1-6-2008

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

1ο ΘΕΜΑ

Α) Θεωρία σελ. 31 σχ. βιβλίου
Β) α) Θεωρία σελ. 93 σχ. βιβλίου
β) Θεωρία σελ. 142 σχ. βιβλίου
Γ) α. Σ, β. Σ, γ. Σ, δ. Λ, ε. Λ

2ο ΘΕΜΑ

α. • Ισχύει $\alpha_4 = f_4 \cdot 360^o$

$$f_4 = \frac{a_4}{360}$$

$$f_4 = \frac{108}{360}$$

$$f_4 = \frac{3}{10}$$

• Επίσης ισχύει:

$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 1$

$f_1 + f_1 + f_3 + 0{,}3 = 1$ [$f_1 = f_2$ από την υπόθεση]

$2f_1 + f_3 = 0{,}7$

$f_3 = 0{,}7 - 2f_1$ (1)

• Από την υπόθεση γνωρίζουμε ότι:

$\bar{x} = 70$

$x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + x_4 f_4 = 70$

$30 \cdot f_1 + 50 \cdot f_1 + 70 \cdot f_3 + 90 \cdot 0{,}3 = 70$

$80 \cdot f_1 + 70 \cdot f_3 = 43$

$80 \cdot f_1 + 70 \cdot (0{,}7 - 2f_1) = 43$ *από την* (1)

$80 \cdot f_1 + 49 - 140 f_1 = 43$

$-60 \cdot f_1 = -6$

$$f_1 = \frac{1}{10}$$

Οπότε και $f_2 = \frac{1}{10}$

Από την (1) έχουμε:

$$f_3 = 0,7 - 2 \cdot \frac{1}{10} = 0,7 - 0,2 = 0,5 = \frac{5}{10}$$

β. i. Ο πίνακας συχνοτήτων που προκύπτει είναι

Κλάσεις [-)	x_i	v_i	f_i
20-40	30	5	0,1
40-60	50	5	0,1
60-80	70	25	0,5
80-100	90	15	0,3
Σύνολα	-	50	1

ii. Οι μαθητές που έχουν βαθμολογία τουλάχιστον 60 είναι:

$v_3+v_4 = 25+15 = 40$ μαθητές.

iii. Το ποσοστό των μαθητών με βαθμολογία από 50 έως 70 είναι:

$$\frac{f_2\%}{2} + \frac{f_3\%}{2} = \frac{10\%}{2} + \frac{50\%}{2} = 30\%$$

3^{o} ΘΕΜΑ

Έστω K={p-1, p, p+1, p^2, p^3}

• Ισχύει:

$0 < p < 1 \overset{-1}{\Leftrightarrow} -1 < p-1 < 0$ (1)

$0 < p < 1 \overset{+1}{\Leftrightarrow} 1 < p+1 < 2$ (2)

Επειδή όμως:

$0 \le P(A) \le 1$

$0 \le P(A \cup B) \le 1$

$0 \le P(A \cap B) \le 1$,

οι $P(A)$, $P(A\cup B)$, $P(A\cap B)$, λόγω των (1) και (2), θα παίρνουν τιμές από το σύνολο $\Lambda=\{p, p^2, p^3\}$

• Ισχύει:

$0 < p < 1 \overset{\cdot p>0}{\Leftrightarrow} p^2 < p \quad (3)$

$0 < p < 1 \overset{\cdot p^2>0}{\Leftrightarrow} p^3 < p^2 \quad (4)$

Από τις (3) και (4) έχουμε $p^3 < p^2 < p \quad (5)$

• Ισχύει $(A\cap B)\subseteq A\subseteq(A\cup B)$, οπότε $P(A\cap B)\le P(A)\le P(A\cup B)$.

Έτσι από την (5) επειδή οι $P(A\cap B)$, $P(A)$, $P(A\cup B)$ αποτελούν στοιχεία του συνόλου Λ έχουμε τελικά:

οπότε $P(A\cap B)= p^3$, $P(A)= p^2$ και $P(A\cup B) = p$.

β.
Ισχύει

$$P(A\cup B) = P(A)+P(B)- P(A\cap B)$$
$$P(B) = P(A\cap B) - P(A)+P(A\cup B)$$
$$P(B) = p^3 - p^2 + p$$

γ.
$P(B-A) > P(A-B) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow P(B)- P(B\cap A) > P(A)- P(A\cap B)$

$\Leftrightarrow P(B)- P(B\cap A) > P(A)- P(A\cap B)$ $[P(B\cap A) = P(A\cap B)]$

$\Leftrightarrow P(B) > P(A)$

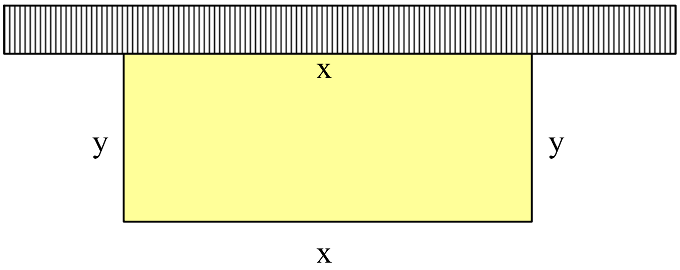
$\Leftrightarrow p^3 - p^2 + p > p^2$

$\Leftrightarrow p^3 -2 p^2 + p > 0$

$\Leftrightarrow p(p^2 - 2p +1) > 0$

$\Leftrightarrow p(p -1)^2 > 0$ ισχύει

4ο ΘΕΜΑ



α.

• Το μήκος του συρματοπλέγματος είναι $x + 2y = 200 \Leftrightarrow y = 100 - \frac{x}{2}$

• Το εμβαδόν της περιοχής που περιφράξαμε είναι:

$f(x) = x \cdot y$

$f(x) = x \cdot (100 - \frac{x}{2})$

$f(x) = 100x - \frac{1}{2}x^2$

β.

• $f'(x) = 100 - x$

• $f'(x) = 0$

$100 - x = 0$

$x = 100$

• $f'(x) > 0$

$100 - x > 0$

$x < 100$

• $f'(x) < 0$

$100 - x < 0$

$x > 100$

x	0	100	200
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$\nearrow$		$\searrow$

• Παρατηρώ ότι για $x_0 = 100$ η επιφάνεια f γίνεται μέγιστη και ίση με

$$f(100) = 100 \cdot 100 - \frac{1}{2} \cdot 100^2 = 10000 - 5000 = 5000 \ \ m^2$$

γ.

• $f'(100) = 100 - 100 = 0$

$f'(101) = 100 - 101 = -1$

$f'(102) = 100 - 102 = -2$

$f'(103) = 100 - 103 = -3$

$f'(104) = 100 - 104 = -4$

• $\bar{x} = \dfrac{0 + (-1) + (-2) + (-3) + (-4)}{5} = \dfrac{-10}{5} = -2$

δ.

• Έστω $\bar{x}_1$ η νέα μέση τιμή και s_1 η νέα τυπική απόκλιση.
Σύμφωνα με την εφαρμογή 3 σελίδα 99 του σχολικού βιβλίου ισχύει:

$\bar{x}_1 = \bar{x} + c$ και $s_1 = s$

Έχουμε λοιπόν:

$CV' = 2CV$

$\dfrac{s_1}{|\bar{x}_1|} = 2\dfrac{s}{|\bar{x}|}$

$\dfrac{1}{|\bar{x} + c|} = \dfrac{2}{|\bar{x}|}$

$\dfrac{1}{|-2 + c|} = \dfrac{2}{|-2|}$

$|c - 2| = 1$

$c - 2 = 1$ ή $c - 2 = -1$

$c = 3$ ή $c = 1$