



## Β' ΤΑΞΗ ΓΕΝ.ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### **ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A. Έστω τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ , τα οποία δεν είναι παράλληλα με τον άξονα  $y'$  και έχουν συντελεστές διεύθυνσης  $\lambda_1, \lambda_2$  αντίστοιχα. Να αποδείξετε την ισοδυναμία  $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \lambda_2 = -1$ .

**Μονάδες 10**

- B. Να δώσετε τον ορισμό της παραβολής, με εστία το σημείο E και διευθετούσα την ευθεία δ.

**Μονάδες 5**

- Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- a) Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων είναι διάνυσμα.
- β) Η ευθεία με εξίσωση  $Ax+By+\Gamma = 0$  είναι παράλληλη με το διάνυσμα  $\vec{δ} = (B, -A)$ .
- γ) Η απόσταση της αρχής O των συντεταγμένων από την ευθεία ε με εξίσωση  $Ax+By+\Gamma = 0$ , ισούται με  $\frac{|\Gamma|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ .
- δ) Η εξίσωση  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{(\alpha+1)^2} = 1$ , όπου  $\alpha > 0$ , παριστάνει έλλειψη με εστίες πάνω στον άξονα x'x.
- ε) Η εκκεντρότητα μιας υπερβολής είναι πραγματικός αριθμός, μικρότερος της μονάδας.

**Μονάδες 5x2**

#### **ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Δίνονται τα σημεία A(-5,3), B(-1,-2) και Γ(4,2) του καρτεσιανού επιπέδου.

- α. Να βρείτε το εσωτερικό γινόμενο  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BG}$ . Ποιο είναι το συμπέρασμά σας για τα διανύσματα  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BG}$ ;

**Μονάδες 8**

- β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου AΒΓ.

**Μονάδες 8**

- γ. Να αποδείξετε ότι η γωνία φ των διανυσμάτων  $\overrightarrow{AB}$  και  $\overrightarrow{AG}$  ισούται με  $45^\circ$ .

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

Δίνεται η εξίσωση:  $(x+y+1) + \kappa(x-y-5) = 0$  (1), όπου  $\kappa \in \mathbb{R}$ .

- a.** Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\kappa$  η εξίσωση (1) παριστάνει ευθεία γραμμή.

**Μονάδες 7**

- β.** Να αποδείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την εξίσωση (1), διέρχονται από το σημείο  $A(2, -3)$ .

**Μονάδες 4**

- γ.** Να βρείτε την τιμή του  $\kappa$ , για την οποία η (1) παριστάνει ευθεία ε κάθετη στον άξονα  $x'$ . Ποια η εξίσωση της ευθείας ε;

**Μονάδες 5**

- δ.** Αν  $K(x_0, 0)$  είναι η προβολή του σημείου  $A(2, -3)$  στον άξονα  $x'$ , να βρείτε τον γεωμετρικό τόπο των σημείων του επιπέδου, τα οποία ισαπέχουν από το σημείο  $E(-x_0, 0)$  και την ευθεία ε του γ ερωτήματος.

**Μονάδες 9****ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

Δίνεται η εξίσωση:  $x^2 + y^2 - (\lambda + 4)x + \lambda y + 2\lambda = 0$  (1), όπου  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- a.** Να αποδείξετε ότι για κάθε τιμή της παραμέτρου  $\lambda$  η εξίσωση (1) παριστάνει κύκλο, του οποίου να βρείτε το κέντρο  $K$  και την ακτίνα  $r$ .

**Μονάδες 8**

- β.** Να δείξετε ότι το κέντρο  $K$  του κύκλου που παριστάνει η εξίσωση (1), κινείται σε μια ευθεία γραμμή, καθώς το  $\lambda$  μεταβάλλεται στο  $R$ .

**Μονάδες 4**

- γ.** Να βρείτε την εξίσωση της έλλειψης  $C$ , που έχει εστίες τα σημεία  $E(0, -2\sqrt{3})$ ,  $E(0, 2\sqrt{3})$  και μεγάλο άξονα  $(A'A) = 8$ .

**Μονάδες 5**

- δ.** Αν η εφαπτομένη ε της έλλειψης  $C$  του ερωτήματος γ, στο σημείο της  $M_1(x_1, y_1)$  εφάπτεται και του κύκλου  $C_1$ , ο οποίος προκύπτει από την εξίσωση (1) για  $\lambda = 0$ , να δείξετε ότι:

i.  $y_1^2 = 64(1 - x_1)$

**Μονάδες 4**

ii. Τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (x_1, 4)$  και  $\vec{\beta} = (x_1, 3 - 4x_1)$  είναι μεταξύ τους κάθετα.

**Μονάδες 4****ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**