ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2001
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α.α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 105

β. Α - 4, Β - 7, Γ - 1, Δ - 2, Ε - 5, ΣΤ - 6.

Β.α. $$\left.\begin{aligned} &\rho = |z_1| = |1+i| = \sqrt{2} \\ &\sigma\upsilon\nu\varphi = \eta\mu\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{άρα } \varphi = \frac{\pi}{4} \end{aligned}\right\} \Rightarrow z_1 = \sqrt{2}\left(\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} + i\eta\mu\frac{\pi}{4}\right)$$

$$z_2 = i = 0 + i = \sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} + i\eta\mu\frac{\pi}{2}$$

β. $$z_1 \cdot z_2 = \sqrt{2}\left(\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{4} + i\eta\mu\frac{\pi}{4}\right)\cdot\left(\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{2} + i\eta\mu\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \sqrt{2}\left[\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right) + i\eta\mu\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}\right)\right] = \sqrt{2}\left(\sigma\upsilon\nu\frac{3\pi}{4} + i\eta\mu\frac{3\pi}{4}\right)$$

ΘΕΜΑ 2ο

α. $x'x : y = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ή $x = 1$

άρα τα σημεία Α (3 , 0) και Β (1 , 0)

$y'y : x = 0 \Rightarrow f(0) = 3$, άρα το σημείο Γ (0 , 3)

β. $f'(x) = (x^2 - 4x + 3)' = 2x - 4$

$f(3) = 0$ και $f'(3) = 2$

$(\varepsilon) : y - f(3) = f'(3) \cdot (x - 3) \Leftrightarrow (\varepsilon) : y - 0 = 2(x - 3) \Leftrightarrow$

(ε) : $y = 2x - 6$

γ. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow 2x = 4 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty , 2]$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[2 , +\infty)$.

ΘΕΜΑ 3ο

α. Για $x = 0$ είναι $2 \le f(0) \le 2$ άρα $\mathbf{f(0) = 2}$

β. $$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0}(2 - x^4) = 2 \\ \lim\limits_{x\to 0}(2 + x^4) = 2 \end{array}\right\} \underset{\text{παρεμβολής}}{\overset{\text{κριτήριο}}{\Rightarrow}} \lim\limits_{x\to 0} f(x) = 2 = f(0)$$

άρα **η f είναι συνεχής στο $x_0 = 0$**

γ. $2 - x^4 \le f(x) \le 2 + x^4 \Leftrightarrow -x^4 \le f(x) - f(0) \le x^4$

- Για $x < 0$: $\dfrac{-x^4}{x} \ge \dfrac{f(x) - f(0)}{x} \ge \dfrac{x^4}{x} \Leftrightarrow -x^3 \ge \dfrac{f(x) - f(0)}{x} \ge x^3$

  $\lim\limits_{x\to 0^-}(-x^3) = \lim\limits_{x\to 0^-}(x^3) = 0$, άρα από κριτήριο παρεμβολής

  $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x) - f(0)}{x} = 0 \quad (1)$

- Για $x > 0$: $\dfrac{-x^4}{x} \le \dfrac{f(x) - f(0)}{x} \le \dfrac{x^4}{x} \Leftrightarrow -x^3 \le \dfrac{f(x) - f(0)}{x} \le x^3$

  $\lim\limits_{x\to 0^+}(-x^3) = \lim\limits_{x\to 0^+}(x^3) = 0$, άρα από κριτήριο παρεμβολής

  $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x) - f(0)}{x} = 0 \quad (2)$

από (1) και (2) προκύπτει $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 0$,

άρα **η f είναι παραγωγίσιμη στο $x_0 = 0$ με $f'(0) = 0$**

ΘΕΜΑ 4ο

α. χρόνος $t = \dfrac{625}{x}$, $0 < x \le 90$.

κόστος = κόστος καυσίμων + αμοιβή οδηγού

= ωριαία κατανάλωση $\cdot$ χρόνος $\cdot$ 160 + χρόνος $\cdot$ 2000

$$K(x) = \left(5{,}5 + \frac{x^2}{200}\right)\cdot\frac{625}{x}\cdot 160 + \frac{625}{x}\cdot 2000$$

$$= \frac{625}{x}\cdot\left[\left(5{,}5 + \frac{x^2}{200}\right)\cdot 160 + 2000\right]$$

$$= \frac{625}{x}\cdot\left(880 + \frac{4x^2}{5} + 2000\right)$$

$$= \frac{625}{x}\cdot\left(\frac{4x^2}{5} + 2880\right)$$

$$= \mathbf{500x + \frac{1800000}{x},\ 0 < x \le 90}$$

β. $K'(x) = \left(500x + \dfrac{1800000}{x}\right)' = 500 - \dfrac{1800000}{x^2}$, $0 < x \le 90$

ή $K'(x) = \dfrac{500x^2 - 1800000}{x^2}$, $0 < x \le 90$

$$K'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{500x^2 - 1800000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 500x^2 - 1800000 = 0 \Leftrightarrow$$

$$500x^2 = 1800000 \Leftrightarrow x^2 = 3600 \overset{0 < x \le 90}{\Leftrightarrow} x = 60$$

x	0	60	90
f΄(x)	-	0	+
f (x)	↘		↗

Η κατανάλωση γίνεται ελάχιστη όταν η ταχύτητα είναι **x = 60 Km/h**