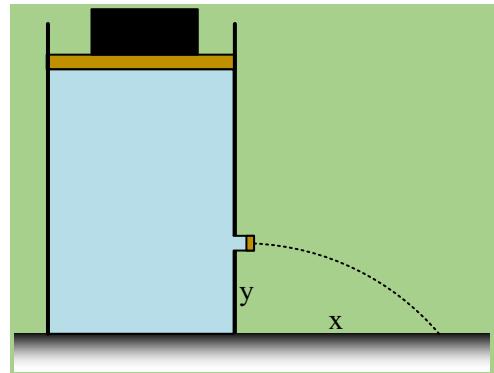


Το έμβολο, το κιβώτιο και η ροή.

Ένα κυλινδρικό δοχείο, εμβαδού βάσης $A=0,5m^2$, περιέχει νερό μέχρι ύψους $H=2,3m$ και κλείνετε στο πάνω μέρος με έμβολο βάρους $w_1=500N$. Σε ύψος $y=0,8m$ από τον πυθμένα υπάρχει ένας λεπτός σωλήνας διατομής $A_1=1cm^2$, ο οποίος κλείνεται με τάπα.

- i) Να υπολογιστεί η δύναμη που το νερό ασκεί στην τάπα.

Τοποθετούμε πάνω στο έμβολο ένα κιβώτιο και αφαιρούμε την τάπα. Παρατηρούμε ότι η φλέβα νερού συναντά το οριζόντιο επίπεδο, πάνω στο οποίο στηρίζεται το δοχείο, σε οριζόντια απόσταση $x=2,4m$.



- ii) Σε πόσο χρόνο μπορούμε να γεμίσουμε με νερό, ένα δοχείο με όγκο $3L$;
 - iii) Να υπολογιστεί η δύναμη που το νερό ασκεί στο έμβολο, μόλις αποκατασταθεί μόνιμη ροή.
 - iv) Να υπολογιστεί το βάρος w_2 του κιβωτίου.

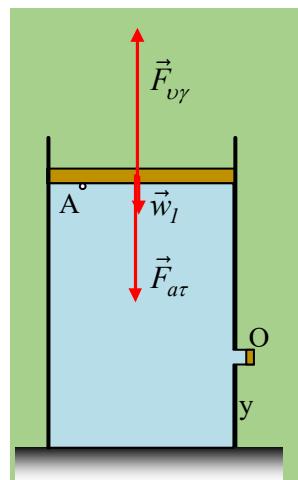
Δίνεται η ατμοσφαιρική πίεση $p_{at}=10^5 \text{ Pa}$, $g=10\text{m/s}^2$, ενώ το νερό θεωρείται ιδανικό ρευστό.

Απάντηση:

- i) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στο έμβολο, όπου F_{ax} η δύναμη λόγω ατμοσφαιρικής πίεσης και F_{ay} η δύναμη που ασκεί το νερό στο έμβολο. Από την ισορροπία των εμβόλου παίρνουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow F_{v\gamma} = F_{a\tau} + w \rightarrow \frac{F_{v\gamma}}{A} = \frac{F_{a\tau}}{A} + \frac{w}{A} \rightarrow p_A = p_{a\tau} + \frac{w}{A} = 10^5 P\alpha + \frac{500}{0.5} P\alpha = 101.000 P\alpha$$

Όπου Α ένα σημείο του νερού σε επαφή με το έμβολο. Άλλα αν πάρουμε τώρα ένα σημείο Ο στην αριστερή πλευρά της τάπας, θα έχουμε για τις πιέσεις:

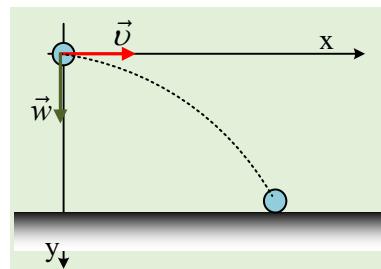


$$p_o - p_A = \rho gh \rightarrow p_o = p_A + \rho g(H - y) \rightarrow$$

Οπότε θεωρώντας πολύ μικρή την επιφάνεια της τάπας, με αποτέλεσμα σε όλα της τα σημεία να επικρατεί η ίδια πίεση με το O, θα έχουμε για την οριζόντια δύναμη F_1 (βλέπε σχήμα) που δέχεται από το νερό:

$$p_o = \frac{F_l}{A_l} \rightarrow F_l = p_l A_l = 116.000 \cdot 1 \cdot 10^{-4} N = 11,6 N$$

- ii) Μόλις ανοίξουμε την τάπα, σε ελάχιστο χρόνο θα αποκατασταθεί μια μόνιμη ροή, όπου το νερό θα εκρέει με οριζόντια ταχύτητα υ. Άλλα τότε



ан естиясаме се миа миқрή мáζа Δm тун нероу, аутή өткелесе ортозонтия болжы гиа тен опоиа, ме бáсн тен архжy тенс епаллеліяц, өткелесе:

$$x = v \cdot t \quad \text{кaи} \quad y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Ме апаплоиғи тун җароу пайрнаме:

$$y = \frac{g}{2v^2} x^2 \rightarrow v = x \sqrt{\frac{g}{2y}} = 2,4 \sqrt{\frac{10}{2 \cdot 0,8}} m/s = 6 m/s$$

Опоте ми тен өзіншета тенс парохжy өткелесаме, гиа тен җароу пай өткелесе то дозең:

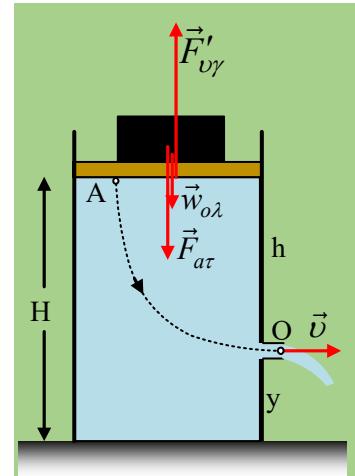
$$\begin{aligned} P &= \frac{\Delta V}{\Delta t} = A_l v \rightarrow \\ \Delta t &= \frac{\Delta V}{A_l v} = \frac{3 \cdot 10^{-3} m^3}{1 \cdot 10^{-4} m^2 \cdot 6 m/s} = 5 s \end{aligned}$$

iii) Ас ефармодаме тен өзіншета Bernoulli өткелесе миа миқрή мáζа γиа өткелесаме:

$$p_A + \rho gh + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = p_o + \frac{1}{2} \rho v^2 \quad (1)$$

Алла апаплоиғи тен өзіншета тенс өткелесаме гиа тенс флеңбаси A өткелесе:

$$A \cdot v_A = A_l v \rightarrow v_A = \frac{A_l v}{A} = \frac{1 cm^2}{10.000 cm^2} v = 0,0001 v$$



Прáгма пай өткелесаме өткелесе өткелесаме, миңденик тен өзіншета A, опоте лүнөнтаң тен (1) өткелес p_A, пайрнаме:

$$\begin{aligned} p_A &= p_{at} - \rho g (H - y) + \frac{1}{2} \rho v^2 \rightarrow \\ p_A &= 10^5 Pa - 1.000 \cdot 10 \cdot (2,3 - 0,8) Pa + \frac{1}{2} 1.000 \cdot 6^2 Pa = 103.000 Pa \end{aligned}$$

Алла тóте тен өткелесе өткелесаме өткелесаме, миңденик тен өзіншета A, опоте лүнөнтаң тен (1) өткелес p_A, пайрнаме:

$$p_A = \frac{F'_{v\gamma}}{A} \rightarrow F'_{v\gamma} = p_A A = 103.000 \cdot 0,5 N = 51.500 N$$

iv) Ерхомасте өзанда өткелесе өткелесаме өткелесаме, то оноғи өткелесе өткелесаме өткелесаме:

$$\begin{aligned} \sum \vec{F} &= 0 \rightarrow F'_{v\gamma} = F_{at} + w_{o\lambda} \rightarrow \frac{F'_{v\gamma}}{A} = \frac{F_{at}}{A} + \frac{w_{o\lambda}}{A} \rightarrow p_A = p_{at} + \frac{w_{o\lambda}}{A} \rightarrow \\ w_{o\lambda} &= (p_A - p_{at}) A = (103.000 - 100.000) 0,5 N = 1.500 N \end{aligned}$$

Όμως:

$$w_{o\lambda} = w_I + w_2 \rightarrow w_2 = w_{o\lambda} - w_I = 1.500N - 500N = 1.000N$$

dmargaris@gmail.com