ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΑΒΒΑΤΟ 4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 66

Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 16

Α3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 22

Α4. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f'(x) = \left(2 - \frac{\kappa}{x}\right)' = \frac{\kappa}{x^2},\ x \neq 0$

Για $x \neq 0$: $g(x) = x \cdot f'(x) + f(x) = \cancel{x} \cdot \frac{\kappa}{x^{\cancel{2}}} + 2 - \frac{\kappa}{x} = \frac{\kappa}{x} + 2 - \frac{\kappa}{x} = 2$

Β2. $A(3, 1) \in C_f \Leftrightarrow f(3) = 1 \Leftrightarrow 2 - \frac{\kappa}{3} = 1 \Leftrightarrow 1 = \frac{\kappa}{3} \Leftrightarrow$ **κ = 3**

Β3. Για $\kappa = 3$ είναι $f(x) = 2 - \frac{3}{x},\ x \neq 0$ και $f'(x) = \frac{3}{x^2},\ x \neq 0$

$f(1) = -1$ και $f'(1) = 3$

(ε): $y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1) \Leftrightarrow (\varepsilon)$: $y + 1 = 3 \cdot (x - 1) \Leftrightarrow$ **(ε) : $y = 3x - 4$**

Β4. (ε) : $y = 3x - 4$

Για $x = 0 \Rightarrow y = -4 \rightarrow \Gamma(0, -4)$

Για $y = 0 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \rightarrow \Delta\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

$(O\Gamma\Delta) = \frac{1}{2} \cdot (O\Gamma) \cdot (O\Delta) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \frac{4}{3} =$ **$\frac{8}{3}$ τ.μ.**

Β5. $f'(x) = \frac{3}{x^2} > 0$ για $x \neq 0$, άρα **η f είναι γνησίως αύξουσα σε καθένα από τα $(-\infty, 0)$ και $(0, +\infty)$.**

Είναι λάθος το ότι ζητήθηκε ν' αποδειχθεί ότι η f είναι γνησίως αύξουσα στο πεδίο ορισμού της (ένωση διαστημάτων)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\theta'(t) = \left(t - 4\sqrt{t} + \alpha\right)' = 1 - 4\dfrac{1}{2\sqrt{t}} = 1 - \dfrac{2}{\sqrt{t}} = \dfrac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}}$, $t \in (0\ ,\ 24]$

- $\theta'(t) < 0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}} < 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} - 2 < 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} < 2 \Leftrightarrow t < 4$

  άρα η θερμοκρασία μειώνεται για $t \in (0\ ,\ 4]$

- $\theta'(t) > 0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}} > 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} - 2 > 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} > 2 \Leftrightarrow t > 4$

  άρα η θερμοκρασία αυξάνεται για $t \in (4\ ,\ 24]$

Γ2. $\theta_{min} = \theta(4) \Leftrightarrow -1 = \alpha - 4 \Leftrightarrow$ $\boldsymbol{\alpha = 3}$

Γ3. $\theta(t) = 0 \Leftrightarrow t - 4\sqrt{t} + 3 = 0 \overset{\sqrt{t} = x}{\Leftrightarrow} x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow$

$x = 1$ ή $x = 3$

- $x = 1 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 1 \Leftrightarrow t = 1 \rightarrow 01{:}00$
- $x = 3 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 3 \Leftrightarrow t = 9 \rightarrow 09{:}00$

Γ4.
$$\lim_{t\to 4}\frac{\theta'(t)}{t^2 - 16} = \lim_{t\to 4}\frac{\frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}}}{t^2 - 16} = \lim_{t\to 4}\frac{\sqrt{t} - 2}{\sqrt{t}\cdot(t^2 - 16)}$$
$$= \lim_{t\to 4}\frac{(\sqrt{t} - 2)(\sqrt{t} + 2)}{\sqrt{t}(t - 4)(t + 4)(\sqrt{t} + 2)}$$
$$= \lim_{t\to 4}\frac{\cancel{t - 4}}{\sqrt{t}\,\cancel{(t - 4)}(t + 4)(\sqrt{t} + 2)}$$
$$= \lim_{t\to 4}\frac{1}{\sqrt{t}(t + 4)(\sqrt{t} + 2)} = \boldsymbol{\frac{1}{64}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $\sum f_i\% = 100\% \Leftrightarrow x + x + 20 + 2x + x^2 - 6x = 100 \Leftrightarrow$

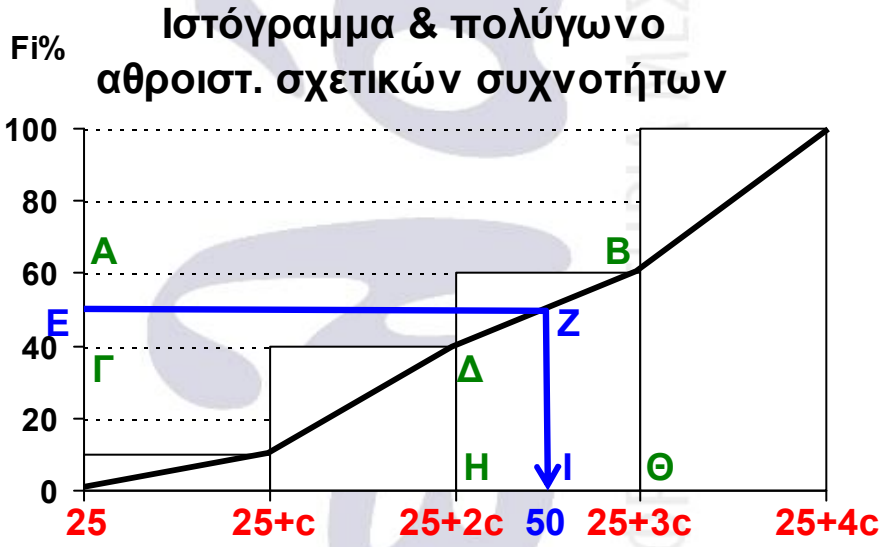
$x^2 - 2x - 80 = 0 \Leftrightarrow$ $\mathbf{x = 10}$ ή $x = -8$ (απορρίπτεται)

$\mathbf{f_1\% = 10\%}$, $\mathbf{f_2\% = 30\%}$, $\mathbf{f_3\% = 20\%}$ και $\mathbf{f_4\% = 40\%}$.

Δ2.

Κλάσεις	$f_i\%$	$F_i\%$
[25 , 25+c)	10	10
[25+c , 25+2c)	30	40
[25+2c , 25+3c)	20	60
[25+3c , 25+4c)	40	100
ΣΥΝΟΛΑ	100	-

Κατασκευάζουμε ιστόγραμμα και πολύγωνο αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων



Το Ε είναι το μέσο του ΑΓ και η ΕΖ είναι μεσοπαράλληλη των ΑΒ και ΓΔ, άρα το Ζ είναι το μέσο του ΔΒ και η ΖΙ είναι μεσοπαράλληλη των ΔΗ και ΒΔ, άρα το Ι είναι μέσο του ΗΘ.

$$\frac{(25 + 2c) + (25 + 3c)}{2} = 50 \Leftrightarrow \frac{25 + 2c + 25 + 3c}{2} = 50 \Leftrightarrow$$

$50 + 5c = 100 \Leftrightarrow 5c = 50 \Leftrightarrow$ $\mathbf{c = 10}$

Δ3.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i%	N_i	F_i%	$x_i\ v_i$
[25 , 35)	30	5	10	5	10	150
[35 , 45)	40	15	30	20	40	600
[45, 55)	50	10	20	30	60	500
[55 , 65)	60	20	40	50	100	1200
ΣΥΝΟΛΑ	-	50	100	-	-	2450

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{2450}{50} = 49$$

Η μέση τιμή των ηλικιών είναι 49 χρόνια.

Δ4. Έστω ότι προσλαμβάνονται x άτομα που ανήκουν στην $1^η$ κλάση
Ο πίνακας τότε διαμορφώνεται ως εξής:

Κλάσεις	x_i	v_i	$x_i\ v_i$
[25 , 35)	30	5 + x	150 + 30x
[35 , 45)	40	15	600
[45, 55)	50	10	500
[55 , 65)	60	20	1200
ΣΥΝΟΛΑ	-	50 + x	2450 + 30x

$$\bar{x}' = \frac{\sum x_i v_i'}{v'} \Leftrightarrow 40 = \frac{2450 + 30x}{50 + x} \Leftrightarrow$$

$$40(50 + x) = 2450 + 30x \Leftrightarrow$$

$$2000 + 40x = 2450 + 30x \Leftrightarrow$$

$$40x - 30x = 2450 - 2000 \Leftrightarrow$$

$$10x = 450 \Leftrightarrow x = 45$$

Άρα για να γίνει η μέση ηλικία 40 χρόνια, **πρέπει να προσληφθούν 45 άτομα που ανήκουν στην πρώτη κλάση.**