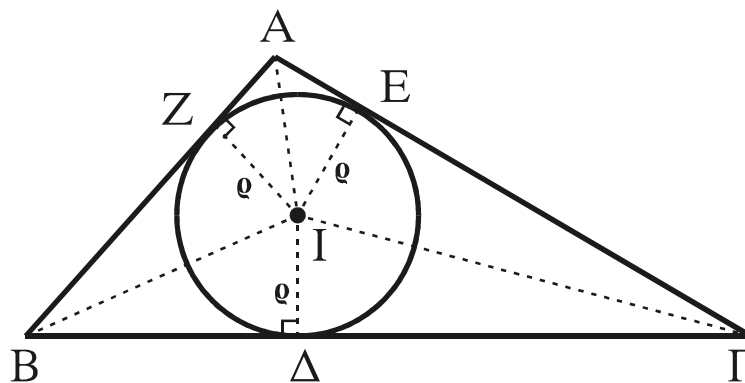


ΠΡΟΑΓΩΓΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ' ΤΑΞΗΣ  
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΕΥΤΕΡΑ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2003  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ 1ο**

**A.** Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  και ο εγγεγραμμένος κύκλος του  $(I, \rho)$ .



Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $E$  του τριγώνου δίνεται από τον τύπο  $E = \tau\rho$ , όπου  $\tau$  είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου.

**Μονάδες 10**

**B.** Για καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της και, ακριβώς δίπλα, την ένδειξη  $(\Sigma)$ , αν η πρόταση είναι σωστή, ή  $(\Lambda)$ , αν αυτή είναι λανθασμένη.

1. Το απόστημα  $\alpha_4$  τετραγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας  $R$  δίνεται από τον τύπο  $\alpha_4 = R\sqrt{5}$ .
2. Η πλευρά  $\lambda_3$  ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου σε κύκλο ακτίνας  $R$  δίνεται από τον τύπο  $\lambda_3 = R\sqrt{3}$ .

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

3. Το εμβαδόν τριγώνου  $ΑΒΓ$  με μήκη πλευρών  $α,β,γ$  δίνεται από τον τύπο

$$E = \sqrt{\tau(\tau-\alpha)(\tau-\beta)(\tau-\gamma)} ,$$

όπου  $\tau$  είναι η ημιπερίμετρος του τριγώνου.

4. Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο, το τετράγωνο μιας κάθετης πλευράς του είναι ίσο με το γινόμενο της υποτεινούς επί την προβολή της πλευράς αυτής στην υποτεινούσα.
5. Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των βάσεων του επί το ύψος του.

**Μονάδες 15**

**ΘΕΜΑ 2ο**

Ένα τρίγωνο  $ΑΒΓ$  έχει  $ΑΒ=5$ ,  $ΑΓ=12$  και  $ΒΓ=13$ .

- α. Να αποδείξετε ότι  $\hat{A}=90^\circ$  .

**Μονάδες 7**

- β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου  $ΑΒΓ$ .

**Μονάδες 7**

- γ. Να υπολογίσετε το ύψος  $υ_α$  του τριγώνου  $ΑΒΓ$ .

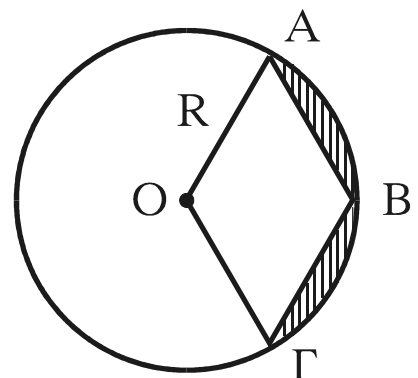
**Μονάδες 5**

- δ. Να υπολογίσετε την ακτίνα του περιγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου  $ΑΒΓ$ .

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ 3ο**

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος  $(O,R)$  και τα σημεία του  $A,B,\Gamma$ , έτσι ώστε το τετράπλευρο  $OAB\Gamma$  να είναι ρόμβος.



ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

α. Να αποδείξετε ότι  $AG = \lambda_3$ , δηλαδή είναι πλευρά ισόπλευρου τριγώνου εγγεγραμμένου στον κύκλο  $(O, R)$ .

**Μονάδες 6**

β. Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν του ρόμβου  $OABΓ$  είναι

$$(OABΓ) = \frac{R^2 \sqrt{3}}{2} .$$

**Μονάδες 5**

γ. Αν  $M$  είναι το σημείο τομής των διαγωνίων του ρόμβου  $OABΓ$ , τότε να υπολογίσετε, ως συνάρτηση του  $R$ , τη δύναμη του σημείου  $M$  ως προς τον κύκλο  $(O, R)$ .

**Μονάδες 6**

δ. Αν η ακτίνα του κύκλου είναι  $R=2$ , να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.

**Μονάδες 8**

**ΘΕΜΑ 4ο**

Στην πρωτεύουσα της Ιαπωνίας, το Τόκιο, τον Ιούλιο του 2003 θα διεξαχθεί η Παγκόσμια Ολυμπιάδα των Μαθηματικών. Ένα πάρκο της πρωτεύουσας έχει σχήμα κανονικού εξαγώνου  $ABΓΔΕΖ$  πλευράς 2 km. Ένας μαθητής που θα συμμετάσχει στο διαγωνισμό, περπατάει κατά μήκος της περιμέτρου του πάρκου, αρχίζοντας από την κορυφή  $A$  και ακολουθώντας τη διαδρομή  $ABΓΔΕΖΑ$  φθάνει σε ένα σημείο  $M$  έχοντας διανύσει μήκος 5 km.

α. Να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαδρομής.

**Μονάδες 5**

β. Να βρείτε το εμβαδόν του πάρκου.

**Μονάδες 8**

γ. Να υπολογίσετε το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος  $AM$ .

**Μονάδες 12**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΥΠΟΨΗΦΙΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). Τα θέματα δεν θα τα αντιγράψετε στο τετράδιο. Τα σχήματα που θα χρησιμοποιήσετε στο τετράδιο να γίνουν με στυλό διαρκείας (μπλε ή μαύρο).
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Κάθε λύση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: Τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης : Μία (1) ώρα μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**