ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ
ΓΙΑ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
«ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ»

ΘΕΜΑ 1°

Α. Θεωρία σελ. 150 - 151

Β. α. ορισμός σελ. 14 β. ορισμός σελ. 85

Γ. α.(Λ), β.(Σ), γ.(Σ), δ(Λ), ε(Σ)

ΘΕΜΑ 2°

α. είναι $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}(\alpha x^3 - 8) = \alpha - 8$. Άρα ... $\alpha - 8 = -7 \Leftrightarrow \alpha = 1$

β. i) Για $\alpha = 1$ είναι $f(x) = x^3 - 8$

$$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2} = \lim_{x\to 2}\frac{\cancel{(x-2)}(x^2+2x+4)}{\cancel{x-2}} = 12$$

ii) Είναι $f(2) = 0$ και $f'(x) = 3x^2 \Rightarrow \alpha = f'(2) = 12$

Έστω $y = \alpha x + \beta$ η εξίσωση της εφαπτομένης....

για $\alpha = 12$ ... $y = 12x + \beta$. και επειδή διέρχεται

από το $(2, 0)$ ..... $0 = 24 + \beta \Leftrightarrow \beta = -24$. Άρα $y = 12x - 24$

ΘΕΜΑ 3°

α. .... $\alpha_1 = \nu_1 \frac{360}{\nu} \Leftrightarrow 50 = \nu_1 \frac{\overset{5}{\cancel{360}}}{\cancel{72}} \Leftrightarrow \nu_1 = 10$

$\alpha_2 = \nu_2 \frac{360}{\nu} \Leftrightarrow 30 = \nu_2 \frac{360}{72} \Leftrightarrow \nu_2 = 6$

$\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 + \nu_4 = 72 \overset{\nu_4 = 3\nu_3}{\Longleftrightarrow} 10 + 6 + 4\nu_3 = 72 \Leftrightarrow 4\nu_3 = 56 \Leftrightarrow$

$\nu_3 = 14$. Άρα $\nu_4 = 3\nu_3 = 3 \cdot 14 = 42$

β. $\alpha_3 = \nu_3 \frac{360}{72} = 14 \cdot 5 = 70^0$. $\alpha_4 = \nu_4 \cdot \frac{360}{72} = 42 \cdot 5 = 210^0$

γ. Είναι $R = x_4 - x_1$ $\delta = \frac{36^{\eta} + 37^{\eta}}{2} = \frac{x_4 + x_4}{2} = x_4$ και

$\bar{x} = \frac{10x_1 + 6x_2 + 14x_3 + 42x_4}{72} = \frac{10x_1 + 42x_4 - \cancel{42} + \cancel{42}}{72}$

Άρα $10R + 72\bar{x} = 10(x_4 - x_1) + \cancel{72} \frac{10x_1 + 42x_4}{\cancel{72}} = 52x_4 = 52\delta$

ΘΕΜΑ 4°

A. α. Είναι $f'(x) = \nu^3 - \frac{8}{x^3}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \nu^3 - \frac{8}{x^3} = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{8}{\nu^3} \Rightarrow x = \frac{2}{\nu}$

$f'(x) < 0 \overset{x>0}{\Longleftrightarrow} \nu^3 x^3 < 8 \Leftrightarrow \cdots \Leftrightarrow x < \frac{2}{\nu}$.

Άρα η f στο διάστημα $(0, \frac{2}{\nu}]$, είναι γνησίως φθίνουσα

ομοίως $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > \frac{2}{\nu}$. Άρα η f γν. αύξουσα στο $[\frac{2}{\nu}, 1)$

β. Η f παρουσιάζει ελάχιστο στο $x_0 = \frac{2}{\nu}$, το $f(\frac{2}{\nu}) = \cdots = 3\nu^2$ (1)

Άρα $\forall x \in (0,1)$ ισχύει: $f(x) \geq f(\frac{2}{\nu}) \Rightarrow f(x) \geq 3\nu^2$

B. α. $\nu^3 P(A) + \frac{4}{(P(A))^2} = 3\nu^2 \Leftrightarrow f(P(A)) = 3\nu^2$. Άρα (A.B)

$P(A) = \frac{2}{\nu}$. Άρα $\frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{2}{\nu} \Leftrightarrow \frac{\nu^2 - 9\nu - 8}{\nu} = \frac{2}{\nu} \Leftrightarrow \nu^2 - 9\nu - 10 = 0 \Leftrightarrow$

$\nu = 10$ ή $\nu = -1$ απορρίπτεται

β. $P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 1 - P(A) + P(B) - P(B - A) =$

$= 1 - P(A) + \cancel{P(B)} - \cancel{P(B)} + P(A \cap B) =$

$= 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{29}{30}$