



08 επαναληπτικά θέματα

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. α. Έστω δύο συναρτήσεις f, g ορισμένες σε ένα διάστημα Δ . Αν

- οι f, g είναι συνεχείς στο Δ και
- $f(x) = g'(x)$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ ,

να αποδείξετε ότι υπάρχει σταθερά c τέτοια, ώστε για κάθε $x \in \Delta$ να ισχύει:

$$f(x) = g(x) + c$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

β. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = x^v$, $v \in \mathbb{N} \setminus \{0, 1\}$ είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} και ισχύει:

$$f'(x) = vx^{v-1}$$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

B. Έστω οι μιγαδικοί αριθμοί z_1, z_2 . Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις επόμενες προτάσεις ως Σωστή (Σ) ή Λανθασμένη (Λ):

a. Η διανυσματική ακτίνα του αθροίσματος των z_1 και z_2 είναι το άθροισμα των διανυσματικών τους ακτινών.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

β. Είναι: $z_1 + z_2 = z_1 + z_2$

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

γ. Είναι: $|z_1| - |z_2| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$

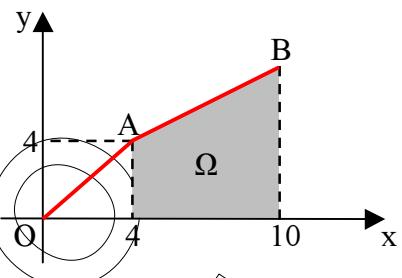
ΜΟΝΑΔΕΣ 2

δ. Η εξίσωση $|z - z_1| = |z - z_2|$ με $z_1 \neq z_2$ παριστάνει τη μεσοκάθετο του τμήματος με άκρα τα σημεία $A(z_1)$ και $B(z_2)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 2

- Γ.** Εστω η συνάρτηση $F(x) = \int_0^x f(t) dt$, όπου f η συνάρτηση του διπλανού σχήματος που η γραφική της παράσταση αποτελείται από τα ευθύγραμμα τμήματα ΟΑ και ΑΒ. Το εμβαδό του γραμμοσκιασμένου χωρίου Ω είναι $E(\Omega) = 36$ τ.μ. Να συμπληρώσετε τις ισότητες:

a. $F(0) =$ b. $F(4) =$ γ. $F(10) =$



ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = \begin{cases} \eta \mu x + \lambda, & \text{αν } x > 0 \\ (\mu - 1)x + 1, & \text{αν } x \leq 0 \end{cases}$ με $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

- a. Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε η f να είναι συνεχής.

- β. Να βρείτε την τιμή του μ , ώστε η f να είναι παραγωγισμη στο $x_0 = 0$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

- γ. Να αποδείξετε ότι η f δεν είναι 1-1,

ΜΟΝΑΔΕΣ 3

- δ. Για $\lambda = 1$ και $\mu = 2$, να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα $\int_{-2}^{\pi} f(x) dx$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 8

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση f με $f(x) = e^{1-e^x}$, $x \in \mathbb{R}$.

- a. i. Να την μελετήσετε ως προς την μονοτονία.

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

- ii. Να αποδείξετε ότι $f''(x) = (e^x - 1) \cdot e^{1+x-e^x}$, να μελετήσετε την f ως προς την κυρτότητα και να βρείτε το σημείο καμπής της γραφικής της παράστασης.

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

- β. Να βρείτε τις οριζόντιες ασύμπτωτες της γραφικής παράστασης της f .

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- γ. Να παραστήσετε γραφικά την f .

ΜΟΝΑΔΕΣ 4

- δ. Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από την γραφική παράσταση της $f'(x)$, τους άξονες x' , y' και την ευθεία $x = \ln \frac{1}{2}$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

ΘΕΜΑ 4^ο

Οι συναρτήσεις $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συνεχείς και για κάθε πραγματικό αριθμό x ισχύουν:

$$\int_1^x f(t) dt - 2 = x \int_0^x g(t) dt \quad (1) \quad \text{και} \quad g(x) \neq 0 \quad (2)$$

Να αποδείξετε ότι:

- a. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$ και $f'(0) = 2g(0)$

ΜΟΝΑΔΕΣ 6

- b. $g(x) < 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 5

- c. $\int_1^x f(t) dt \leq \int_1^0 f(t) dt$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$

ΜΟΝΑΔΕΣ 7

- d. Η εξίσωση $f(x) = 2g(x) + 2$ έχει τουλάχιστον μια ρίζα στο διάστημα $(0, 1)$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 7