# ΔΙΑΤΑΞΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ

Λέμε ότι :
Ο α είναι μεγαλύτερος του β **$\alpha > \beta$ όταν $\alpha - \beta$ ……0**
Ο α είναι μικρότερος του β **$\alpha < \beta$ όταν $\alpha - \beta$ ……0**

**ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ Ι**

1. Αν $\alpha > 0$ και $\beta > 0$ τότε $\alpha+\beta$….0
2. Αν $\alpha < 0$ και $\beta < 0$ τότε $\alpha+\beta$….0
3. Αν α , β ομόσημοι τότε $\alpha\cdot\beta$ ….0 και $\frac{\alpha}{\beta}$….0
4. Αν α , β ετερόσημοι τότε $\alpha\cdot\beta$ ….0 και $\frac{\alpha}{\beta}$….0
5. Για κάθε αριθμό ισχύει **$\alpha^2$ …0** και πιο γενικά και **$\alpha^2 + \beta^2 + \ldots\ldots + \kappa^2 \geq 0$**
   Επίσης **$(\alpha+\beta)^2 \geq 0$** και **$(\alpha-\beta)^2 \geq 0$** καθώς και **$(\alpha\pm\beta)^2 + \kappa > 0$ όπου $\kappa > 0$**
6. **$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0 \Leftrightarrow \alpha = \beta = \gamma = 0$**

**ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΙΙ**

1. Αν $\alpha > \beta$ και
   $\beta > \gamma$ τότε α….γ ( μεταβατική ιδιότητα)
2. Αν $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha + \gamma$ ….$\beta + \gamma$
3. Αν $\gamma > 0$ τότε : $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\cdot\gamma$ ….$\beta\cdot\gamma$
4. Αν $\gamma < 0$ τότε : $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha\cdot\gamma$ ….$\beta\cdot\gamma$
5. Αν $\alpha > \beta$ και
   $\gamma > \delta$ τότε $\alpha + \gamma$ ….$\beta+\delta$
6. Αν α , β ,γ ,δ θετικοί αριθμοί τότε
   Αν $\alpha > \beta$ και
   $\gamma > \delta$ τότε $\alpha \cdot \gamma$ ….$\beta\cdot\delta$

Δηλαδή από τις [5] και [6] συμπεραίνω ότι
μπορώ να προσθέσω κατά μέλη ανισότητες της ίδιας φοράς και να προκύψει ανισότητα ίδιας φοράς και επίσης
μπορώ να πολλαπλασιάσω κατά μέλη ανισότητες με θετικούς όρους της ίδιας φοράς και να προκύψει ανισότητα ίδιας φοράς και επίσης
ΠΡΟΣΟΧΗ ΟΜΩΣ:
ΔΕΝ ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΑΦΑΙΡΕΣΩ κατά μέλη ανισότητες της ίδιας φοράς.
π.χ $9 < 12$ και $3 < 7$ όμως $9 - 3 > 12 - 5$ και
ΔΕΝ ΜΠΟΡΩ ΝΑ ΔΙΑΙΡΕΣΩ κατά μέλη ανισότητες με θετικούς όρους της ίδιας φοράς
π.χ $14 < 6$ και $7 < 2$ όμως $\frac{14}{7} > \frac{6}{2}$
Τέλος ισχύει ότι

$$\alpha = \beta \Leftrightarrow \alpha^{\nu} = \beta^{\nu}$$
$$\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha^{\nu} > \beta^{\nu}$$

**Θυμηθείτε :**
**$\alpha > \beta$ όταν $\alpha - \beta > 0$**

## <u>άσκηση 1</u>

**Αν $\alpha > -3$ να αποδείξετε ότι $6 + 2.\alpha > 3 + \alpha$**

Καταρχήν αφού $\alpha - 3 > 0$ άρα $\alpha + 3$ …0

Παίρνουμε την διαφορά τους $(6+2\cdot\alpha) - (3+\alpha)$ και πρέπει να αποδείξουμε ότι είναι …………….από το 0

$(6+2\cdot\alpha) - (3+\alpha)$ =…………………………………..=……………………   …… 0

άρα **$6 + 2.\alpha > 3 + \alpha$**

**Θυμηθείτε :**
**$\alpha < \beta$ όταν $\alpha - \beta < 0$**

## <u>άσκηση 2</u>

**Αν $\alpha>1>\beta$ να αποδείξετε ότι $\alpha+\beta < 1 + \beta$**

Καταρχήν αφού $\alpha > 1$ άρα $\alpha - 1 > 0$ και αφού $1 > \beta$ άρα $\beta - 1$ …0

Παίρνουμε την διαφορά τους $\alpha + \beta - (1+\alpha\beta)$ και πρέπει να αποδείξουμε ότι είναι …………….από το 0

$\alpha + \beta - (1+\alpha\beta) = \alpha + \beta - 1 - \alpha\beta = \alpha - 1 + \beta(\alpha - 1) = (\alpha - 1)\cdot($ ……- …..$)$ $< 0$

γιατί ……………………………και ………………………………..

Άρα **$\alpha+\beta < 1 + \beta$**

**Θυμηθείτε :**
**$\kappa^2 \geq 0$**

## <u>άσκηση 3</u>

**Να αποδείξετε ότι $\alpha^2 + 16 \geq 8\alpha$**

Παίρνουμε την διαφορά τους $\alpha^2 + 16 - 8\alpha$ και πρέπει να αποδείξουμε ότι είναι $\geq$ από το 0

$\alpha^2 + 16 - 8\alpha =$ ……………………………… …. 0

Άρα **$\alpha^2 + 16 \geq 8\alpha$**

## <u>άσκηση 4</u>

**Να αποδείξετε ότι $\alpha^2+4\alpha+5 > 0$**

$\alpha^2 + 4\alpha + 5 = \alpha^2 + 4\alpha + 4 + 1 = ($ …….+ …..$)^2 + 1 > 0$

## <u>άσκηση 5</u>

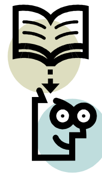
**Να αποδείξετε ότι αν $0<\alpha<\beta$ τότε $\frac{1}{\beta} < \frac{1}{\alpha}$**

Είναι $\alpha<\beta$ άρα $\alpha - \beta < 0$ και $\alpha\cdot\beta > 0$ Πρέπει να δείξουμε ότι $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} < 0$

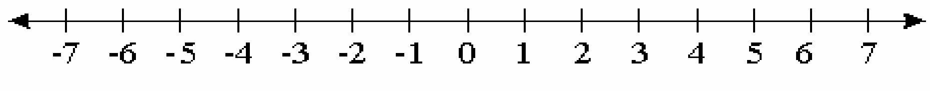
Είναι $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\alpha} =$

# ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ

Να λυθεί η ανίσωση $\frac{3x+1}{3} + x > \frac{x+2}{2}$ και να παρασταθούν οι λύσεις στον άξονα των πραγματικών αριθμών



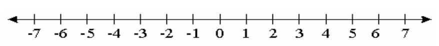
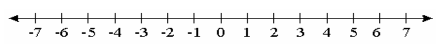
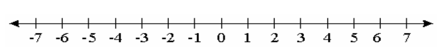
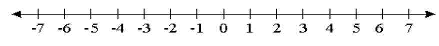
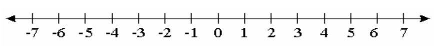
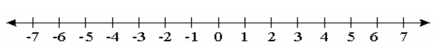
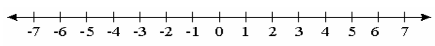
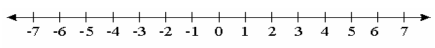
**Θυμηθείτε :**
1) **βρίσκω ΕΚΠ**
2) **πολλαπλασιάζω με ΕΚΠ**
3) **Κάνω πράξεις**
4) **Ξεχωρίζω γνωστούς – αγνώστους**
5) **Διαιρώ με συντελεστή του αγνώστου ( προσοχή αν είναι αρνητικός)**




**Διαστήματα**

Π.χ [α,β) το **« [ »- κλειστό** παριστάνει ότι παίρνουμε αυτήν την τιμή ενώ το **«)» - ανοικτό** ότι δεν παίρνουμε αυτήν την τιμή

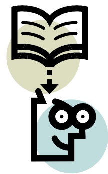
Τα σύμβολα **+∞ συν άπειρο , - ∞ πλήν άπειρο** <u>δεν</u> είναι αριθμοί αλλά παριστάνουν μπορούμε να πούμε παραστατικά το « μεγαλύτερο» και τον «μικρότερο» αριθμό αντίστοιχα

| διάστημα | ανισότητα | συμβολισμός |
|---|---|---|
|  | **1≤ x < 2** | |
|  | **x >3** | |
|  | | **(-∝ ,- 4]** |
|  | | **[5, 8]** |
|  | **x<6** | |
|  | | **(2, 7]** |
|  | **-5<x<6** | |
|  | | **[4,+∞)** |

Να βρεθούν οι τιμές του χ για τις οποίες συναληθεύουν οι ανισώσεις και να τις παραστήσετε με διάστημα

**3χ -1 < χ+5**

**2 -** $\frac{x}{2}$ **< χ+** $\frac{1}{2}$



**<u>Θυμηθείτε :</u>**

**Λύνω την κάθε μία χωριστά και βάζω τις λύσεις κάθε μιάς στον άξονα**