



Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1ο

A 1. Τι λέγεται δειγματικός χώρος ενός πειράματος τύχης;

Μονάδες 3

2. Πώς ορίζεται η διάμεσος ενός δείγματος n παρατηρήσεων; (n θετικός ακέραιος)

Μονάδες 4

B. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη, να αποδείξετε ότι:

$$(cf(x))' = cf'(x), \quad c \in \mathbb{R}$$

Μονάδες 8

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν σαν Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ), γράφοντας στο τετράδιο σας την ένδειξη (Σ) ή (Λ) δίπλα στον αριθμό της ερώτησης.

1. Αν A είναι το πεδίο ορισμού μιας συνάρτησης f και υπάρχει $x_0 \in A$ για το οποίο ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq f(x_0)$ τότε η f δεν είναι συνεχής στο A .

Μονάδες 2

2. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό της μέγιστο.

Μονάδες 2

3. Η διάμεσος της κανονικής κατανομής συμπίπτει με τη μέση τιμή της.

Μονάδες 2

4. Ο συντελεστής μεταβολής (CV) είναι μέτρο σχετικής διασποράς.

Μονάδες 2

5. Η διακύμανση εκφράζεται με τις μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

Μονάδες 2

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + \ln x$

α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 5

β. Να υπολογίσετε την παράγωγό της.

Μονάδες 5

γ. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση δεν έχει ακρότατα.

Μονάδες 7

δ. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{xf'(x) - 3}{x - 1}$

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ 3^ο

Ο χρόνος εργασίας 80 υπαλλήλων μιας εταιρείας, που εργάζονται από 5 έως 30 χρόνια, έχει ταξινομηθεί σε 5 ισοπλάτεις κλάσεις. Είναι γνωστό ότι το ύψος του ορθογωνίου του ιστογράμματος συχνοτήτων που αντιστοιχεί στην τέταρτη κλάση είναι 30, η συχνότητα της δεύτερης κλάσης είναι τετραπλάσια από τη συχνότητα της τρίτης κλάσης, η σχετική συχνότητα της πρώτης κλάσης είναι 10% και ο αριθμός των υπαλλήλων που εργάζονται τουλάχιστον 15 χρόνια είναι 40.

α. Να παραστήσετε τα παραπάνω δεδομένα σε έναν πίνακα συχνοτήτων (απολύτων, σχετικών, αθροιστικών και αθροιστικών σχετικών).

Μονάδες 8

β. Να κατασκευάσετε το ιστογράμμα αθροιστικών σχετικών συχνοτήτων και το αντίστοιχο πολύγωνο.

Μονάδες 8

γ. Να υπολογίσετε το ποσοστό των υπαλλήλων που εργάζονται λιγότερο από 23 χρόνια.

Μονάδες 4

- δ. Πόσα το πολύ χρόνια πρέπει να εργάζεται ένας υπάλληλος, ώστε να είναι μεταξύ των 60 υπαλλήλων με τα λιγότερα χρόνια εργασίας;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Για τα ενδεχόμενα A, B ενός δειγματικού χώρου Ω , που αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα, είναι

$$N(A) - N(B) = \frac{1}{5} N(\Omega)$$

Έστω R το εύρος του δείγματος των παρατηρήσεων:

$$P(A), P(B), P(A \cap B), P(A \cup B)$$

A. Να αποδείξετε ότι:

α. $0 < R \leq 1$

Μονάδες 4

β. $R = P(A-B) + P(A \cap B)$

Μονάδες 7

B. Αν η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{5P(A)x - 5P(B) - 1}{x - 1}, & \text{αν } x \neq 1 \\ 5P(A \cap B) + 3, & \text{αν } x = 1 \end{cases}$ είναι συνεχής

στο \mathbb{R} να αποδείξετε ότι:

α. $P(B) = P(A \cap B) + \frac{2}{5}$

Μονάδες 7

β. $R = 1$

Μονάδες 4

γ. $P(A \cup B) = 1$ και $P(A \cap B) = 0$

Μονάδες 3