ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΙΟΥΛΙΟΥ 2001
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 91

β. Α - 2, Β - 3, Γ - 6, Δ - 5.

Β.α. $z_1 = 5\overline{z_2} \Leftrightarrow k + 15i = 5(5 - \lambda i) \Leftrightarrow k + 15i = 25 - 5\lambda i \Leftrightarrow$

$k = 25$ και $15 = -5\lambda \Leftrightarrow$ $\mathbf{k = 25}$ και $\boldsymbol{\lambda = -3}$

β. $z\overline{z} - (z - \overline{z}) = 5 + 2i \overset{z = x + yi}{\Rightarrow} x^2 + y^2 - 2yi = 5 + 2i \Leftrightarrow$

$$\left.\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 5 \\ -2y = 2 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x^2 + y^2 = 5 \\ y = -1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x^2 = 4 \\ y = -1 \end{array}\right\} \Leftrightarrow \left.\begin{array}{r} x = \pm 2 \\ y = -1 \end{array}\right\}$$

άρα $\mathbf{z = 2 - i}$ ή $\mathbf{z = -2 - i}$.

ΘΕΜΑ 2ο

α. $A(1, 0) \in C_f \Leftrightarrow f(1) = 0 \Leftrightarrow 1 - k + 1 = 0 \Leftrightarrow$ $\mathbf{k = 2}$

β. Για $k = 17$ είναι $f(x) = x^2 - 17x + 1$ και $f'(x) = 2x - 17$

$f(0) = 1$ και $f'(0) = -17$

$(\varepsilon) : y - f(0) = f'(0) \cdot (x - 0) \Leftrightarrow (\varepsilon) : y - 1 = -17x \Leftrightarrow$

$\mathbf{(\varepsilon) : y = -17x + 1}$

ΘΕΜΑ 3ο

α. $z = \dfrac{2}{1 + i} = \dfrac{2(1 - i)}{(1 + i)(1 - i)} = \dfrac{2(1 - i)}{2} = \mathbf{1 - i}$

β. $\rho = |z| = |1 - i| = \sqrt{2}$

$$\left.\begin{aligned} \sigma\upsilon\nu\varphi &= \frac{\alpha}{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \eta\mu\varphi &= \frac{\beta}{\rho} = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}\right\} \text{ άρα } \varphi = \frac{7\pi}{4}$$

$$z = \sqrt{2}\left(\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{4} + i\eta\mu\frac{7\pi}{4}\right)$$

γ. $|z - 2| = |1 - i - 2| = |-1 - i| = \sqrt{2}$

άρα **η εικόνα του z ανήκει στον κύκλο με κέντρο K (2 , 0) και ακτίνα $\sqrt{2}$.**

ΘΕΜΑ 4ο

α. $f'(x) = \left(\dfrac{1}{x^2 + 1}\right)' = \dfrac{-(x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} = \dfrac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$

β. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{-2x}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow -2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f´´(x)	+	○	-
f´(x)	↗		↘

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty , 0]$ ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0 , +\infty)$.
Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το f (0) = 1

γ. • $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x^2+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0$

άρα **η ευθεία $y = 0$ (x΄x) είναι η οριζόντια ασύμπτωτη της C_f στο $-\infty$.**

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^2} = 0$

άρα **η ευθεία $y = 0$ (x΄x) είναι η οριζόντια ασύμπτωτη της C_f στο $+\infty$.**