ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄)
ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 27 ΜΑΪΟΥ 2010
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 175

Α2. α. Λάθος, **β.** Σωστό, **γ.** Σωστό, **δ.** Λάθος.

Α3. α. $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$, με $g(x) \neq 0$

β. $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, με $x > 0$

γ. $(e^x)' = e^x$

δ. $(\text{συν}x)' = -\,\text{ημ}x$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	v_i	$f_i\%$	Αθρ. συχν.	Αθρ.σχ.συχν.	$x_i \cdot v_i$
0	8	16	8	16	0
1	10	20	18	36	10
2	15	30	33	66	30
3	10	20	43	86	30
4	5	10	48	96	20
5	2	4	50	100	10
ΣΥΝΟΛΑ	50	100			100

Β2. $\bar{x} = \dfrac{\sum x_i v_i}{v} = \dfrac{100}{50} = \mathbf{2}$

Β3. Αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά η $25^η$ και η $26^η$ παρατήρηση είναι το 2, άρα **δ = 2**.

Β4. $v_3 + v_4 + v_5 = 15 + 10 + 5 = 30$

$f_3\% + f_4\% + f_5\% = 30\% + 20\% + 10\% = 60\%$

Άρα **30 μαθητές ή το 60% των μαθητών απουσίαζαν από 2 ως και 4 μέρες.**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{\cancel{(x-1)}(x-3)}{\cancel{(x-1)}(x+1)}$

$= \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-3}{x+1} = \dfrac{-2}{2} = \mathbf{-1}.$

Γ2. $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+}\left(\sqrt{x+3}+\alpha\right) = \sqrt{4}+\alpha = \boldsymbol{\alpha+2}$

Γ3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow -1 = \alpha+2 = \alpha+2 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha=-3}$

Γ4. Για $\alpha=-3$ είναι $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1}, & x\in(-\infty,-1)\cup(-1,1) \\ \sqrt{x+3}-3, & x\in(1,+\infty) \end{cases}$

$f(0) = \dfrac{0^2-4\cdot0+3}{0^2-1} = \dfrac{3}{-1} = -3$ και $f(6) = \sqrt{6+3}-3 = 3-3 = 0$

$A = 3\cdot f(0) + 2\cdot f(6) = 3\cdot(-3)+2\cdot0 = -9+0 = \mathbf{-9}$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta$

$f'(x) = \left(\dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta\right)' = x^2 - 5x + \alpha$

- $A(0,1)\in C_f \Leftrightarrow f(0)=1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{3}0^3 - \dfrac{5}{2}0^2 + \alpha\cdot0+\beta = 1 \Leftrightarrow \boldsymbol{\beta=1}$
- Η f παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0 = 2$, άρα $f'(2)=0 \Leftrightarrow$

  $2^2 - 5\cdot2+\alpha = 0 \Leftrightarrow 4-10+\alpha = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\alpha=6}$

Για $\boldsymbol{\alpha=6}$ και $\boldsymbol{\beta=1}$

Δ2. $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 + 6x + 1$ και $f'(x) = x^2 - 5x + 6$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x=2$ ή $x=3$

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 2]$ και $[3, +\infty)$, ενώ η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[2, 3]$.

Δ3. Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 2$ την τιμή

$$f(2) = \frac{1}{3}2^3 - \frac{5}{2}2^2 + 6\cdot 2 + 1 = \frac{8}{3} - 10 + 12 + 1 = \mathbf{\frac{17}{3}}$$

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 3$ την τιμή

$$f(3) = \frac{1}{3}3^3 - \frac{5}{2}3^2 + 6\cdot 3 + 1 = 9 - \frac{45}{2} + 18 + 1 = \mathbf{\frac{11}{2}}$$

Δ4. $$\int_1^2 f(x)\,dx = \int_1^2 \left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1\right) dx$$

$$= \frac{1}{3}\int_1^2 x^3\,dx - \frac{5}{2}\int_1^2 x^2\,dx + 6\int_1^2 x\,dx + \int_1^2 1\,dx$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{x^4}{4}\right]_1^2 - \frac{5}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 + 6\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2 + [x]_1^2$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{16}{4} - \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{2}\left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3}\right) + 6\left(\frac{4}{2} - \frac{1}{2}\right) + (2 - 1)$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{15}{4} - \frac{5}{2}\cdot\frac{7}{3} + 6\cdot\frac{3}{2} + 1$$

$$= \frac{5}{4} - \frac{35}{6} + 9 + 1$$

$$= \frac{15}{12} - \frac{70}{12} + \frac{108}{12} + \frac{12}{12}$$

$$= \mathbf{\frac{65}{12}}$$