Κελάφας
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
# ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
# ΠΕΜΠΤΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2013
# ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ I

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 234

**Α2. α.** Σωστό, **β.** Σωστό, **γ.** Λάθος,
**δ.** Λάθος αν $\alpha \neq \beta$ και Σωστό αν $\alpha = \beta$, **ε.** Σωστό.

**Α3. α.** $\int_\alpha^\beta \eta\mu x\, dx = \left[-\sigma\upsilon\nu x\right]_\alpha^\beta = -\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha$

**β.** $(c\cdot f)'(x) = c\cdot f'(x)$

**γ.** $\left(x^\alpha\right)' = \alpha\cdot x^{\alpha - 1}$

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\left(\alpha^2 x + \ln x\right) = \boldsymbol{\alpha^2}$

**Β2.** $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2} = \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\left(\sqrt{x+3}-2\right)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}$

$= \lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x\cancel{(x-1)}\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\cancel{x-1}} = \lim\limits_{x\to 1^+}\left[x\left(\sqrt{x+3}+2\right)\right] = \mathbf{4}.$

**Β3.** • $f(1) = 2 \iff \alpha^2\cdot 1 + \ln 1 = \alpha^2$

• Για να είναι η $f$ συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \iff$

$\alpha^2 = 4 \iff \boldsymbol{\alpha = \pm 2}$

Κελάφας
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

## ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**

| $x_i$ | $v_i$ | $f_i\%$ | $x_i \cdot v_i$ |
|---|---|---|---|
| 6 | 25 | 50 | 150 |
| 10 | 17 | 34 | 170 |
| 15 | 6 | 12 | 90 |
| 20 | 2 | 4 | 40 |
| ΣΥΝΟΛΑ | v = 50 | 100 | 450 |

**Γ2.** $\bar{x} = \dfrac{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 + x_4v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = \dfrac{450}{50} = \mathbf{9}$ εκατοντάδες ευρώ

**Γ3.** 1000 € = 10 εκατοντάδες €

$f_1\% + f_2\% = 50\% + 34\% = 84\%$

**άρα το 84% των υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1000€.**

**Γ4.**

| $x_i$ | $v_i$ | $x_i \cdot v_i$ | $\bar{x} - x_i$ | $(\bar{x} - x_i)^2$ | $(\bar{x} - x_i)^2 v_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 6 | 25 | 150 | 3 | 9 | 225 |
| 10 | 17 | 170 | -1 | 1 | 17 |
| 15 | 6 | 90 | -6 | 36 | 216 |
| 20 | 2 | 40 | -11 | 121 | 242 |
| ΣΥΝΟΛΑ | v = 50 | 450 | - | - | 700 |

$$s^2 = \frac{(\bar{x}-x_1)^2v_1 + (\bar{x}-x_2)^2v_2 + (\bar{x}-x_3)^2v_3 + (\bar{x}-x_4)^2v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = \frac{700}{50} = \mathbf{14}$$

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** $f(x) = (x-2)^2(x+\alpha)$

$$f'(x) = \left[(x-2)^2(x+\alpha)\right]' = \left[(x-2)^2\right]'\cdot(x+\alpha) + (x-2)^2\cdot(x+\alpha)'$$

$$= 2(x-2)\cdot(x-2)'\cdot(x+\alpha) + (x-2)^2\cdot 1$$

$$= 2(x-2)\cdot(x+\alpha) + (x-2)^2 = (x-2)\cdot\left[2(x+\alpha) + (x-2)\right]$$

$$= (x-2)\cdot(2x+2\alpha+x-2) = (x-2)\cdot(3x+2\alpha-2)$$

**Δ2.** Για να παρουσιάζει η συνάρτηση ακρότατο στο $x_0 = 4$,
πρέπει $f'(4) = 0 \Leftrightarrow (4-2)(3\cdot 4 + 2\alpha - 2) = 0 \Leftrightarrow$
$2(2\alpha + 10) = 0 \Leftrightarrow 2\alpha + 10 = 0 \Leftrightarrow 2\alpha = -10 \Leftrightarrow \alpha = -5$

**Δ3.** $f(x) = (x-2)^2(x-5)$

$$f'(x) = (x-2)\cdot(3x-12) = 3x^2 - 6x + 24$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)\cdot(3x-12) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = 4$$

| $x$ | $-\infty$ | 2 | | 4 | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | + | 0 | - | 0 | + |
| $f(x)$ | $\nearrow$ | | $\searrow$ | | $\nearrow$ |

Η $f$ είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, 2]$ και $[4, +\infty)$ ενώ
είναι γνησίως φθίνουσα στο $[2, 4]$.
Η $f$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = 2$ την τιμή $f(2) = 0$
Η $f$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 4$ την τιμή $f(4) = -4$

**Δ4.** $g(x) - h(x) = 3x^2 - 12x - (6x - 24) = 3x^2 - 6x + 24 = f'(x)$
Είναι $f'(x) \le 0$ στο $[2, 4]$ από Δ3 ερώτημα

$$E = -\int_2^4 f'(x)\,dx = -\left[f(x)\right]_2^4 = -\left[f(4) - f(2)\right] = f(2) - f(4) = \mathbf{4\ τ.μ.}$$