

Μια Ρεαλιστική Προσέγγιση για τη Διδασκαλία των Συστημάτων Αρίθμησης

Δημήτρης Νικολός¹, Αλέξανδρος Μπόκος²

¹Τ.Ε.Ε.Α.Π.Η., Πανεπιστήμιο Πατρών

²Εκπαιδευτικός Δευτεροβάθμιας, ΠΕ19

Περίληψη

Στην παρούσα πιλοτική έρευνα γίνεται αξιολόγηση ενός υπολογιστικού περιβάλλοντος που αναπτύχθηκε για τη διδασκαλία των συστημάτων αρίθμησης. Το περιβάλλον αυτό σχεδιάστηκε ώστε να είναι εύκολο για τους μαθητές να αντιληφθούν τα προβλήματα που τους τίθενται και να ενδιαφερθούν για την επίλυση τους. Η αξιολόγησή του διεξάχθηκε σε μια τάξη Β' Γυμνασίου δώδεκα μαθητών, στη διάρκεια μιας διδακτικής ώρας. Η έρευνα αυτή έδειξε πως η προσέγγιση των ρεαλιστικών μαθηματικών κινεί το ενδιαφέρον των μαθητών, οι οποίοι φαίνεται να κατανοούν την έννοια των συστημάτων αρίθμησης.

Λέξεις κλειδιά: Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Εκπαίδευση, Συστήματα Αρίθμησης, Εκπαιδευτικά Λογισμικά για Μαθηματικά

1. Εισαγωγή

Η παραδοσιακή προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών περιλαμβάνει κανόνες και αλγορίθμους οι οποίοι συνήθως αποστηθίζονται από τους μαθητές, ώστε να μπορούν να τους χρησιμοποιήσουν σε εφαρμογές – ασκήσεις (Freudental, 2002). Η προσέγγιση αυτή δημιουργεί πολλά προβλήματα, με βασικότερο όλων τη δυσκολία των μαθητών να εφαρμόσουν τους αλγορίθμους που μαθαίνουν όταν αυτοί αναφέρονται σε άλλα πεδία εκτός των μαθηματικών, όπως είναι η φυσική ή διάφορα προβλήματα της καθημερινής ζωής (Freudenthal, 1968). Έρευνες έχουν δείξει ότι και στην ελληνική εκπαίδευση, η παραδοσιακή διδασκαλία των μαθηματικών είναι η επικρατέστερη μέθοδος διδασκαλίας (Tzekaki, Sakonidis, & Kaldrimidou, 2002).

Ένα διδακτικό πλαίσιο για την αντιμετώπιση των μειονεκτημάτων της παραδοσιακής προσέγγισης, προσφέρεται από την προσέγγιση των «ρεαλιστικών μαθηματικών στην εκπαίδευση» (Freudental, 2002), η οποία περιλαμβάνει την αλλαγή της οπτικής με την οποία οι μαθητές αντιμετωπίζουν τα μαθηματικά αντικείμενα. Οι μαθητές βρίσκονται αντιμέτωποι, είτε με προβλήματα του πραγματικού κόσμου και της καθημερινότητας ή με καταστάσεις που μπορούν να τις φανταστούν εύκολα και να τις πραγματοποιήσουν στο μυαλό τους (van Den Heuvel-Panhuizen, 2003). Τα προβλήματα αυτά κινητοποιούν το ενδιαφέρον των μαθητών και προσπαθούν να τα επιλύσουν με τις γνώσεις που διαθέτουν. Για να καταφέρουν να προσεγγίσουν τη λύση, η δημιουργία νέας γνώσης είναι αναγκαία. Η μάθηση και η

οικοδόμηση νέας γνώσης στο πλαίσιο των ρεαλιστικών μαθηματικών βασίζεται σε μια διαδικασία «μαθηματικοποίησης» των προσφερόμενων διδακτικών καταστάσεων (L. Streefland, 1993; L. Streefland, 1991) που είναι και ο τελικός σκοπός αυτών των δραστηριοτήτων (Presmeg, 2003).

Σκοπός αυτής της εργασίας είναι η υλοποίηση και η αξιολόγηση ενός υπολογιστικού περιβάλλοντος για τη διδασκαλία των συστημάτων αρίθμησης που βασίζεται στη ρεαλιστική προσέγγιση για τη διδασκαλία των μαθηματικών.

Ο λόγος για τον οποίο χρησιμοποιείται το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης σήμερα, πιθανότατα προέρχεται από το ότι ο άνθρωπος χρησιμοποιούσε τα δάχτυλά του για να μετράει, από τα προϊστορικά χρόνια. Παρ' όλα αυτά, οι άνθρωποι δε χρησιμοποιούσαν πάντα το δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Οι Βαβυλώνιοι χρησιμοποιούσαν ένα πολύπλοκο εξηνταδικό σύστημα, του οποίου το κάθε ψηφίο αναλυόταν με βάση το δεκαδικό σύστημα. Επίσης, ακόμη και σήμερα η γαλλική γλώσσα περιλαμβάνει κατάλοιπα ενός εικοσαδικού συστήματος που ήταν εκτενέστερο παλιότερα (Dehaene, 1997).

Η αναγκαιότητα για τη διδασκαλία και άλλων αριθμητικών συστημάτων είναι πιο έντονη σήμερα, επειδή στην επιστήμη των υπολογιστών χρησιμοποιείται το δυαδικό σύστημα, το οποίο διαβάζεται πιο εύκολα αν μετατραπεί σε οκταδικό ή δεκαεξαδικό. Για το λόγο αυτό το δυαδικό σύστημα έχει ενταχθεί σαν ενότητα στο μάθημα της Πληροφορικής ήδη από την δευτεροβάθμια εκπαίδευση (Γυμνάσιο, Γενικό Λύκειο, Επαγγελματική Εκπαίδευση).

Η διδασκαλία του δυαδικού συστήματος έχει προσεγγιστεί με τη χρήση διαφόρων λογισμικών. Μέσω των ηλεκτρονικών λογιστικών φύλλων (Σαριδάκη, 2002), οι μετατροπές μεταξύ δεκαδικών και δυαδικών αριθμών δίνονται με καθαρά αλγοριθμικό τρόπο και το πλεονέκτημα που παρέχεται στους μαθητές είναι η αποφόρτιση τους από τις αριθμητικές πράξεις. Το λογισμικό «Διαδραστικό Εκπαιδευτικό Λογισμικό για τα Υπολογιστικά Συστήματα (ΔΕΛΥΣ)» (Ευαγγελίδης κ.α., 1984) πραγματεύεται το δυαδικό σύστημα με δύο τρόπους: α) στην ενότητα που έχει ως στόχο την κατανόηση των λειτουργιών του εσωτερικού του υπολογιστή, ο μαθητής καλείται απλά να παρακολουθήσει τον τρόπο με τον οποίο γίνεται η διαδικασία μετατροπής ενός δεκαδικού αριθμού σε δυαδικό και β) στην ενότητα που έχει σα στόχο τη διδασκαλία της μετατροπής μεταξύ του δυαδικού και του δεκαδικού συστήματος, ο μαθητής πειραματίζεται βάζοντας δυνάμεις του δύο στο ένα σκέλος μιας ζυγαριάς και δεκαδικούς αριθμούς στο άλλο, μέχρι να ισορροπήσει η ζυγαριά. Η διαδικασία αυτή ακολουθεί μια πιο ρεαλιστική προσέγγιση ωστόσο δεν οδηγεί εύκολα στη μαθηματικοποίηση των ενεργειών των μαθητών. Τέλος, το τμήμα Πράξεις του λογισμικού Τρίτων¹ δείχνει τη μετατροπή δυαδικού αριθμού σε δεκα-

¹ <http://tinyurl.com/cm7mkn>

δικό με βηματική παρουσίαση, χωρίς ο μαθητής να μπορεί να πειραματιστεί με τα δεδομένα.

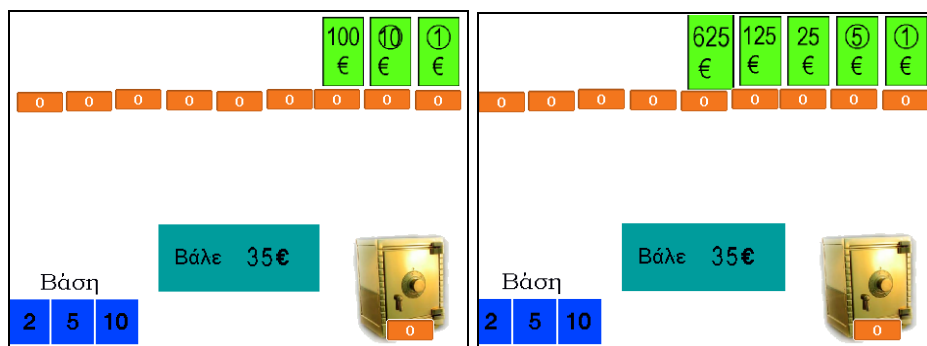
Κανένα από τα παραπάνω περιβάλλοντα δεν αντιμετωπίζει το δυαδικό σύστημα σαν μια υποπερίπτωση της ευρύτερης μαθηματικής έννοιας των συστημάτων αρίθμησης. Επίσης, τα περιβάλλοντα αυτά δεν έχουν σχεδιαστεί με σκοπό την κατανόηση της δομής των συστημάτων αρίθμησης, αλλά έχουν ως στόχο να μπορούν οι μαθητές να κάνουν μετατροπές από το δυαδικό σύστημα αρίθμησης στο δεκαδικό και αντίστροφα.

2. Το περιβάλλον

Στα πλαίσια αυτής της έρευνας υλοποιήθηκε ένα υπολογιστικό περιβάλλον για τη διδασκαλία των αριθμητικών συστημάτων. Το περιβάλλον αυτό προσβλέπει στην εξοικείωση των μαθητών με τα αριθμητικά συστήματα με βάση το δέκα, το πέντε και το δύο. Αναφέρεται στη μετατροπή αριθμών του δεκαδικού συστήματος στα άλλα δύο συστήματα και υλοποιήθηκε στη γλώσσα προγραμματισμού Scratch που αναπτύχθηκε στο M.I.T. (Φεσάκης κ.α., 2008).

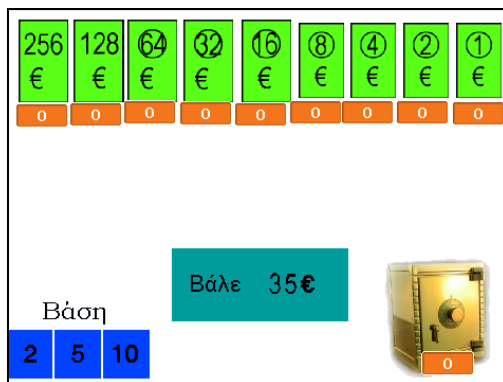
Για να μπορέσουν οι μαθητές να φανταστούν εύκολα τις μετατροπές αυτές χρησιμοποιήθηκε το παράδειγμα των χρημάτων. Για τη βάση του δέκα, τα μοναδικά χαρτονομίσματα που μπορούν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές έχουν αξίες ίσες με τις δυνάμεις του δέκα (1€, 10€ και 100€). Αντίστοιχα, για τη βάση του πέντε τα μοναδικά χαρτονομίσματα που μπορούσαν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές έχουν αξίες ίσες με τις δυνάμεις του πέντε (1€, 5€, 25€ κ.ο.κ.). Αντίστοιχα, για τη βάση του δύο τα μοναδικά χαρτονομίσματα που μπορούν να χρησιμοποιήσουν οι μαθητές έχουν αξίες ίσες με τις δυνάμεις του δύο (1€, 2€, 4€, 8€ κ.ο.κ.).

Το περιβάλλον προτρέπει τον χρήστη να τοποθετήσει ένα συγκεκριμένο χρηματικό ποσό σε ένα χρηματοκιβώτιο, χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα χαρτονομίσματα. Ο αριθμός των χρημάτων που πρέπει να μπουν στο χρηματοκιβώτιο δίνεται στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Κάποιες εικόνες (screenshots) από το λογισμικό αυτό.



(α) Δεκαδικό σύστημα

(β) Πενταδικό σύστημα



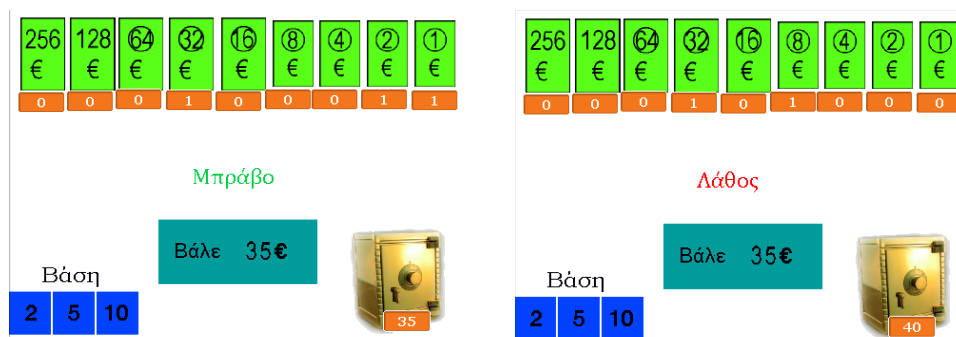
(γ) Δυαδικό σύστημα

Εικόνα 1. Αρχική κατάσταση του περιβάλλοντος για κάθε μία από τις τρεις βάσεις φαίνονται στην Εικόνα 1. Ο χρήστης, βάζοντας χαρτονομίσματα στο χρηματοκιβώτιο, μπορεί να βλέπει τον αριθμό των χαρτονομισμάτων που έχει τοποθετήσει για κάθε αξία, καθώς και το σύνολο που έχει σχηματιστεί (Εικόνα 2). Το λογισμικό καλύπτει την περίπτωση που κάποιος μαθητής χρησιμοποιεί περισσότερα χαρτονομίσματα από όσα πρέπει (π.χ. πέντε χαρτονομίσματα των 5€ στο πενταδικό σύστημα) και υπολογίζει ένα νόμισμα μεγαλύτερης αξίας (π.χ. ένα νόμισμα των 25€). Εάν οι μαθητές καταφέρουν να βάλουν στο χρηματοκιβώτιο τα χρήματα που ζητούνται τότε στην οθόνη εμφανίζεται η λέξη «Μπράβο», ενώ αν ξεπεράσουν το ζητούμενο ποσό, εμφανίζεται η λέξη «Λάθος» (Εικόνα 2).

3. Μεθοδολογία

Με βάση αυτό το λογισμικό κατασκευάστηκε μια δραστηριότητα για τους 12 μαθητές ενός τμήματος Β' τάξης Γυμνασίου και διεξάχθηκε στη διάρκεια μιας σχολικής ώρας. Στους μαθητές προτάθηκε να δουλέψουν σε ομάδες των δύο ατόμων. Σχηματίστηκαν πέντε ομάδες, ενώ δύο μαθητές στην πορεία της δραστηριότητας αρνήθηκαν τη συνεργασία, όταν διαπίστωσαν ότι μπορούσαν να αντιμετωπίσουν τα προβλήματα και μόνοι τους αποδοτικά.

Αρχικά, ανακοινώθηκε στους μαθητές ότι η δραστηριότητα αφορά τα συστήματα αρίθμησης. Οι μαθητές είχαν ήδη διδαχθεί το δυαδικό σύστημα με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Δηλαδή, είχαν κάνει μετατροπές από το δυαδικό στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης και αντίστροφα. Παρ' όλα αυτά, από τις απαντήσεις τους φάνηκε ότι δεν μπορούσαν να ανακαλέσουν αυτές τις γνώσεις. Έτσι, έγινε μια εισαγωγή στην έννοια των συστημάτων αρίθμησης, η οποία τόνιζε την ύπαρξη και άλλων συστημάτων αρίθμησης που έχουν βάση διαφορετική του δέκα, επιπλέον του δυαδικού.



Εικόνα 2. Παράδειγμα χρήσης του περιβάλλοντος για το δυαδικό σύστημα

Κατόπιν, επιτράπηκε στους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τους υπολογιστές τους και τους δόθηκαν τυπωμένες οδηγίες για τη χρήση του λογισμικού. Το πρώτο φύλλο εργασίας που τους δόθηκε, είχε σα στόχο την εξοικείωσή τους με το υπολογιστικό περιβάλλον, χρησιμοποιώντας το οικείο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης. Αφού όλοι οι μαθητές έβαλαν στο χρηματοκιβώτιο τα ζητούμενα χρήματα, τους δόθηκε κατά σειρά το δεύτερο και τρίτο φύλλο εργασίας που αφορούσε το πενταδικό και το δυαδικό σύστημα αντίστοιχα. Τα φύλλα εργασίας αυτά ακολουθούν την ίδια δομή (Παράρτημα). Αρχικά, ζητείται από τους μαθητές να δικαιολογήσουν, για ποιο λόγο οι αξίες των διαθέσιμων χαρτονομισμάτων διαφέρουν από αυτές του δεκαδικού συστήματος. Ακολούθως, ζητείται από τους μαθητές να αναλύσουν τρεις αριθμούς χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα χαρτονομίσματα και να σημειώσουν σε έναν πίνακα καταγραφής, πόσα χαρτονομίσματα χρειάστηκαν από την κάθε αξία. Αυτή η ανάλυση γίνεται με τη χρήση του λογισμικού. Στη συνέχεια, καλούνται να γράψουν τους αριθμούς αυτούς στο εκάστοτε σύστημα αρίθμησης, χρησιμοποιώντας τον πίνακα που συμπλήρωσαν προηγουμένως. Τέλος, τους ζητείται να γράψουν και έναν τέταρτο αριθμό κατευθείαν στο νέο σύστημα αρίθμησης, χωρίς να χρησιμοποιήσουν τον πίνακα καταγραφής, και να αιτιολογήσουν την απάντησή τους.

Η δραστηριότητα ολοκληρώνεται με το φύλλο αξιολόγησης, που πρέπει να συμπληρωθεί χωρίς τη χρήση του υπολογιστή. Στο φύλλο αυτό οι μαθητές καλούνται να εκτελέσουν πιο απλές μετατροπές απ' αυτές που είχαν κάνει με τη χρήση του λογισμικού.

Καθ' όλη τη διάρκεια της δραστηριότητας, οι ερευνητές που ήταν παρόντες, ενθάρρυναν και διευκόλυναν τις δράσεις των μαθητών. Μια τέτοια προσέγγιση συνιστάται γενικά για τη λειτουργία των ομάδων, αλλά και ειδικότερα στη μεθοδολογία διδασκαλίας που προτείνεται από τη ρεαλιστική προσέγγιση των μαθηματικών στην τάξη (Wubbels, Korthagen, & Broekman, 1997).

Οι ενέργειες μιας ομάδας δύο μαθητών που επιλέχθηκε με τυχαίο τρόπο, καταγράφηκαν σε μορφή βίντεο, με τη χρήση του λογισμικού Camtasia². Για τους υπόλοιπους μαθητές κρατήθηκαν σημειώσεις από τους ερευνητές στα πλαίσια συμμετοχικής παρατήρησης (Cohen & Manion, 1994). Οι σημειώσεις των ερευνητών, η καταγραφή της πορείας της δραστηριότητας και τα συμπληρωμένα φύλλα εργασίας των μαθητών αποτελούν το υλικό βάσει του οποίου έγινε η αξιολόγηση του υπολογιστικού περιβάλλοντος και της δραστηριότητας.

4. Αποτελέσματα - συζήτηση

Τα αποτελέσματα της έρευνας αναλύονται σε τρεις άξονες. Ο πρώτος αφορά τη στάση των μαθητών απέναντι στο υπολογιστικό περιβάλλον, ο δεύτερος την πορεία της δραστηριότητας και τις δυσκολίες που συνάντησαν οι μαθητές στα δοθέντα προβλήματα ενώ τέλος, σχολιάζονται οι απαντήσεις στο φύλλο αξιολόγησης και διατυπώνονται τα τελικά συμπεράσματα.

4.1 Στάση των μαθητών

Η στάση των μαθητών απέναντι στη δραστηριότητα ήταν θετική, όλοι οι μαθητές θέλησαν να χρησιμοποιήσουν το λογισμικό και να βάλουν χρήματα στο χρηματοκιβώτιο. Πολλοί μαθητές έδειξαν ενδιαφέρον για το σύνολο της δραστηριότητας και συνέχισαν την ενασχόλησή τους και μετά το τέλος της διδακτικής ώρας. Επίσης, ακόμη και μαθητές που σύμφωνα με τον καθηγητή της τάξης παρουσιάζουν χαμηλή επίδοση, έδειξαν ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη δραστηριότητα και μάλιστα ένας από αυτούς είχε καλές επιδόσεις στο φύλλο αξιολόγησης.

4.2 Πορεία της δραστηριότητας

Αρχικά, χωρίς να έχουν δοθεί ακόμη οι έντυπες οδηγίες χρήσης του περιβάλλοντος, αρκετοί μαθητές κατάφεραν να το χρησιμοποιήσουν και να τοποθετήσουν στο χρηματοκιβώτιο τα ζητούμενα χρήματα. Με τη χρήση των οδηγιών χρήσης όλοι οι μαθητές κατάφεραν να βάλουν χρήματα στο χρηματοκιβώτιο με τυχαίο τρόπο.

Όταν τους δόθηκε το πρώτο φύλλο δραστηριότητας που βασίζεται στο δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, οι μαθητές χρησιμοποίησαν το λογισμικό με ευκολία. Ωστόσο, στην ανοικτή ερώτηση «Τι παρατηρείτε;» δεν επισημαίνουν την αντιστοιχία μεταξύ των ψηφίων του δεκαδικού αριθμού, με το πλήθος των χαρτονομισμάτων της αντίστοιχης αξίας. Στις παρατηρήσεις που έκαναν είτε επαναλαμβάνουν τις απαντήσεις που έχουν ήδη δώσει, ή αναφέρονται σε χαρακτηριστικά του λογισμικού («όταν βάζω χαρτονομίσματα αλλάζει το σύνολο»), ή αναφέρονται σε αναλογικές σχέσεις («όσο αυξάνει ο αριθμός τόσο αυξάνουν και τα εκατοστάευρα, δεκάευρα

² <http://www.techsmith.com/camtasia.asp>

και μονόευρα που πρέπει να βάλω»), ή σχολιάζουν το βαθμό δυσκολίας («με την καθημερινή βάση του 10 είναι απλό, εύκολο να βάλουμε στο χρηματοκιβώτιο τα χρήματα που μας ζητούνται»).

Στο δεύτερο φύλλο δραστηριότητας ζητείται από τους μαθητές να δοθεί μια εξήγηση για τον λόγο για τον οποίο οι τιμές στα χαρτονομίσματα είναι τώρα 1€, 5€, 25€ κ.ο.κ. ενώ πριν ήταν 1€, 10€, 100€. Τρεις ομάδες δεν έδωσαν απάντηση στο ερώτημα αυτό, ενώ οι υπόλοιπες ομάδες θεώρησαν πως η αλλαγή προκύπτει από την αλλαγή της βάσης αλλά δεν εντόπισαν ότι οι αριθμοί αυτοί είναι οι δυνάμεις του πέντε.

Όσον αφορά τη γραφή των αριθμών αυτών σε διαφορετικό σύστημα, έπρεπε να εξηγηθεί στους μαθητές ότι το πλήθος των χαρτονομισμάτων που χρησιμοποίησαν σχηματίζει τον αριθμό στο διαφορετικό σύστημα αρίθμησης. Επιπλέον, αυτό που χρειάστηκε να εξηγηθεί είναι η χρήση του μηδενός σαν κράτημα θέσης για τις αξίες που δεν έχουν βάρος σε έναν πολυψήφιο αριθμό (Dehaene, 1997). Όλοι οι μαθητές κατάφεραν να σχηματίσουν το απαιτούμενο ποσό στο χρηματοκιβώτιο και να συμπληρώσουν και τον αντίστοιχο πίνακα, ενώ λάθη έγιναν μόνο στη γραφή των αριθμών και αφορούσαν την παράλειψη του μηδενός.

Στο δυαδικό σύστημα, πέντε ομάδες έδωσαν σωστές απαντήσεις και δύο ομάδες ανέλυσαν σωστά τον αριθμό αλλά δεν τον έγραψαν σωστά, επειδή δε χρησιμοποίησαν σωστά το μηδέν.

4.3 Σχολιασμός του φύλλου αξιολόγησης

Το φύλλο αξιολόγησης, που περιείχε δύο ερωτήσεις, δεν απαντήθηκε καθόλου από μία ομάδα ενώ οι υπόλοιπες ομάδες ασχολήθηκαν τουλάχιστον με μία ερώτηση.

Η πρώτη ερώτηση ζητούσε από τους μαθητές να βρουν τα χαρτονομίσματα που θα χρησιμοποιούνταν αν η βάση ήταν το τρία. Η βάση αυτή δεν υποστηρίζεται από το περιβάλλον που χρησιμοποιήθηκε. Τέσσερις ομάδες δεν απάντησαν καθόλου στην ερώτηση αυτή, ενώ στις υπόλοιπες τρεις ομάδες οι μαθητές σκέφτηκαν ότι οι αξίες των χαρτονομισμάτων θα ήταν απλά πολλαπλάσια και όχι δυνάμεις του τρία, έτσι και οι τρεις απαντήσεις περιείχαν τον αριθμό έξι, το πρώτο πολλαπλάσιο του τρία.

Η δεύτερη ερώτηση ζητούσε από τους μαθητές να κάνουν κάποιες μετατροπές αριθμών. Οι μετατροπές αυτές ήταν οι εξής:

- *Το 43 σε πενταδικό:* Σε αυτή την ερώτηση μόνο μια ομάδα έδωσε τη σωστή απάντηση, που είναι το $(133)_5$. Κάποιες ομάδες έδωσαν σαν απάντηση το $(143)_5$ ενώ άλλες ομάδες την ανάλυση του αριθμού σε αθροίσματα που περιείχαν και πολλαπλάσια του πέντε, που δεν ήταν δυνάμεις του πέντε, όπως το 35 ή το 10.

- *Το 30 σε πενταδικό:* Και οι έξι ομάδες που ασχολήθηκαν με αυτή την ερώτηση έδωσαν σωστή απάντηση. Πιθανόν αυτό συνέβη, επειδή η ανάλυση του 30 σε πολλαπλάσια του πέντε είναι εύκολη ($25+5=30$) και συμπίπτει με την ανάλυση σε δυνάμεις του πέντε. Επίσης, οι μαθητές έκαναν και σωστή χρήση του μηδενός σ' αυτή την περίπτωση δίνοντας σαν απάντηση το $(110)_5$.
- *Το 11 και το 9 σε δυαδικό:* Σε αυτή την ερώτηση τρεις ομάδες έδωσαν τις σωστές απαντήσεις $(1011)_2$ και $(1001)_2$. Οι υπόλοιποι μαθητές είτε έδωσαν την ανάλυση του αριθμού σε δεκαδικό και όχι δυαδικό, είτε χρησιμοποίησαν και άλλα ψηφία εκτός από το 0 και το 1.

Οι μαθητές κατά τη συμπλήρωση του φύλλου αξιολόγησης, αντιμετώπισαν δύο δυσκολίες. Η πρώτη αφορά τον υπολογισμό των δυνάμεων της βάσης (στο λογισμικό οι δυνάμεις της βάσης δίνονται με τη μορφή των χαρτονομισμάτων), ενώ η δεύτερη στη χρήση του μηδενός για τη γραφή του αριθμού σε διαφορετικό σύστημα αρίθμησης από το δεκαδικό.

Συμπερασματικά, οι μαθητές αντιλαμβάνονται την ύπαρξη και τη λειτουργία άλλων συστημάτων αρίθμησης όταν αυτά δίνονται μέσα από κατάλληλες διδακτικές καταστάσεις και πλαίσια που κινητοποιούν το ενδιαφέρον των παιδιών. Πρέπει επίσης, να υπογραμμιστεί η συνεισφορά του υπολογιστικού μέσου, που διευκόλυνε τους μαθητές να απεμπλακούν από τη δυσκολία των υπολογισμών και να ασχοληθούν με το συγκεκριμένο πρόβλημα, δεδομένου ότι όλοι οι μαθητές ανέλυσαν με ευκολία σωστά τους αριθμούς χρησιμοποιώντας το λογισμικό.

Τα υπολογιστικά περιβάλλοντα μπορούν να αποτελέσουν ένα χρήσιμο εργαλείο στην κινητοποίηση του ενδιαφέροντος των μαθητών και η χρήση τους φαίνεται να διευκολύνει την κατανόηση μαθηματικών αντικειμένων, ακολουθώντας τη προσέγγιση των ρεαλιστικών μαθηματικών στην εκπαίδευση.

5. Βιβλιογραφία

- Cohen, L., & Manion, L. (1994). *Μεθοδολογία Εκπαιδευτικής Έρευνας* (Χ. Μητσοπούλου, Μ. Φιλοπούλου Μεταφ.). Αθήνα: Μεταίχμιο.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense*. Oxford: Oxford University Press.
- Freudental, H. (2002). *Revisiting mathematics education: China lectures*. New York: Kluwer Academic Publisher.
- Freudenthal, H. (1968). Why to teach mathematics so as to be useful. *Educational Studies in Mathematics*, 1(1), 3-8.
- Presmeg, N. (2003). Creativity, mathematizing, and didactizing: Leen streefland's work continues. *Educational Studies in Mathematics*, 54 (1), 127-137.

- Streefland, L. (1993). The design of a mathematics course. A theoretical reflection. *Educational Studies in Mathematics*, 25 (1), 109-35.
- Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education: A paradigm of developmental research*. New York: Kluwer Academic Publisher.
- Tzekaki, M., Sakonidis, H., & Kaldrimidou, M. (2002). *Mathematics education in greece: A study*. 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education: Mathematics in the Modern World, Mathematics and Didactics, Mathematics and Life, Mathematics and Society. Athens, Greece. 629-637.
- van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
- Wubbels, T., Korthagen, F., & Broekman, H. (1997). Preparing teachers for realistic mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 32(1), 1-28.
- Ευαγγελίδης, Γ., Σατρατζέμη, Μ., Δαγδιλέλης, Β., & Εφόπουλος, Β. (1984). Διαδραστικό Εκπαιδευτικό Λογισμικό για Υπολογιστικά Συστήματα (ΔΕΛΥΣ). *Επιστημονική Επετηρίς*, 8(2)
- Σαριδάκη, Α. (2002). *Αξιοποίηση των Λογιστικών Φύλλων για τη Δημιουργία ενός Γενικευμένου Μηχανισμού Αναπαράστασης Πληροφοριών στα Συστήματα Αρίθμησης*. 3ο Συνέδριο ΕΤΠΕ. Ρόδος.
- Φεσάκης, Γ., Δημητρακοπούλου, Α., Σεραφείμ, Κ., Ζαφειροπούλου, Α., Ντούνη, Μ., Τούκα, Β. (2008). *Γνωριμία με το εκπαιδευτικό περιβάλλον προγραμματισμού SCRATCH*. Στο Β. Κόμης (Επιμ.) Πρακτικά 4ου Συνεδρίου Διδακτικής της Πληροφορικής. Πάτρα.

Παράρτημα**Φύλλο εργασίας για το πενταδικό σύστημα****Πειραματιστείτε με βάση 5**

Γιατί τα χαρτονομίσματα πριν ήταν των 1€, 10€ κτλ, ενώ τώρα είναι των 1€, 5€, κτλ.

Πόσα χαρτονομίσματα από το κάθε είδος χρησιμοποιήσατε για να βάλετε τα χρήματα στο χρηματοκιβώτιο:

Χρηματοκιβώτιο	των 625	των 125	των 25	των 5	του ενός
35 €					
113 €					
245 €					

Πως πιστεύετε ότι γράφονται οι παρακάτω αριθμοί στο πενταδικό:

35:()₅

113:()₅

245:()₅

Πως πιστεύετε ότι γράφεται ο αριθμός 157 στο πενταδικό;

157:()₅

Γιατί πιστεύετε ότι γράφεται έτσι;
