ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ΄ ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 8 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 251
Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 133
Β.1. Σ, **2.** Λ, **3.** Λ, **4.** Σ, **5.** Σ.

ΘΕΜΑ 2ο

α. $z = \dfrac{x+3i}{2-i} = \dfrac{(x+3i)(2+i)}{(2-i)(2+i)} = \dfrac{2x+xi+6i-3}{5} = \dfrac{2x-3}{5} + \dfrac{x+6}{5}i$

$z \in I \Leftrightarrow \mathrm{Re}(z) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{2x-3}{5} = 0 \Leftrightarrow 2x-3=0 \Leftrightarrow \mathbf{x = \dfrac{3}{2}}$

β. Για $x = -6$: $z = \dfrac{-6+3i}{2-i} = \dfrac{-3(2-i)}{2-i} = \mathbf{-3} \in \mathbf{IR}$

γ. Για $x = 4$: $|z| = \left|\dfrac{4+3i}{2-i}\right| = \dfrac{|4+3i|}{|2-i|} = \dfrac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{\mathbf{5}}$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Η f είναι συνεχής στα $(-\infty, 1)$ και $(1, +\infty)$ ως πολυωνυμική.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\left(-x^3+1\right) = 0, \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}\left(x^4-1\right) = 0 \\ \bullet\ f(1) = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{η f συνεχής στο } x_0 = 1$$

Άρα **η f είναι συνεχής στο IR.**

β. • $x < 1$: $f'(x) = (-x^3+1)' = -3x^2$
• $x > 1$: $f'(x) = (x^4-1)' = 4x^3$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-x^3+1}{x-1} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{\underset{DL'H}{=}} \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{-3x^2}{1} = -3 \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1} = \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^4-1}{x-1} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{\underset{DL'H}{=}} \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{4x^3}{1} = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$

Άρα $f'(x) = \begin{cases} -3x^2, & x < 1 \\ 4x^3, & x > 1 \end{cases}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
f΄(x)		-	||	+	
f (x)		↘		↗	

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty , 1]$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[1 , +\infty)$.

γ. Η f δεν είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 1$, άρα **δεν ικανοποιεί τις υποθέσεις του Θ. Rolle στο διάστημα [-1 , 2].**

ΘΕΜΑ 4ο

α. $f'(x) = \left(\dfrac{\kappa x - x^2}{4}\right)' = \dfrac{\kappa}{4}(x)' - \dfrac{1}{4}(x^2)' = \dfrac{\kappa}{4} - \dfrac{1}{2}x$

$f'(0) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{\kappa}{4} = 1 \Leftrightarrow$ **$\kappa = 4$**

β. Για $\kappa = 4$ είναι $f(x) = \dfrac{4x - x^2}{4}$ και $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{2}x$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{1}{2}x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
f΄(x)	+	0	-
f (x)	↗		↘

Η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο για x = 2 την τιμή

$$f(2) = \frac{8-4}{4} = \mathbf{1}$$

γ. Είναι A (2 , 1) και B (4 , 0)

$$\lambda_{AB} = \frac{0-1}{4-2} = -\frac{1}{2}$$

$$f'(\xi) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}\xi = -\frac{1}{2} \overset{\cdot 2}{\Leftrightarrow} 2 - \xi = -1 \Leftrightarrow \boldsymbol{\xi = 3}$$