



Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΑΛΓΕΒΡΑ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. α) Θεωρία Σελ. 34 σχολικού βιβλίου
β) Θεωρία σελ. 136 σχολικού βιβλίου

- B. $1\Sigma, 2\Sigma, 3\Lambda, 4\Sigma, 5\Sigma, 6\Sigma, 7\Lambda, 8\Lambda$

ΘΕΜΑ 2^ο

- A. Αφού το $P(x)$ έχει παράγοντες το $x+1$ και το $x-2$ άρα

$$\begin{aligned} P(-1) &= 0 \quad (1) & \alpha - \beta &= -3 & \alpha &= -3 \\ P(2) &= 0 \quad (2) & 2\alpha + \beta &= 6 & \beta &= 0 \end{aligned}$$

- B. Η εξίσωση $P(x)=0$ δηλαδή $x^3 - 3x^2 + 4 = 0$ έχει παράγοντες το $x+1$ άρα ρίζα το -1 και $x-2$ άρα ρίζα το 2 δηλαδή με σχήμα horner έχουμε :

| | | | | |
|---|----|---|----|----|
| 1 | -3 | 0 | 4 | -1 |
| | -1 | 4 | -4 | |
| 1 | -4 | 4 | 0 | |

$$x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4) = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ή } x = 2$$

Γ. i) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ τέμνει τον άξονα γάρ ούταν $x = 0$ δηλαδή $P(0) = 4$ δηλαδή στο σημείο $(0, 4)$.

ii) Οι τιμές του x για τις οποίες η C είγει κάτω από τον άξονα x είναι οι λύσεις της ανίσωσης $P(x) < 0$ δηλαδή $x^3 - 3x^2 + 4 < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2)^2 < 0 \Leftrightarrow x < -1$.

ΘΕΜΑ 3^ο

$$\begin{aligned} A. \frac{1+\alpha_2}{1-2\alpha_4+\alpha_8} &= \frac{1+\sigma\nu2x+\eta\mu2x}{1-2(\sigma\nu2x+3\eta\mu2x)+\sigma\nu2x+7\eta\mu2x} = \\ &= \frac{1+\sigma\nu2x+\eta\mu2x}{1-\sigma\nu2x+\eta\mu2x} = \frac{1+2\sigma\nu^2x-1+2\eta\mu x\sigma\nu x}{1-1+2\eta\mu^2x+2\eta\mu x\sigma\nu x} = \\ &= \frac{2\sigma\nu x(\sigma\nu x+\eta\mu x)}{2\eta\mu x(\sigma\nu x+\eta\mu x)} = \sigma\phi x \end{aligned}$$

B. $\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{10} = S_{10}$ δηλαδή $\frac{[2\sigma v 2x + 9\eta \mu 2x]10}{2} = S_{10}$
 $\text{άρα } \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{10} = S_{10} = (2\sigma v 2x + 9\eta \mu 2x)5 =$
 $= 10\sigma v 2x + 45\eta \mu 2x$

Γ. Η εξίσωση με τη βοήθεια του ερωτήματος **B** γίνεται :

$$10\sigma v 2x + 45\eta \mu 2x = -10 + 55\eta \mu 2x \Leftrightarrow$$

$$10\sigma v 2x - 10\eta \mu 2x = -10 \Leftrightarrow$$

$$\sigma v 2x - \eta \mu 2x = -1 \Leftrightarrow$$

$$2\sigma v^2 x - 1 - 2\eta \mu x \sigma v x = -1 \Leftrightarrow$$

$$\sigma v x (\sigma v x - \eta \mu x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\sigma v x = 0 \quad \text{αδύνατο} \quad x \in \left(0, \frac{\Pi}{2}\right) \text{ ή}$$

$$\sigma v x = \eta \mu x \Leftrightarrow \sigma \varphi x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\Pi}{4} \quad \text{διότι} \quad x \in \left(0, \frac{\Pi}{2}\right)$$

ΘΕΜΑ 4°

A. Η συνάρτηση $f(x) = \ln(e^x - 2)$ έχει πεδίο ορισμού το διάστημα $(\ln 2, +\infty)$.

B. Η εξίσωση γίνεται : $\ln(e^{2x} - 2) = \ln 7 \Leftrightarrow \ln(e^x - 2) = \ln 7$

$$\ln(e^{2x} - 2) = \ln 7 \Leftrightarrow e^{2x} - 2 = 7$$

$$e^{2x} - 2 = 7e^x \Leftrightarrow e^{2x} - 7e^x - 14 = 0$$

$$e^{2x} - 7e^x + 12 = 0 \Leftrightarrow$$

$$e^x = 4 \quad \text{ή} \quad e^x = 3$$

$$\Delta \text{ηλαδή} \quad x = \ln 4 \quad \text{ή} \quad x = \ln 3$$

Γ. Αφού οι $f(\alpha), f(\beta), f(\gamma)$ είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου ισχύει :

$$2\ln(e^\beta - 2) = \ln(e^\alpha - 2) + \ln(e^\gamma - 2) \quad \text{δηλαδή} \quad (e^\beta - 2)^2 = (e^\alpha - 2) \cdot (e^\gamma - 2)$$

Δ.

$$e^{f(1)} + e^{f(2)} + \dots + e^{f(100)} =$$

$$(e - 2) + (e^2 - 2) + \dots + (e^{100} - 2) =$$

$$e + e^2 + \dots + e^{100} - 200 =$$

$$\frac{e(e^{100} - 1)}{e - 1} - 200 =$$

$$\frac{e^{101} - 201e + 200}{e - 1}$$