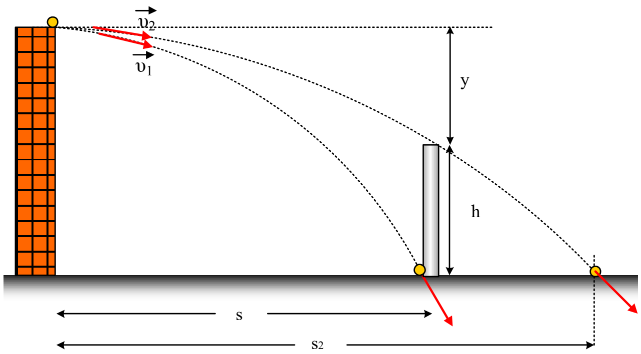
1. Οριζόντια βολή Γ.

1.21. Αν δεν προκαλέσουμε Blackout θα μετρήσουμε την πολυκατοικία.

Διαθέτουμε μία μηχανή που εκτοξεύει μικρά μπαλάκια και βρισκόμαστε στην ταράτσα μιας πολυκατοικίας ύψους Η. Απέναντι από την πολυκατοικία βρίσκεται μία κολόνα της ΔΕΗ ύψους h = 3,8 m. Μεταβάλλοντας την ταχύτητα εκτόξευσης πετυχαίνουμε την βάση της κολόνας όταν εκτοξεύουμε από το άκρο της ταράτσας με ταχύτητα μέτρου υ_1 = 36 m/s, ενώ όταν η ταχύτητα εκτόξευσης έχει μέτρο υ_2 = 40 m/s, το μπαλάκι μόλις που περνά ξυστά πάνω από την κολόνα. Οι αντιστάσεις του αέρα θεωρούνται αμελητέες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει μέτρο g = 10 m/s^2. Να υπολογίσετε:



α. το ύψος της πολυκατοικίας

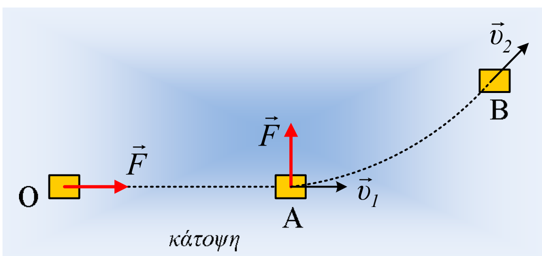
β. την απόσταση της πολυκατοικίας από την κολόνα

γ. πόσο μακριά από την κολόνα βρίσκεται το ίχνος που αφήνει ένα μπαλάκι ταχύτητας μέτρου υ_2

δ. το ποσοστό της μηχανικής ενέργειας που αποτελεί η κινητική ενέργεια την στιγμή που το μπαλάκι περνά πάνω από την κολόνα.

1.22. Όταν αλλάζει η κατεύθυνση της δύναμης

Στο σημείο Ο ενός λείου οριζόντιου επιπέδου ηρεμεί ένα σώμα μάζας 10kg. Σε μια στιγμή t_0=0, στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=5N, οπότε τη στιγμή t_1=4s, το σώμα φτάνει στο σημείο Α, έχοντας ταχύτητα υ_1. Τη στιγμή αυτή η δύναμη αλλάζει κατεύθυνση και γίνεται κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα ΟΑ, παραμένουσα οριζόντια και με σταθερή κατεύθυνση, ενώ διατηρεί σταθερό και το μέτρο της.



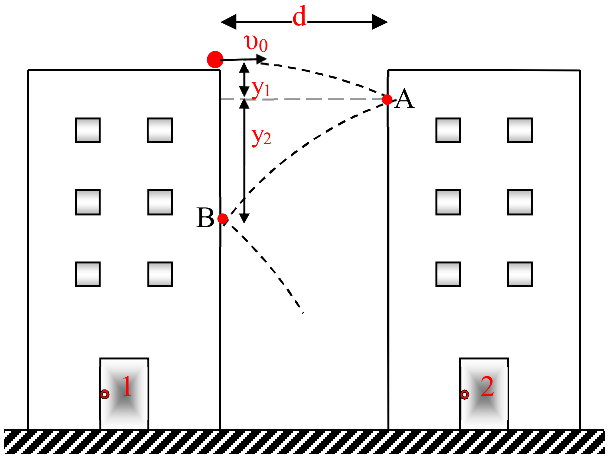
i) Να βρεθεί η ταχύτητα υ_1 καθώς και η απόσταση (ΟΑ).

ii) Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος υ_2 τη χρονική στιγμή t_2=8s.

iii) Πόσο απέχει η θέση Β, από την οποία περνά το σώμα τη στιγμή t_2, από την αρχική θέση Ο;

iv) Με ποιο ρυθμό προσφέρει ενέργεια στο σώμα η δύναμη F, στις θέσεις Α (μετά την αλλαγή κατεύθυνσης) και Β;

1.23. Μια σφαίρα παλινδρομεί ανάμεσα σε δύο κτίρια



Σώμα μάζας m εκτοξεύεται από την ταράτσα του κτιρίου 1 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0 στο απέναντι κτίριο 2 που απέχει απόσταση d εκτελώντας οριζόντια βολή όπως φαίνεται στο σχήμα. Η αρχική ταχύτητα είναι κάθετη στην κατακόρυφη επιφάνεια του κτιρίου 1. Το σφαιρίδιο χτυπά ελαστικά στο κτίριο 2 στο σημείο Α έχοντας μετακινηθεί κατακόρυφα κατά y_1 από την αρχική θέση εκτόξευσης. Κατόπιν χτυπά ελαστικά στο σημείο Β του κτιρίου 1 και μετακινείται κατακόρυφα κατά y_2 από το σημείο Α. Οι απέναντι επιφάνειες των κτιρίων είναι λείες, κατακόρυφες και παράλληλες μεταξύ τους.

i) Ο λόγος των κατακόρυφων αποστάσεων y_1/y_2 ισούται με:

α) $\dfrac{y_1}{y_2}=\dfrac{1}{2}$ β) $\dfrac{y_1}{y_2}=\dfrac{1}{4}$ γ) $\dfrac{y_1}{y_2}=\dfrac{1}{3}$

ii) Αν οι γωνίες που σχηματίζουν η κατακόρυφη συνιστώσα υ_y και η ταχύτητα υ στα σημεία Α και Β αμέσως μετά την κρούση με τον κάθε τοίχο είναι θ και φ αντίστοιχα, τότε η σχέση που συνδέονται οι δύο γωνίες είναι:

α) $\dfrac{\varepsilon\varphi\theta}{\varepsilon\varphi\varphi}=2$ β) $\dfrac{\varepsilon\varphi\theta}{\varepsilon\varphi\varphi}=1$ γ) $\dfrac{\varepsilon\varphi\theta}{\varepsilon\varphi\varphi}=\dfrac{1}{2}$

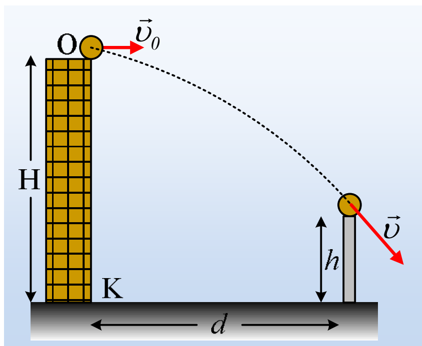
iii) Αν το κτίριο 1 έχει ύψος Η, η ελάχιστη οριζόντια ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκοξευθεί το σφαιρίδιο ώστε να γίνουν τρεις τουλάχιστον συνολικά κρούσεις με τα κτίρια είναι:

α) $\upsilon_{0,\min}=d\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$ β) $\upsilon_{0,\min}=3d\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$ γ) $\upsilon_{0,\min}=\dfrac{d}{3}\sqrt{\dfrac{g}{2H}}$

iv) Το μέτρο μεταβολής της ορμής του σφαιριδίου μεταξύ των σημείων Α και Β μετά απο κάθε κρούση με τους τοίχους είναι:

α) $\left|\Delta\vec{p}\right|=\dfrac{2m}{\upsilon_0}\sqrt{g^2d^2+\upsilon_0^4}$ β) $\left|\Delta\vec{p}\right|=\dfrac{m}{\upsilon_0}\sqrt{g^2d^2+4\upsilon_0^4}$ γ) $\left|\Delta\vec{p}\right|=\dfrac{m}{\upsilon_0}\sqrt{g^2d^2+2\upsilon_0^4}$

1.24. Η μπάλα κτυπάει στην κορυφή του στύλου

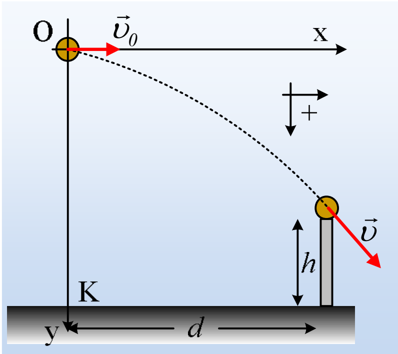


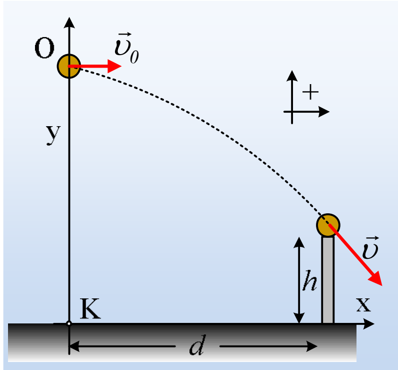
Μια μπάλα εκτοξεύεται οριζόντια, από την ταράτσα μιας πολυκατοικίας ύψους H=30m, με αρχική ταχύτητα υ_0 και κτυπάει στην κορυφή ενός κατακόρυφου στύλου που στηρίζεται στο έδαφος, σε οριζόντια απόσταση d=40m από την πολυκατοικία και ο οποίος έχει ύψος h=10m, με ταχύτητα υ.

i) Παίρνοντας το σύστημα αξόνων x,y όπως στο διπλανό σχήμα (και με τον καθορισμένο προσανατολισμό):

α) Να γράψετε τις εξισώσεις x=x(t) και y=y(t) για τις θέσεις της μπάλας.

β) Να υπολογίσετε την αρχική ταχύτητα εκτόξευσης $υ_0$, καθώς και την γωνία που σχηματίζει η τελική ταχύτητα υ με τον στύλο, ελάχιστα πριν τη στιγμή της κρούσης.



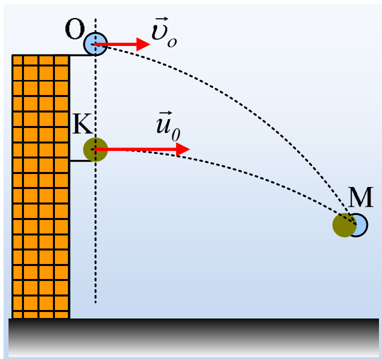


ii) Θα μπορούσαμε βέβαια να πάρουμε την προς τα πάνω κατεύθυνση ως θετική, με την ίδια αρχή Ο των δύο αξόνων. Πώς θα δουλεύατε, ώστε να απαντήσετε στα δύο παραπάνω υποερωτήματα;

iii) Ένας μαθητής, πήρε το σύστημα αξόνων (x,y) όπως στο διπλανό σχήμα, με αρχή το σημείο Κ του εδάφους και με τον προσανατολισμό που δείχνει το σχήμα. Σε τι απαντήσεις οδηγήθηκε και μέσω ποιου δρόμου, στα δύο παραπάνω υποερωτήματα;

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.25. Δυο μπάλες σε συνάντηση στον αέρα



Δυο μπάλες βρίσκονται στα σημεία Ο και Κ της ίδιας κατακόρυφης, η πρώτη στην ταράτσα ενός ψηλού κτηρίου, με ύψος πάνω από 80m και η δεύτερη σε ένα μπαλκόνι που απέχει κατά (ΟΚ)=D=25m από την πρώτη. Κάποια στιγμή $t_0=0$, εκτοξεύεται η πρώτη οριζόντια με αρχική ταχύτητα $υ_0=10m/s$, ενώ μετά από ένα δευτερόλεπτο, εκτοξεύεται επίσης οριζόντια και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, με την πρώτη και η δεύτερη μπάλα με αρχική ταχύτητα $u_0=15m/s$. Ζητούνται:

i) Η απόσταση μεταξύ των δύο μπαλών τη χρονική στιγμή $t_1=1s$.

ii) Η αντίστοιχη απόσταση μεταξύ τους τη χρονική στιγμή $t_2=2s$.

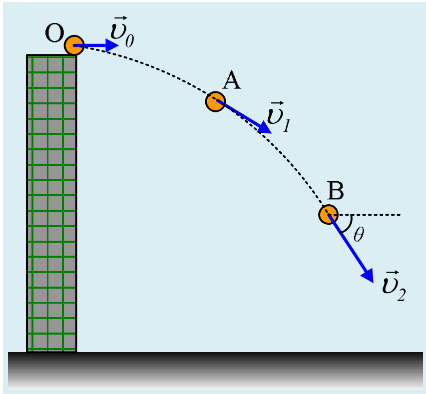
iii) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας κάθε μπάλας, τη στιγμή t_2, αν οι μπάλες έχουν την ίδια μάζα m=0,4kg.

iv) Να αποδειχτεί ότι οι δυο μπάλες θα συγκρουστούν στον αέρα, πριν φτάσουν στο έδαφος και να βρεθεί η θέση της συνάντησης.

Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.26. Οριζόντια βολή και έργα

Μια μπάλα εκτοξεύεται από ορισμένο ύψος από το έδαφος, με οριζόντια ταχύτητα $υ_0=20m/s$ τη στιγμή $t_0=0$. Μετά από λίγο τη στιγμή t_1 περνά από μια θέση Α και τη στιγμή t_2, που η ταχύτητά της σχηματίζει γωνία θ=45° με την οριζόντια διεύθυνση, από τη θέση Β.



i) Να βρεθεί η στιγμή t_2, καθώς και η ταχύτητα υ_2 της μπάλας τη στιγμή αυτή.

ii) Αν κατά την μετακίνηση από το Α στο Β η δυναμική ενέργεια της μπάλας μειώθηκε κατά 60J,

α) να βρεθεί η μεταβολή της κινητικής ενέργειας, μεταξύ των δύο αυτών θέσεων.

β) Να υπολογιστεί το έργο του βάρους από το Α στο Β.

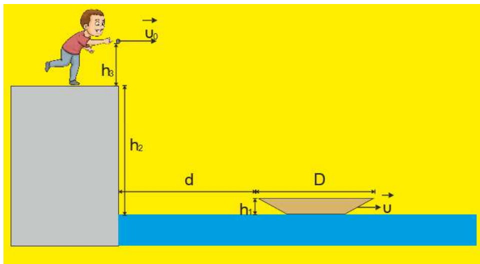
iii) Αν η μάζα της μπάλας είναι m=0,4kg, να υπολογιστούν:

α) Η χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία η μπάλα περνά από το σημείο Α.

β) Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της μπάλας τις στιγμές t_1 και t_2.

Δίνεται $g=10m/s^2$, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.27. Ο Παναγιώτης σημαδεύει το κανό



Το τηλεκατευθυνόμενο κανό του σχήματος απομακρύνεται από τον μόλο με σταθερή οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ=2m/s, κάθετη στον μόλο. Το κανό έχει μήκος D = 3m, η επιφάνειά του είναι επίπεδη και οριζόντια και απέχει κατακόρυφα από το νερό h_1 = 0,3m.

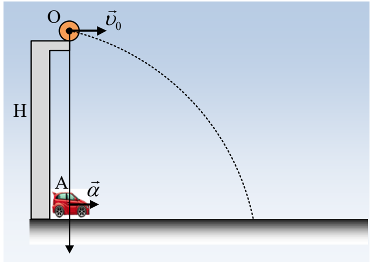
Ο Παναγιώτης βρίσκεται στην άκρη του μόλου, η οποία απέχει κατακόρυφα από το νερό h_2 = 3,8m, και αποφασίζει να αφήσει για λίγο το κινητό του και να δοκιμάσει την τύχη του στο σημάδι. Τη χρονική στιγμή t_0 = 0, κατά την οποία η πρύμνη (το πίσω άκρο) του κανό απέχει οριζόντια απόσταση d = 4m από τον μόλο, ο Παναγιώτης εκτοξεύει με το χέρι του μια πέτρα με οριζόντια ταχύτητα μέτρου υ_0, η οποία είναι παράλληλη με την ταχύτητα του κανό και στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο με αυτήν. Το χέρι του Παναγιώτη απέχει κατακόρυφα από την άκρη του μόλου h_3 = 1,5m. Προκειμένου η πέτρα να χτυπήσει κάποιο σημείο της επιφάνειας του κανό, πρέπει για το μέτρο της ταχύτητας εκτόξευσής της να ισχύει:

α. $2m/s<\upsilon_0<5m/s$ β. $3m/s<\upsilon_0<6m/s$ γ. $6m/s<\upsilon_0<9m/s$

Η πέτρα θεωρείται ασήμαντων διαστάσεων, η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας είναι $g = 10m/s^2$.

1.28. Δύο κινήσεις. Η μια οριζόντια βολή.

Από ένα σημείο Ο, σε ύψος Η=45m, από το έδαφος, εκτοξεύεται μια μικρή μπάλα οριζόντια με αρχική ταχύτητα υ_0=9m/s, τη χρονική στιγμή t_0=0. Την ίδια στιγμή από τη θέση Α στο έδαφος, στην ίδια κατακόρυφο με το Ο, ξεκινά να κινείται με σταθερή επιτάχυνση $\alpha=6m/s^2$ ένα μικρό αυτοκινητάκι, προς την ίδια κατεύθυνση, όπως στο σχήμα.



i) Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των δύο κινουμένων σωμάτων, τα οποία θεωρούμε αμελητέων διαστάσεων, τη χρονική στιγμή t_1=2s.

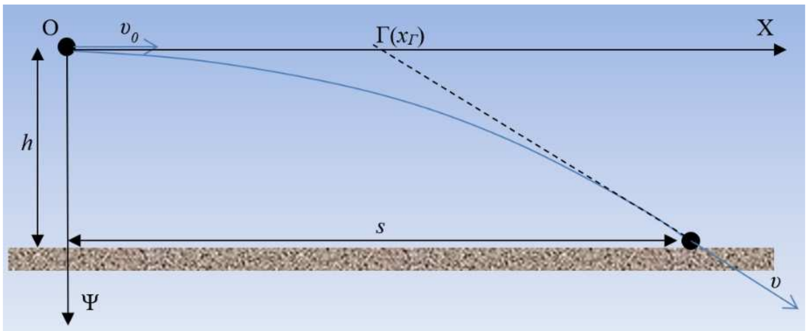
ii) Να αποδειχθεί ότι η μπάλα θα πέσει πάνω στο αυτοκινητάκι.

iii) Να υπολογισθεί η διαφορά των δύο ταχυτήτων $\vec{\upsilon}_\mu - \vec{\upsilon}_\alpha$ ελάχιστα πριν η μπάλα κτυπήσει το αυτοκινητάκι.

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

1.29. Που τέμνει ο φορέας;

Μικρή σφαίρα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου υ_0 και σε ύψος h από το οριζόντιο έδαφος. Η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι g και η αντίσταση του αέρα αμελητέα.

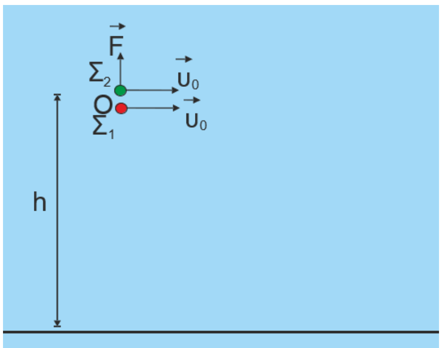


Αν s το βεληνεκές, ο φορέας του διανύσματος της ταχύτητας, με την οποία φτάνει η σφαίρα στο έδαφος, διέρχεται από το σημείο Γ, με τετμημένη $x_Γ$ ίση με

α) $s/2$ β) $s/3$ γ) $s/4$

Δικαιολογείστε την απάντησή σας.

1.30. Δύο βολές



Δύο μικρά σώματα $Σ_1$ και $Σ_2$ ίδιας μάζας m = 0,1kg βρίσκονται σε σημείο O και σε ύψος h = 100m από το έδαφος. Το σώμα $Σ_1$ εκτοξεύεται προς τα δεξιά την χρονική στιγμή t_0 = 0 με οριζόντια ταχύτητα μέτρου $υ_0$ = 4m/s. Το σώμα $Σ_2$ εκτοξεύεται προς τα δεξιά 2s αργότερα με οριζόντια ταχύτητα ίδιου μέτρου, ενώ δέχεται συνεχώς κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ με φορά προς τα πάνω και μέτρο $F = 2 \cdot m \cdot g$, όπου g = 10m/s^2 το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας. Τα σώματα κινούνται στο ίδιο επίπεδο και κατά τη διάρκεια των κινήσεών τους η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

A. Να γράψετε τις εξισώσεις κίνησης κάθε σώματος, θεωρώντας σύστημα αξόνων x'x και y'y κάθετων μεταξύ τους, με κοινή αρχή O το σημείο εκτόξευσης των σωμάτων και θετικής φοράς προς τα δεξιά για τον x'x και προς τα κάτω για τον y'y.

B. Να αποδείξετε ότι η τροχιά του σώματος $Σ_2$ είναι παραβολική.

Γ. Τη χρονική στιγμή t = 3s να υπολογίσετε:

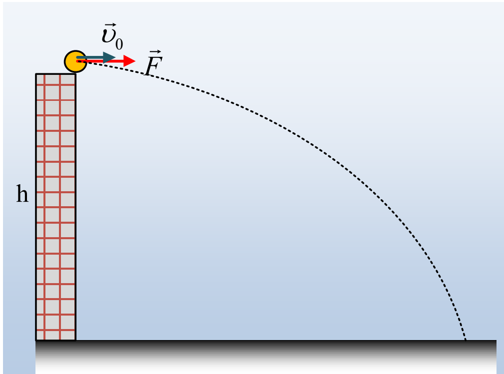
α. την απόσταση των σωμάτων από το σημείο Ο

β. την απόσταση μεταξύ των σωμάτων

Δ. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης $\vec{F}$ μέχρι τη στιγμή t = 4s.

Ε. Αν τη χρονική στιγμή t = 4s η δύναμη $\vec{F}$ καταργείται, να υπολογίσετε τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια κάθε σώματος από τη στιγμή που εκτοξεύτηκαν, μέχρι τη στιγμή που θα φτάσουν στο έδαφος.

1.31. Η αρχή της επαλληλίας σε δύο εκτοξεύσεις.



Μια μπάλα, μάζας m=0,5kg, εκτοξεύεται από την ταράτσα της σπιτιού, σε ύψος h=45m, οριζόντια με αρχική ταχύτητα υ_0=12m/s.

i) Σε πόσο χρόνο θα φτάσει στο έδαφος, σε πόση οριζόντια απόσταση θα συμβεί αυτό και ποια η τελική κινητική ενέργεια της μπάλας.

ii) Επαναλαμβάνουμε την εκτόξευση, αλλά τώρα με την βοήθεια κατάλληλου μηχανισμού, ασκείται στην μπάλα μια σταθερή οριζόντια δύναμη F, μέτρου F=3N, ίδιας κατεύθυνσης με την ταχύτητα.

α) Σε πόσο χρόνο θα φτάσει τώρα η μπάλα στο έδαφος και σε πόση οριζόντια απόσταση θα συμβεί αυτό;

β) Να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια της μπάλας, ελάχιστα πριν την πρόσκρουση στο έδαφος και να συγκριθεί με την αρχική μηχανική ενέργεια της στιγμή της εκτόξευσης. Να ερμηνεύσετε το αποτέλεσμα.

iii) Αν στην δεύτερη εκτόξευση η δύναμη F έπαυε να ασκείται 2s μετά την εκτόξευση, σε ποιο σημείο του εδάφους θα έπεφτε η μπάλα;

Δίνεται g=10m/s^2, ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.