

ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ
ΕΝΙΑΙΟΥ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2004
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Στον παρακάτω πίνακα, κάθε τριγωνομετρικός αριθμός της **Στήλης I** (για οποιεσδήποτε τιμές των γωνιών α, β) είναι ίσος με μια μόνο παράσταση της **Στήλης II** (δύο παραστάσεις στη **Στήλη II** περισσεύουν).

Στήλη I	Στήλη II
α. $\eta\mu(\alpha+\beta)$	1. $2 \eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\alpha$
β. $\sigma\upsilon\nu(\alpha+\beta)$	2. $\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta + \eta\mu\alpha \eta\mu\beta$
γ. $\eta\mu 2\alpha$	3. $\eta\mu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha \eta\mu\beta$
δ. $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$	4. $\sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha$
	5. $1 + 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha$
	6. $\sigma\upsilon\nu\alpha \sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\alpha \eta\mu\beta$

Να γράψετε στο τετράδιό σας τα γράμματα της **Στήλης I** και δίπλα σε κάθε γράμμα τον αριθμό της **Στήλης II** που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Μονάδες 8

Β. Με την προϋπόθεση ότι για τις γωνίες α, β ισχύει $\sigma\upsilon\nu\alpha \neq 0$, $\sigma\upsilon\nu\beta \neq 0$ και $\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) \neq 0$, να αποδείξετε ότι:

$$\varepsilon\varphi(\alpha + \beta) = \frac{\varepsilon\varphi\alpha + \varepsilon\varphi\beta}{1 - \varepsilon\varphi\alpha \varepsilon\varphi\beta}$$

Μονάδες 9

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Για κάθε μια από τις επόμενες προτάσεις Γ. και Δ., να μεταφέρετε στο τετράδιό σας το γράμμα της και δίπλα την ένδειξη (Σ), αν αυτή είναι **Σωστή** ή (Λ), αν αυτή είναι **Λανθασμένη**.

Γ. Ο $n^{\text{ος}}$ όρος μιας αριθμητικής προόδου, με πρώτο όρο a_1 και διαφορά ω , είναι $a_n = a_1 + (n - 1)\omega$.

Μονάδες 4

Δ. Το άθροισμα των πρώτων n όρων μιας γεωμετρικής προόδου (a_n) με λόγο $\lambda \neq 1$, είναι:

$$S_n = a_1 \cdot \frac{\lambda^n + 1}{\lambda - 1}$$

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ 2ο

Το άθροισμα των τριών πρώτων όρων μιας αριθμητικής προόδου (a_n) είναι 12 και ο $3^{\text{ος}}$ όρος της προόδου είναι τριπλάσιος του $1^{\text{ου}}$ όρου.

α) Να αποδείξετε ότι η πρόοδος έχει πρώτο όρο $a_1 = 2$ και διαφορά $\omega = 2$.

Μονάδες 10

β) Να υπολογίσετε τον a_{1002} .

Μονάδες 7

γ) Να υπολογίσετε το άθροισμα S_{60} των πρώτων εξήντα όρων της προόδου.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Να αποδείξετε ότι:

α) $2 \operatorname{csc}^2 \frac{x}{2} = 1 + \operatorname{csc} x$

Μονάδες 5

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

$$\beta) 2\sigma\upsilon\nu^2 \frac{x}{2} \cdot (2 - \sigma\upsilon\nu x) = 1 + \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu^2 x .$$

Μονάδες 10

B. Να λύσετε την εξίσωση:

$$1 + \sigma\upsilon\nu x + \eta\mu^2 x = 0 .$$

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = 4\alpha^2 x^3 + \frac{8}{3} (1 - \alpha^2) x^2 - x - 2, \text{ όπου } \alpha \in \mathbb{R} \text{ με } \alpha > 0,$$

για το οποίο ισχύει $P(1) = 0$.

α) Να αποδείξετε ότι: $\alpha = \frac{1}{2}$.

Μονάδες 10

β) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης του πολυωνύμου $P(x)$ με το πολυώνυμο $x - 1$.

Μονάδες 8

γ) Να λύσετε την εξίσωση: $P(x) = 0$.

Μονάδες 7

ΟΛΗΓΙΕΣ (για τους υποψηφίους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν.

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Δεν επιτρέπεται να γράψετε οποιαδήποτε άλλη σημείωση.

Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης : Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μια (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ