



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
(ΟΜΑΔΑ Α΄) ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι (ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ)

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 212

A2. α. Λάθος, **β.** Σωστό, **γ.** Λάθος, **δ.** Λάθος, **ε.** Σωστό.

A3. α. $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = [\ln x]_{\alpha}^{\beta} = \ln \beta - \ln \alpha = \ln \frac{\beta}{\alpha}$

β. $(c)' = 0$, αν c σταθερά

γ. Αν η μεταβλητή x παίρνει τις τιμές x_1, x_2, \dots, x_k με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2, \dots, v_k , τότε η μέση τιμή της

μεταβλητής είναι $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_k v_k}{v_1 + v_2 + \dots + v_k}$.

ΘΕΜΑ Β

B1.

Κλάσεις	K_i	v_i	N_i	$K_i \cdot v_i$
[5 , 15)	10	20	20	200
[15 , 25)	20	14	34	280
[25 , 35)	30	12	46	360
[35 , 45)	40	4	50	160
ΣΥΝΟΛΑ		$v = 50$		1000



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

$$\text{B2. } \bar{x} = \frac{\kappa_1 v_1 + \kappa_2 v_2 + \kappa_3 v_3 + \kappa_4 v_4}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} = \frac{1000}{500} = \mathbf{20 \text{ ΛΕΠΤΑ}}$$

B3.

Κλάσεις	κ_i	v_i	$\bar{x} - \kappa_i$	$(\bar{x} - \kappa_i)^2$	$v_i \cdot (\bar{x} - \kappa_i)^2$
[5, 15)	10	20	10	100	2000
[15, 25)	20	14	0	0	0
[25, 35)	30	12	-10	100	1200
[35, 45)	40	4	-20	400	1600
ΣΥΝΟΛΑ		$v = 50$			4800

$$s^2 = \frac{v_1 \cdot (\bar{x} - \kappa_1)^2 + v_2 \cdot (\bar{x} - \kappa_2)^2 + v_3 \cdot (\bar{x} - \kappa_3)^2 + v_4 \cdot (\bar{x} - \kappa_4)^2}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4} \Leftrightarrow$$

$$s^2 = \frac{4800}{50} \Leftrightarrow$$

$$s^2 = \mathbf{96}$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \approx \mathbf{10 \text{ ΛΕΠΤΑ}}$$

$$\text{B4. } CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{10}{20} \cdot 100\% = \mathbf{50\%}$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ Γ

$$\Gamma 1. \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 2x + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

$$\Gamma 2. \lim_{x \rightarrow 2^+} (4x + 4e^{x-2}) = 8 + 4e^0 = 8 + 4 = 12.$$

Γ3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 2$, πρέπει

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \frac{12}{\lambda} = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

$$\Gamma 4. \text{Για } \lambda = 1, \text{ είναι } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{x - 2}, & \text{αν } x > 2 \\ 4x + 4 \cdot e^{x-2}, & \text{αν } x \leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 (4x + 4 \cdot e^{x-2}) dx \\ &= \int_1^2 4x dx + 4 \int_1^2 e^{x-2} dx \\ &= [2x^2]_1^2 + 4 \cdot [e^{x-2}]_1^2 \\ &= (8 - 2) + 4(e^0 - e^{-1}) \\ &= 6 + 4 \left(1 - \frac{1}{e}\right) \\ &= 6 + 4 - \frac{4}{e} \\ &= 10 - \frac{4}{e} \end{aligned}$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, 0 \leq t \leq 10$$

$$B'(t) = \left(-\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \right)' \Leftrightarrow$$

$$B'(t) = -t^2 + 4t + 12, 0 \leq t \leq 10$$

$$\Delta 2. B'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 12 = 16 + 48 = 64$$

$$t = \frac{-4 \pm 8}{-2} = \begin{cases} -2 \\ 6 \end{cases}$$

t	$-\infty$	-2	0	6	10	$+\infty$
$-t^2 + 4t + 12$	-	○	+	+	○	-
$B'(t)$				+	○	-
$B(t)$				↗	↘	

Το βάρος γίνεται μέγιστο τη χρονική στιγμή $t_1 = 6$ έτη.

$\Delta 3.$ Αν $6 \leq t \leq 9$, επειδή η συνάρτηση B είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[6, 10]$ θα είναι $B(6) \geq B(t) \geq B(9)$ ή

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

Δ4. $B'(t) = -t^2 + 4t + 12, 0 \leq t \leq 10$

$$B''(t) = (-t^2 + 4t + 12)' = -2t + 4, 0 \leq t \leq 10$$

$$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

t	0	2	10
B''(t)		+	-
B'(t)		↗	↘

Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους γίνεται μέγιστος τη χρονική στιγμή $t_2 = 2$ έτη.

Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ



Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710