigma\upsilon\nu x$$

9. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{3x-2}{2x+3}$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της, β) το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ γ) το $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]^3$.

10. Να υπολογίσετε τα όρια

α) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ β) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x^2}{x - 1}$ γ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{3 - x}$ δ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{x^3 - 1}$

ε) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 + 6x + 8}$ στ) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 + 5x - 6}{2x^2 + 14x + 12}$

11. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της A β) το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

12. Να υπολογίσετε τα όρια

α) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6} - 3}{x - 3}$ γ) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{7}} \frac{x - \sqrt{7}}{x^2 - 7}$

δ) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{3}}{x - 3}$ ε) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$ στ) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x}$

ζ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x+2} - 2}$ η) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x}$ θ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + x + 3} - 3}{x^2 - 4}$

Ι) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-2x} - \sqrt{1+2x}}{x}$ ΙΑ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$

13. Για μία συνάρτηση f ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + 4x - 3) = 1$. Να βρείτε το

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

14. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = x^2 - 7x + 12$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της A , β) το $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

γ) Να εξετάσετε αν η $f(x)$ είναι συνεχής στη θέση $x_0 = 3$

15. Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} -x + x^2, & x \neq 1 \\ \alpha^2 - 2\alpha + 2, & x = 1 \end{cases}$. Να βρείτε:

- α) το πεδίο ορισμού της, β) το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

γ) την τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$, ώστε η f να είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 1$