ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

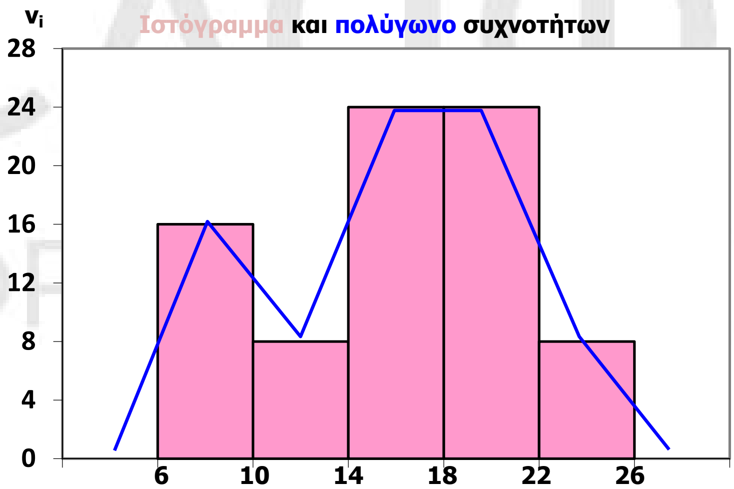
Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28
Α2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 85
Α3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 14
Α4. α. Σωστό, β. Λάθος, γ. Σωστό, δ. Λάθος, ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Κλάσεις	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
[6 , 10)	8	16	0,2	16	0,2
[10 , 14)	12	8	0,1	24	0,3
[14 , 18)	16	24	0,3	48	0,6
[18 , 22)	20	24	0,3	72	0,9
[22 , 26)	24	8	0,1	80	1
ΣΥΝΟΛΑ	-	80	1	-	-

Β2.



B3.

Κλάσεις	x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i-\bar{x}$	$(x_i-\bar{x})^2$	$(x_i-\bar{x})^2 v_i$
[6 , 10)	8	16	128	-8	64	1024
[10 , 14)	12	8	96	-4	16	128
[14 , 18)	16	24	384	0	0	0
[18 , 22)	20	24	480	4	16	384
[22 , 26)	24	8	192	8	64	512
ΣΥΝΟΛΑ	-	80	1280	-	-	2048

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{1280}{80} = 16$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{2048}{80} = 25{,}6$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{25{,}6} \cong 5{,}06$$

B4. Στην κλάση [10 , 14) έχουμε :

Σε πλάτος 4 (14 – 10) αντιστοιχεί το 10% των υπαλλήλων
Σε πλάτος 2 (14 – 12) αντιστοιχεί το x% των υπαλλήλων

4x = 2 · 10 ⇔ **x = 5% των υπαλλήλων**

Στην κλάση [14 , 18) αντιστοιχεί το 30% των υπαλλήλων

Στην κλάση [18 , 22) αντιστοιχεί το 30% των υπαλλήλων

Στην κλάση [22 , 26) έχουμε :

Σε πλάτος 4 (26 – 22) αντιστοιχεί το 10% των υπαλλήλων
Σε πλάτος 3 (25 – 22) αντιστοιχεί το y% των υπαλλήλων

4y = 3 · 10 ⇔ **y = 7,5% των υπαλλήλων**

Επομένως **το ποσοστό των υπαλλήλων που πήραν άδεια από 12 μέχρι 25 μέρες είναι** : 5% + 30% + 30% + 7,5% = **72,5%**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. • $26\alpha^2 - 10\alpha - 2\alpha\beta + \beta^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$25\alpha^2 - 10\alpha + 1 + \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 0 \Leftrightarrow$

$(5\alpha - 1)^2 + (\alpha - \beta)^2 = 0 \Leftrightarrow 5\alpha - 1 = 0$ και $\alpha - \beta = 0 \Leftrightarrow$

$\boldsymbol{\alpha = \beta = \frac{1}{5}}$

• $P(A) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(\omega_1) + P(\omega_2) + P(\omega_3) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\alpha + \beta + \gamma = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \gamma = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boldsymbol{\gamma = \frac{1}{10}}$

Γ2. $g(x) = P(\omega_4)\cdot x^3$

$g'(x) = 3\cdot P(\omega_4)\cdot x^2$

• Η εφαπτομένη της C_g στο σημείο $(1, g(1))$ είναι παράλληλη στην ευθεία $y = x$ άρα $g'(1) = 1 \Leftrightarrow$

$3\cdot P(\omega_4) = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{P(\omega_4) = \frac{1}{3}}$

• $P(\omega_1) + P(\omega_2) + P(\omega_3) + P(\omega_4) + P(\omega_5) = 1 \Leftrightarrow$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{3} + P(\omega_5) = 1 \Leftrightarrow \frac{5}{6} + P(\omega_5) = 1 \Leftrightarrow$

$P(\omega_5) = 1 - \frac{5}{6} \Leftrightarrow \boldsymbol{P(\omega_5) = \frac{1}{6}}$

Κ Ε Λ Α Φ Α Σ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Γ3. • $K = (A - B)\cup(B - A) = \{\omega_1, \omega_2, \omega_4, \omega_5\}$

άρα $P(K) = 1 - P(\omega_3) = 1 - \frac{1}{10} = \boldsymbol{\frac{9}{10}}$

• $\Lambda = A \cup B' = A$, άρα $P(\Lambda) = P(A) = \boldsymbol{\frac{1}{2}}$

Κελάφας
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Οι διαστάσεις του ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου είναι :

$\alpha = 6 - 2x$, $\beta = 6 - 2x$ και $\gamma = x$

Επομένως ο όγκος της δεξαμενής είναι :

$$f(x) = (6-2x)\cdot(6-2x)\cdot x = 2(3-x)\cdot 2(3-x)\cdot x = 4x(3-x)^2,\ 0 < x < 3$$

Δ2. $f'(x) = \left[4x\cdot(3-x)^2\right]' = (4x)'\cdot(3-x)^2 + 4x\cdot\left[(3-x)^2\right]'$

$$= 4\cdot(3-x)^2 + 4x\cdot 2(3-x)\cdot(3-x)' = 4\cdot(3-x)^2 - 8x\cdot(3-x)$$

$$= 4\cdot(3-x)\cdot(3-x-2x) = 12\cdot(3-x)\cdot(1-x)$$

x	0	1	3
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	↗		↘

Η δεξαμενή έχει μέγιστο όγκο όταν x = 1 m.

Δ3. $$\lim_{x\to 0}\frac{f(x+2)-8}{x} = \lim_{x\to 0}\frac{4(x+2)\cdot[3-(x+2)]^2 - 8}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{4(x+2)\cdot(1-x)^2 - 8}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{(4x+8)\cdot(1-2x+x^2) - 8}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{4x \cancel{-8x^2} + 4x^3 \cancel{+8} - 16x \cancel{+8x^2} \cancel{-8}}{x}$$

$$= \lim_{x\to 0}\frac{\cancel{x}(4x^2-12)}{\cancel{x}} = \lim_{x\to 0}(4x^2-12) = \mathbf{-12}$$

Δ4. $1 = x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 = 2 \overset{f \downarrow \text{ στο } [1\,,\,3]}{\Rightarrow}$

$f(1) = f(x_1) > f(x_2) > f(x_3) > f(x_4) > f(x_5) = f(2) \Leftrightarrow$

$16 = y_1 > y_2 > y_3 > y_4 > y_5 = 8$

$R = y_1 - y_5 = 16 - 8 \Rightarrow \mathbf{R = 8}$

$CV_y = \dfrac{s_y}{\bar{y}} = \dfrac{2}{12} = \dfrac{1}{6}$

Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου όταν σε όλες τις τιμές μιας μεταβλητής y_i προσθέσουμε μια σταθερά α, τότε οι νέες τιμές ω_i που προκύπτουν, έχουν:

- $\bar{\omega} = \bar{y} + \alpha = 12 + \alpha > 0$
- $s_\omega = s_y = 2$ και

Επομένως $CV = \dfrac{s_\omega}{\bar{\omega}} = \dfrac{2}{12 + \alpha}$.

Είναι $CV = 2CV_y + \dfrac{R}{12} \Leftrightarrow \dfrac{2}{12 + \alpha} = 2 \cdot \dfrac{1}{6} + \dfrac{8}{12} \Leftrightarrow$

$\dfrac{2}{12 + \alpha} = 1 \Leftrightarrow 12 + \alpha = 2 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha = -10}$

Δ5. $\varnothing \neq A \subseteq B \Rightarrow 0 < P(A) \leq P(B) \leq 1 \overset{f \uparrow \text{ στο } [0\,,\,1]}{\Rightarrow}$

$f\big(P(A)\big) \leq f\big(P(B)\big) \Leftrightarrow$

$\cancel{4} \cdot P(A) \cdot [3 - P(A)]^2 \leq \cancel{4} \cdot P(B) \cdot [3 - P(B)]^2$

και επειδή $P(B) > 0$ και $[3 - P(B)]^2 > 0$, έχουμε

$\dfrac{P(A)}{P(B)} \leq \dfrac{[3 - P(B)]^2}{[3 - P(A)]^2} \Leftrightarrow \dfrac{\mathbf{P(A)}}{\mathbf{P(B)}} \leq \left(\dfrac{\mathbf{3 - P(B)}}{\mathbf{3 - P(A)}}\right)^{\mathbf{2}}$