ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ
ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Α΄) & ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ
ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)
ΠΕΜΠΤΗ 19 ΜΑΪΟΥ 2016
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 64

Α2. α. Σωστό, **β.** Λάθος, **γ.** Λάθος, **δ.** Λάθος, **ε.** Σωστό.

Α3. α. Αν οι συναρτήσεις $f, g : A \to \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους Α, τότε και η συνάρτηση $\frac{f}{g}$ $(g \neq 0)$ είναι παραγωγίσιμη στο Α και ισχύει :

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}.$$

β. $\int_\alpha^\beta 1\,dx = [x]_\alpha^\beta = \beta - \alpha.$

γ. Αν $f_1, f_2, \ldots, f_\kappa$ είναι οι σχετικές συχνότητες των τιμών $x_1, x_2, \ldots, x_\kappa$ αντίστοιχα μιας μεταβλητής, τότε ισχύει: $f_1 + f_2 + \ldots + f_\kappa = 1$, όπου κ το πλήθος των διαφορετικών τιμών της μεταβλητής.

ΘΕΜΑ Β

Β1.

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$v_i x_i$
0	5	**5**	20	0
1	4	**9**	16	4
2	7	**16**	28	14
3	4	**20**	16	12
4	5	25	20	20
Σύνολα	**25**		**100**	**50**

Β2. $\overline{x} = \dfrac{\nu_1 x_1 + \nu_2 x_2 + \nu_3 x_3 + \nu_4 x_4 + \nu_5 x_5}{\nu} = \dfrac{50}{25} = \mathbf{2}$

Β3. Αν γράψουμε τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά, η 13η (η μεσαία δηλαδή παρατήρηση) είναι 2, άρα **δ = 2**.

Β4.

x_i	ν_i	N_i	$f_i\%$	$\nu_i x_i$	$\overline{x} - x_i$	$(\overline{x} - x_i)^2$	$\nu_i \cdot (\overline{x} - x_i)^2$
0	5	5	20	0	2	4	20
1	4	9	16	4	1	1	4
2	7	16	28	14	0	0	0
3	4	20	16	12	-1	1	4
4	5	25	20	20	-2	4	20
Σύνολα	**25**		**100**	**50**			**48**

$$s^2 = \frac{\nu_1(x-x_1)^2 + \nu_2(x-x_2)^2 + \nu_3(x-x_3)^2 + \nu_4(x-x_4)^2 + \nu_5(x-x_5)^2}{\nu}$$

$$= \frac{48}{25} = \mathbf{1{,}92}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f'(x) = (x^3 + 3x^2 - 9x + 2)' = 3x^2 - 6x - 9,\ x \in \mathbb{R}$

Γ2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \overset{:3}{\Leftrightarrow} x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$(x + 1)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0$ ή $x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ή $x = 3$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Η f είναι γνησίως αύξουσα στα $(-\infty, -1]$ και $[3, +\infty)$, ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[-1, 3]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x = -1$ την τιμή

$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1)^2 - 9(-1) + 2 = -1 - 3 + 9 + 2 = 7$, ενώ

η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = 3$ την τιμή

$f(3) = 3^3 - 3\cdot 3^2 - 9\cdot 3 + 2 = 27 - 27 - 27 + 2 = -25$

Γ3. Θεωρούμε συνάρτηση φ, με $\varphi(x) = g(x) - h(x)$

$\varphi(x) = g(x) - h(x) = 3x^2 - (6x + 9) = 3x^2 - 6x - 9 = f'(x)$

Στο διάστημα $[-1, 3]$ είναι $f'(x) \leq 0$, άρα και $\varphi(x) \leq 0$.

$$E = -\int_{-1}^{3} \varphi(x)\,dx = -\int_{-1}^{3} f'(x)\,dx = -[f(x)]_{-1}^{3} = -[f(3) - f(-1)]$$

$$= -f(3) + f(-1) = -(-25) + 7 = 25 + 7 = \mathbf{32 \text{ τ.μ.}}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $$\lim_{x\to 1^-} f(x) = \lim_{x\to 1^-} \frac{1 - x^2}{\sqrt{x} - 1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(1 - x)(1 + x)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{-\cancel{(x - 1)}(1 + x)(\sqrt{x} + 1)}{\cancel{x - 1}}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} [-(1 + x)(\sqrt{x} + 1)]$$

$$= -(1 + 1)(1 + 1) = -2\cdot 2 = \mathbf{-4}$$

Δ2. $$\lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^+} (\alpha x^2 + \beta x) = \alpha\cdot 1^2 + \beta\cdot 1 = \boldsymbol{\alpha + \beta}$$

Δ3. • Για να υπάρχει το $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ πρέπει $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) \Leftrightarrow$

$\alpha + \beta = -4 \quad (1)$

• Για $x > 1$ είναι $f'(x) = (\alpha x^2 + \beta x)' = 2\alpha x + \beta$

$f'(2) = 2 \Leftrightarrow 2\alpha \cdot 2 + \beta = 2 \Leftrightarrow 4\alpha + \beta = 2 \quad (2)$

Λύνουμε το σύστημα των (1) και (2)

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -4 \\ 4\alpha + \beta = 2 \end{cases} \overset{\cdot(-1)}{\Leftrightarrow} \begin{cases} -\alpha - \beta = 4 \\ 4\alpha + \beta = 2 \quad (+) \end{cases}$$

$3\alpha = 6 \Leftrightarrow$ **$\alpha = 2$**

Στη σχέση (1) για $\alpha = 2$ έχουμε : $2 + \beta = -4 \Leftrightarrow$ **$\beta = -6$**

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710