

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ 2002
ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Για δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου Ω να αποδείξετε ότι:

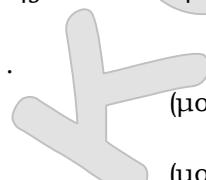
$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



(μονάδες 5)

B. Δίνεται η ευθεία $\hat{y} = \hat{a} + \hat{\beta}x$ της παλινρόμησης της μεταβλητής Y πάνω στη X .

a. Να δώσετε, με απόδειξη, την ερμηνεία της εκτιμήτριας $\hat{\beta}$.



(μονάδες 5)

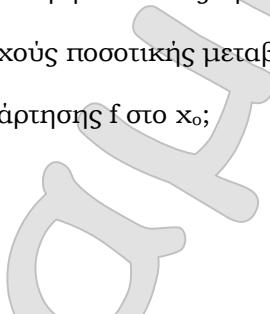
b. Να εξηγήσετε γιατί διέρχεται από το σημείο (\bar{x}, \bar{y}) .



(μονάδες 2)

C. Να δώσετε τους ορισμούς των εννοιών που αναφέρονται στις προτάσεις (a) εώς (d).

a. Τι λέμε καμπύλη συχνοτήτων μιας συνεχούς ποσοτικής μεταβλητής;



b. Πώς ορίζεται η παράγωγος $f'(x_0)$ της συνάρτησης f στο x_0 ;

c. Τι είναι το εύρος ενός δείγματος;

d. Τι ονομάζεται στατική ομαλότητα;

(μονάδες 8)

D. Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της ερώτησης και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση:

a. Αν ο ρυθμός μεταβολής μιας συνάρτησης f στο διάστημα $\Delta = \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ είναι

$$\frac{2}{x} + \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{1}{2\sqrt{x}}, \text{ τότε ο τύπος της } f \text{ είναι:}$$

A) $2\ln x + \frac{1}{\eta \mu^3 x} + \frac{\sqrt{x}}{2}$,

B) $\frac{2}{x} + \varepsilon \varphi x + \sqrt{x}$,

G) $2\ln x + \varepsilon \varphi x + \sqrt{x}$,

Δ) $(\ln x)^2 + (\varepsilon \varphi x)^2 + \sqrt{x}$,

E) Τίποτα από τα A, B, G, Δ

(μονάδες 2,5)

β. Αν για την πιθανότητα $P(A)$ του ενδεχομένου A ενός δειγματικού χώρου Ω ισχύει $[P(A)]^2 - 2P(A) + 1 = 0$ (1), τότε:

A) το A είναι το αδύνατο ενδεχόμενο

B) το A είναι βέβαιο ενδεχόμενο

Γ) ισχύει $0 < P(A) < \frac{1}{2}$

Δ) η σχέση (1) είναι αδύνατη

E) τίποτα από τα A, B, G, Δ

(μονάδες 2,5)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται οι συναρτήσεις φ , f , g με $f(1)=\tilde{f}(1)=1$ και $\varphi(x)=f(g(x))$, $g(x)=\ln x+x$, με $x>0$.

A. Να αποδείξετε ότι: $g(1)=\varphi(1)=1$ και $g'(1)=\varphi'(1)=2$.

(μονάδες 7)

B. Να εξετάσετε αν η $g(x)$ έχει ακρότατα στο διάστημα $\Delta=(0,+\infty)$

(μονάδες 5)

Γ. Να υπολογιστεί η τιμή του ορίου: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(h+1) + (h+1) - g(1)}{h}$.

(μονάδες 4)

Δ. α. Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτομένων ε_1 , ε_2 των γραφικών παραστάσεων των φ και f στα σημεία τους $A(1,\varphi(1))$ και $B(1,f(1))$ αντίστοιχα.

(μονάδες 7)

β. Να υπολογιστεί η γωνία που σχηματίζει η ε_2 με τον άξονα των x .

(μονάδες 2)

ΘΕΜΑ 3^ο

ν τηλεθεατές διήλωσαν την προτίμησή τους σε ένα μόνο από κ προγράμματα τα a_1 , a_2 , ..., a_k με $n, k \in \mathbb{N}^*$. Από τις μετρήσεις προέκυψε ότι για τα ποσοστά προτίμησης $f(a_i)$ των a_i είναι: $f(a_3) = \frac{400}{31} \%$ και $f(a_i) = \lambda \cdot 2^{i-1}$ με $i=1,2,\dots,k$ και λ σταθερό αριθμό.

A. Να αποδείξετε ότι $\lambda = \frac{1}{31}$ και $k=5$.

(μονάδες 4)

B. Επιλέγουμε ένα τηλεθεατή στην τύχη. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των ενδεχωμένων:

A: Να προτίμησε το πρόγραμμα a_4 .

B: Να προτίμησε ένα από τα 2 πιο δημοφιλή προγράμματα.

C: Να μην προτίμησε το a_1 .

(μονάδες 6)

Γ. Αν το a_4 προτιμήθηκε από 160 άτομα, να βρείτε το n .

(μονάδες 5)

Δ. α. Να γίνει το ραβδόγραμμα συχνοτήτων της μεταβλητής X : « ο αριθμός των προτιμήσεων» που έλαβε κάθε πρόγραμμα.

(μονάδες 7)

β. Να βρείτε την επικρατούσα τιμή της μεταβλητής X .

(μονάδες 3)

ΘΕΜΑ 4^ο

Το πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής X των ετήσιων μισθών (σε εκατοντάδες €) ενός δείγματος εργαζομένων, ομαδοποιημένης σε κλάσεις ίσου πλάτους, έχει κορυφές τα σημεία:

A(20,0), B(40,5), Γ(60,10), Δ(80,20), E(100,30), Z(120,ν₅), H(140,10), Θ(160,0).

Η κατακόρυφη γραμμή με εξίσωση $x=100$ διαιρεί το χωρίο που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα σε δύο ισεμβαδικά χωρία.

A. Να αποδείξετε ότι $v_5=25$.

(μονάδες 5)

B. Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα συχνοτήτων της κατανομής X.

(μονάδες 5)

Γ. Να υπολογίσετε τις τιμές των μέτρων θέσης της X.

(μονάδες 7)

Δ. Αν σαν «όριο φτώχιας» θεωρήσουμε τον μισθό των 7200 €, να εκτιμήσετε το ποσοστό επί τοις % των φτωχών του δείγματος.

(μονάδες 5)

Ε. Να χαρακτηρίσετε την κατανομή ως προς την συμμετρία της.

(μονάδες 3)