



# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

## ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ & ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ ΠΕΜΠΤΗ 8 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

#### ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

A2. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Σωστό.

A3. α)  $(x^p)' = p \cdot x^{p-1}$ , όπου  $p$  ρητός αριθμός.

β)  $(\sin x)' = \cos x$

γ) Αν  $x_1, x_2, \dots, x_n$  είναι οι τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής  $X$  ενός δείγματος μεγέθους  $n$  και  $w_1, w_2, \dots, w_n$  είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), τότε ο σταθμικός μέσος

βρίσκεται από τον τύπο :  $\bar{x} = \frac{x_1 \cdot w_1 + x_2 \cdot w_2 + \dots + x_k \cdot w_k}{w_1 + w_2 + \dots + w_k}$

#### ΘΕΜΑ Β

$$B1. \kappa = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (x+2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} (x+2) = 1 + 2 = 3$$

Για  $\kappa = 3$  οι παρατηρήσεις είναι : 4, 3, 5, 6, 7, 4, 6, 5, 6, 4.

$$B2. \bar{x} = \frac{\sum t_i}{v} = \frac{3 + 4 + 4 + 4 + 5 + 5 + 6 + 6 + 6 + 7}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

$$B3. s^2 = \frac{\sum (t_i - \bar{x})^2}{v} = \frac{(3-5)^2 + (4-5)^2 \cdot 3 + (5-5)^2 \cdot 2 + (6-5)^2 \cdot 3 + (7-5)^2}{10} \\ = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 \cdot 3 + 0^2 \cdot 2 + 1^2 \cdot 3 + 2^2}{10} = \frac{4 + 3 + 0 + 3 + 4}{10} = \frac{14}{10} = 1,4$$

$$B4. s = \sqrt{s^2} = \sqrt{1,4} \cong 1,18$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,18}{5} \cdot 100\% = 23,6\%$$



# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



# Κελάφας

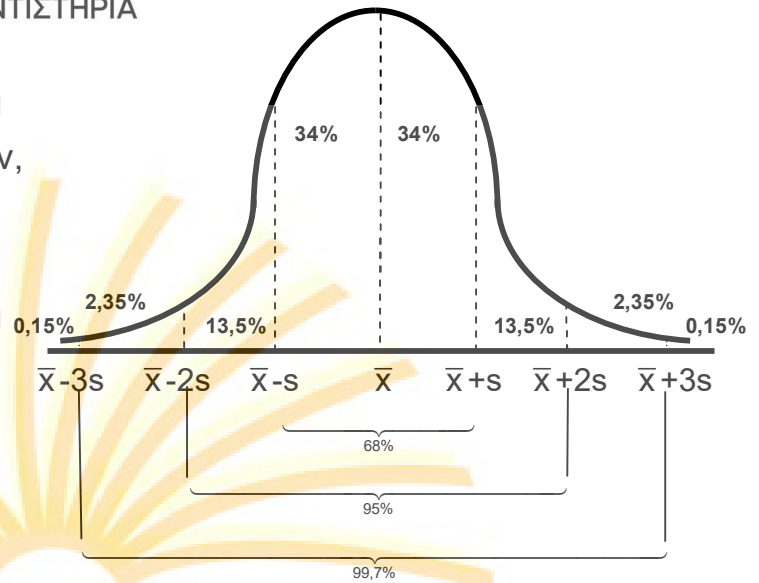
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

## ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Το 50% των εργαζομένων έχει ηλικία μεγαλύτερη των 40 ετών, άρα  $\bar{x} = 40$ .

Γ2. Το 16% των εργαζομένων έχει ηλικία μικρότερη των 35 ετών, άρα  $\bar{x} - s = 35 \Leftrightarrow 40 - s = 35 \Leftrightarrow s = 5$ .

Αν  $n = 400$



Γ3.

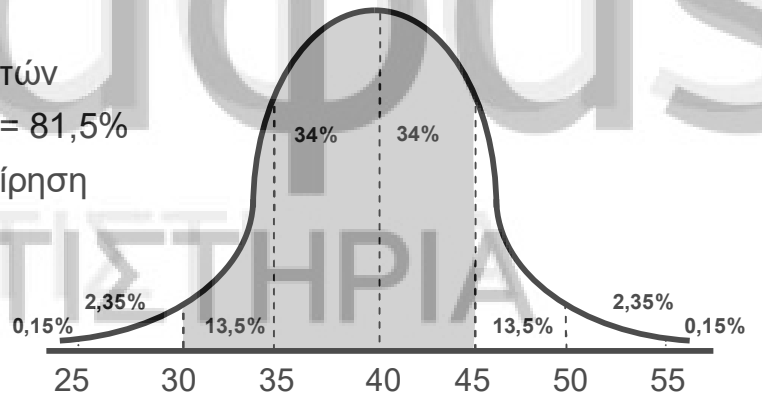
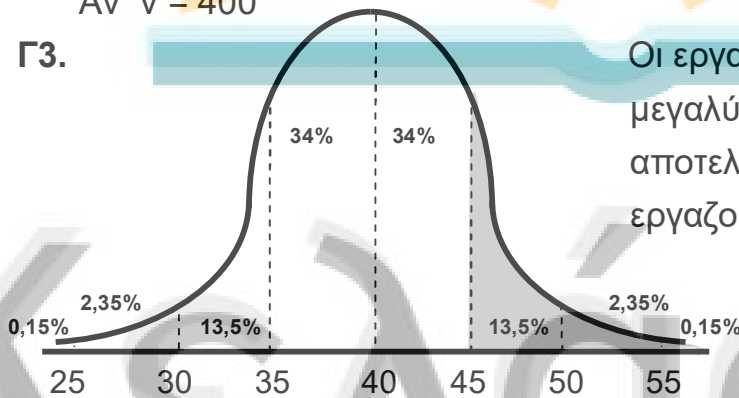
Οι εργαζόμενοι που έχουν ηλικία μεγαλύτερη των 45 ετών αποτελούν το 16% των εργαζομένων στην επιχείρηση

και είναι :

$$\frac{16}{100} \cdot n = 0,16 \cdot 400 = 64$$

Γ4. Οι εργαζόμενοι από 30-45 ετών αποτελούν το  $13,5\% + 68\% = 81,5\%$  των εργαζομένων στην επιχείρηση και είναι :

$$\frac{81,5}{100} \cdot n = 0,815 \cdot 400 = 326$$



# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

## ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.**  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$

$$f'(x) = \left(-\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1\right)' = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = 3$$

<b>x</b>	$-\infty$	1	3	$+\infty$
<b>f'(x)</b>	-	○	○	-
<b>f(x)</b>	↘		↗	↘

Η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στα  $(-\infty, 1]$  και  $[3, +\infty)$ , ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο  $[1, 3]$ .

**Δ2.** Η  $f$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για  $x = 1$  την τιμή

$$f(1) = -\frac{1}{3} \cdot 1^3 + 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 + 1 = -\frac{1}{3} + 2 - 3 + 1 = -\frac{1}{3}, \text{ ενώ}$$

η  $f$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για  $x = 3$  την τιμή

$$f(3) = -\frac{1}{3} \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = -9 + 18 - 9 + 1 = 1$$

**Δ3.** Έστω  $M(x_0, f(x_0))$  το ζητούμενο σημείο.

$$\text{Πρέπει } f'(x_0) = \lambda_\epsilon = 1$$

$$f'(x_0) = 1 \Leftrightarrow -x_0^2 + 4x_0 - 3 = 1 \Leftrightarrow x_0^2 - 4x_0 + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$(x_0 - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x_0 - 2 = 0 \Leftrightarrow x_0 = 2$$

$$\text{Είναι } f(2) = -\frac{1}{3} \cdot 2^3 + 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 + 1 = -\frac{8}{3} + 3 = \frac{1}{3}$$

άρα το ζητούμενο σημείο είναι το  $M\left(2, \frac{1}{3}\right)$



# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710



# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

**Δ4.**  $f''(x) = (-x^2 + 4x - 3)' = -2x + 4$

Τα σημεία  $M_i (x_i, y_i)$  ανήκουν στην ευθεία  $y = -2x + 4$   
δηλαδή  $y_i = -2x_i + 4$ , για  $i = 1, 2, 3, 4, 5$

Οι τιμές  $y_i$  προκύπτουν από τις τιμές  $x_i$ , αν διαδοχικά  
πρώτα πολλαπλασιαστούν επί  $(-2)$  και έπειτα προστεθεί το  $4$ .

Από εφαρμογή σχολικού βιβλίου έχουμε ότι:

- οι παρατηρήσεις που προκύπτουν αν πολλαπλασιάσουμε τις τιμές  $x_i$  επί μια σταθερά  $c$ , έχουν τυπική απόκλιση  $|c| \cdot s_x$ .
- οι παρατηρήσεις που προκύπτουν αν προσθέσουμε σε καθεμιά από τις τιμές  $x_i$  μια σταθερά  $c$ , έχουν τυπική απόκλιση  $s_x$ .

Επομένως  $s_y = |-2| \cdot s_x = 2 \cdot 3 = 6$

# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ



# Κελάφας

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΑΙΣΧΥΛΟΥ 16 - ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ - ΤΗΛ. 210 5710710