

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

- 1) Μια σφαίρα A μάζας m_1 κινείται με ταχύτητα v_1 και συγκρούεται κεντρικά με άλλη σφαίρα B μάζας m_2 που αρχικά είναι ακίνητη.
 - i) Βρείτε το ποσοστό της κινητικής ενέργειας της A σφαίρας που μεταφέρεται στην B.
 - ii) Σε ποιες περιπτώσεις το ποσοστό αυτό είναι:
 - α) Μέγιστο β) Ελάχιστο.

- 2) Ένα σώμα A μάζας 3kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1=12\text{m/s}$ και συγκρούεται με ακίνητο σώμα B. Αν κατά τη κρούση το A σώμα χάσει το 25% της κινητικής του ενέργειας, να υπολογίσετε:
 - i) Την ταχύτητα του A σώματος μετά τη κρούση.
 - ii) Τη μάζα του B σώματος.
 - iii) Τη μεταβολή της ορμής του A σώματος που οφείλεται στη κρούση.

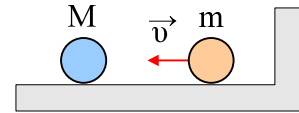
- 3) Ένα σωματίο α και ένα πρωτόνιο βρίσκονται ακίνητα σε τέτοια απόσταση, ώστε να μην αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Σε μια στιγμή το σωματίο α βάλλεται με ταχύτητα $v_0=10^6\text{m/s}$ προς το πρωτόνιο. Να υπολογίσετε:
 - i) το μέτρο της ταχύτητας κάθε σωματίου, όταν αυτά βρίσκονται στη μικρότερη μεταξύ τους απόσταση.
 - ii) Τη μέγιστη ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια που αποκτά το σύστημα των δύο σωματίων.
 - iii) Το μέτρο της ταχύτητας κάθε σωματίου, όταν θα έχουν απομακρυνθεί τόσο ώστε να μην αλληλεπιδρούν μεταξύ τους.
Δίνεται ότι $m_p=1,6\cdot 10^{-27}\text{kg}$, $m_\alpha=4m_p$ ενώ οι βαρυτικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των σωματίων θεωρούνται αμελητέες.

- 4) Σε ένα πείραμα του Rutherford ένα σωματίο α κινούμενο με ταχύτητα $v_0=10^6\text{m/s}$ αλληλεπιδρά με έναν ακίνητο πυρήνα δεκαπλάσιας μάζας. Μετά τη κρούση το σωματίο α κινείται σε διεύθυνση κάθετη προς την αρχική.
 - i) Ποια η τελική ταχύτητα του σωματίου α ;
 - ii) Ποιο το μέτρο και ποια η διεύθυνση κίνησης του πυρήνα μετά τη κρούση;

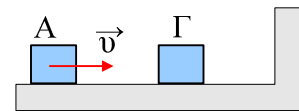
- 5) Ένας κύβος από ξύλο, μάζας 1kg και ακμής $a=29\text{cm}$ ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Ένα βλήμα με μάζα 100g που κινείται οριζόντια με ταχύτητα 200m/s, μπαίνει από το κέντρο της μιας έδρας του και βγαίνει από το κέντρο της απέναντι, με ταχύτητα 100m/s.
 - i) Ποια η ταχύτητα του κύβου μετά την κρούση.

- ii) Κατά ποιο ποσοστό μειώθηκε η κινητική ενέργεια του συστήματος κατά την κρούση.
- iii) Πόσο μετακινήθηκε ο κύβος μέχρι την έξοδο του βλήματος από αυτόν, αν η δύναμη μεταξύ βλήματος και κύβου θεωρηθεί σταθερή.
- 6) Ένα σώμα A κινείται προς τα δεξιά, πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, έχοντας ορμή 10kg m/s . Μετά από την μετωπική και ελαστική του κρούση, με άλλο σώμα B, το βρίσκουμε να κινείται προς τ' αριστερά, με ορμή μέτρου 12kg m/s .
- i) Το σώμα B πριν την κρούση:
- ήταν ακίνητο.
 - εκινείτο προς τ' αριστερά.
- Να εξηγήσετε την απάντησή σας.
- ii) Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του B σώματος.

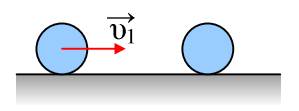
- 7) Το σφαιρίδιο μάζας m συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σφαιρίδιο μάζας M που αρχικά ηρεμεί και αφού κινηθεί προς τα δεξιά συγκρούεται με τον κατακόρυφο τοίχο τελείως ελαστικά. Να βρείτε το λόγο $\frac{M}{m}$ για τον οποίο τα δύο σφαιρίδια δε θα συγκρουστούν ξανά.



- 8) Στο σχήμα το σώμα A μάζας m_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα Γ μάζας m_2 , που αρχικά ηρεμούσε. Το Γ συγκρούεται κατόπιν ελαστικά με τον κατακόρυφο τοίχο και επιστρέφει πίσω. Για να ξανασυγκρουστούν τα δύο σώματα πρέπει να ισχύει:
- $m_1 = m_2$.
 - $m_1 = 2m_2$.
 - $m_1 < m_2$.
 - $m_1 > m_2$.
 - $m_1 > 3m_2$.
 - $3m_1 > m_2$.

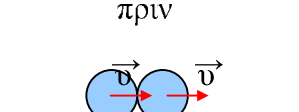


- 9) Μια κινούμενη ελαστική σφαίρα A κινείται με ταχύτητα v_1 και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με μια άλλη αρχικά ακίνητη σφαίρα B.



Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- Σε όλη τη διάρκεια της κρούσης έχουμε διατήρηση της ορμής του συστήματος, δηλαδή $\vec{p}_{\text{πριν}} = \vec{p}_{\text{κρούση}} = \vec{p}_{\text{μετά}}$
- Σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου έχουμε διατήρηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος. $K_{(\text{πριν})} = K_{(\text{κρούση})} = K_{(\text{μετά})}$.
- Ελάχιστη κινητική ενέργεια συστήματος έχουμε μόνο τη στιγμή που οι ταχύτητες των σφαιρών είναι ίσες.
- Μέγιστη δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης έχουμε μόνο τη στιγμή που η κινητική ενέργεια του συστήματος είναι ελάχιστη.
- Σε όλη τη διάρκεια της κρούσης, έχουμε διατήρηση της μηχανικής ενέργειας, δηλαδή $E_{M(\text{πριν})} = E_{M(\text{κρούση})} = E_{M(\text{μετά})}$.



- 10) Αποδείξτε ότι κατά τη μετωπική ελαστική κρούση ενός σώματος A μάζας m_1 με κινητική ενέργειας E_0 , με ακίνητο σώμα B μάζας m_2 , η κινητική ενέργεια που αποκτά το σώμα B δίνεται από τη σχέση:

$$E_2 = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} E_0.$$

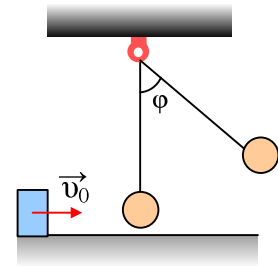
- i) Πότε $E_2 = E_0$;

- ii) Αν $E_2 = 0,75 E_0$ ποια η μεταβολή της ορμής του A; (Η απάντηση να δοθεί σε συνάρτηση με την μάζα m_1 και την αρχική ταχύτητα v_0 του σώματος A).

- 11) Ένα σώμα A κινείται με ταχύτητα v_0 πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με σφαίρα τριπλάσιας μάζας που κρέμεται στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 0,9\text{m}$. Μετά την κρούση το νήμα αποκλίνει κατά γωνία $\varphi = 60^\circ$.

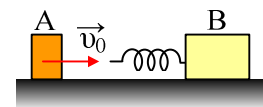
Να βρεθούν:

- i) Η αρχική ταχύτητα του σώματος A.
ii) Η μεταβολή της ορμής του A σώματος, που οφείλεται στην κρούση, αν $m_A = 2\text{kg}$. $g = 10\text{m/s}^2$.



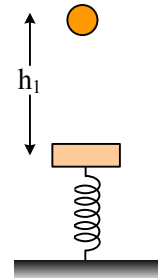
- 12) Σώμα A μάζας $m_1 = 1\text{kg}$ ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_1 = 4\text{ m/s}$. Ακριβώς μπροστά του ηρεμεί ένα άλλο σώμα B με μάζα $m_2 = 5\text{kg}$ το οποίο έχει ένα αβαρές ελατήριο σταθεράς $K = 200\text{N/m}$, στερεωμένο στο πίσω μέρος του.

- i) Τι συμβαίνει με τις ταχύτητες των δύο σωμάτων, τη στιγμή που η απόσταση των δύο σωμάτων είναι ελάχιστη;
ii) Ποια η μέγιστη συμπίεση του ελατηρίου και ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων τη στιγμή αυτή;
iii) Τι ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας έχει μετατραπεί σε δυναμική τη στιγμή αυτή;
iv) Ποιες θα είναι οι τελικές ταχύτητες των σωμάτων A και B.



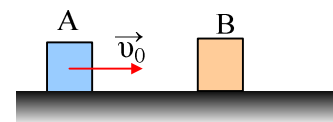
- 13) Μια σφαίρα μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ αφήνεται να πέσει από ύψος $h_1 = 1,25\text{m}$ πάνω σε μια πλάκα, η οποία ηρεμεί στο πάνω άκρο ενός κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k = 400\text{N/m}$, όπως στο σχήμα. Μετά την ελαστική μεταξύ τους κρούση η σφαίρα ανεβαίνει κατά $h_2 = 0,45\text{m}$.

- i) Βρείτε τη μάζα της πλάκας.
ii) Κατά πόσο θα κατέβει η πλάκα μετά την κρούση;
iii) Πόση είναι η μέγιστη δυναμική ενέργεια που θα αποκτήσει το ελατήριο;
iv) Σε πόσο χρόνο, μετά την κρούση, η πλάκα θα επιστρέψει στην αρχική της θέση; $g = 10\text{m/s}^2$.

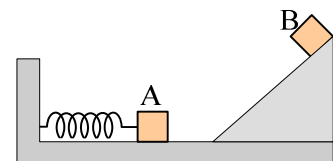


- 14) Ένα σώμα A μάζας $m_1 = 3\text{kg}$ κινείται σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο δεν παρουσιάζει τριβή, με ταχύτητα $v_1 = 4\text{m/s}$ και για $t = 0$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα B μάζας $m_2 = 1\text{kg}$. Ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος B και του δαπέδου είναι $\mu = 0,2$.

- i) Σε πόση απόσταση από την αρχική θέση του B τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά;
ii) Ποιες οι ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την δεύτερη μεταξύ τους κρούση;
Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.

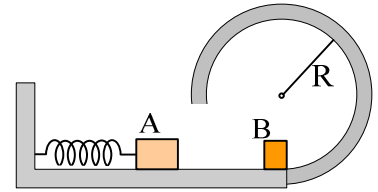


- 15) Το οριζόντιο ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά 400N/m . Συσπειρώνουμε το ελατήριο με την βοήθεια σώματος A μάζας 1kg κατά 1m . (το σώμα δεν δένεται στο ελατήριο). Αφήνοντας το σώμα A ελεύθερο, αυτό κινείται αρχίζοντας να ανεβαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Αν στη κορυφή του επιπέδου, σε ύψος 5m βρίσκεται ακίνητο ένα δεύτερο σώμα B ίσης μάζας:

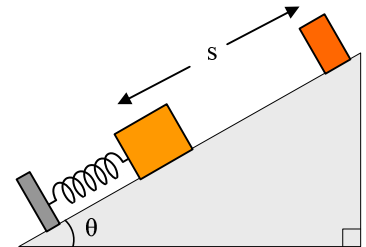


- i) Να αποδείξετε ότι τα δύο σώματα θα συγκρουστούν.
 ii) Ποια θα είναι η νέα μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, μετά την επιστροφή του σώματος A ξανά στο οριζόντιο επίπεδο, αν η κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων είναι μετωπική κι ελαστική; $g=10\text{m/s}^2$.

- 16) Για να βρούμε τη σταθερά ενός ελατηρίου, πραγματοποιούμε το εξής πείραμα. Στο άκρο του ελατηρίου δένουμε σώμα A μάζας $m_1=4\text{kg}$ και στη βάση της κατακόρυφης κοίλης κυλινδρικής επιφάνειας εσωτερικής ακτίνας $R=0,5\text{ m}$ τοποθετούμε σώμα B μάζας $m_2=1\text{kg}$. Το σώμα A, μόλις το ελατήριο αποκτήσει το φυσικό του μήκος, συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα B. Παρατηρούμε ότι για συμπίεση του ελατηρίου κατά $0,5\text{m}$ το σώμα B μόλις εκτελεί ανακύκλωση. Αν οι διαστάσεις του σώματος B, θεωρούνται αμελητέες σε σχέση με την ακτίνα της κυλινδρικής επιφάνειας, ποια η τιμή της σταθεράς k του ελατηρίου; $g=10\text{ m/s}^2$.

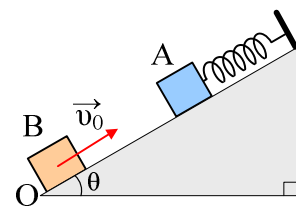


- 17) Ένα σώμα A μάζας $m_1=2\text{kg}$ ηρεμεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο, κλίσεως $\theta=30^\circ$, δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$. Σε μια στιγμή αφήνουμε από απόσταση s ένα δεύτερο σώμα B μάζας $m_2=1\text{kg}$ το οποίο αφού ολισθήσει συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το σώμα A, το οποίο διανύει απόσταση $d=0,2\text{m}$ πριν σταματήσει στιγμιαία.



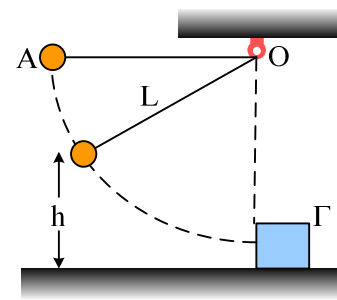
- i) Ποια η ταχύτητα του σώματος A αμέσως μετά την κρούση; Η απάντηση να δοθεί:
 a) Με την βοήθεια της Α.Δ.Μ.Ε.
 b) Με την χρησιμοποίηση του θεωρήματος έργου – ενέργειας.
 c) Λαμβάνοντας υπόψη την ταλάντωση που εκτελεί το σώμα A.
 ii) Βρείτε την αρχική απόσταση s μεταξύ των δύο σωμάτων.
 iii) Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα B, μετά την κρούση, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία; $g=10\text{m/s}^2$.

- 18) Πάνω σε λείο κεκλιμένο επίπεδο με γωνία κλίσεως $\theta=30^\circ$, ισορροπεί ένα σώμα A μάζας 1kg δεμένο στο άκρο ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, όπως στο σχήμα. Από την βάση O του κεκλιμένου επιπέδου εκτοξεύεται ένα δεύτερο σώμα B με ταχύτητα $v_0=5\text{m/s}$, το οποίο αφού μετακινηθεί κατά $s=0,9\text{m}$ συγκρούεται μετωπικά με το σώμα A. Μετά την κρούση, το σώμα A κινείται προς τα πάνω και φτάνει μέχρι τη θέση που το ελατήριο να αποκτήσει το φυσικό του μήκος, όπου και σταματά στιγμιαία, ενώ το σώμα B επιστρέφει στο σημείο O με ταχύτητα 3m/s .



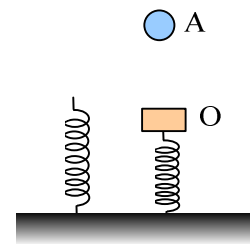
- i) Ποια η αρχική επιμήκυνση του ελατηρίου και πόση είναι η δυναμική ενέργειά του;
 ii) Πόση είναι η ταχύτητα του B σώματος πριν την κρούση;
 iii) Ποια η ταχύτητα του σώματος A αμέσως μετά την κρούση;
 iv) Να βρεθεί η μάζα του σώματος B.
 v) Η παραπάνω κρούση ήταν ελαστική; Να δικαιολογηθεί η απάντησή σας. $g=10\text{m/s}^2$.

19) Φέρνουμε το σώμα A, με μάζα 1kg, που είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους $L=1,8\text{m}$, στην οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Αν το αφήσουμε, μετά λίγο, φτάνει στην κατακόρυφο θέση, όπου συγκρούεται μετωπικά με δεύτερο σώμα Γ, μάζας 5 kg που ηρεμούσε. Μετά την κρούση το A επιστρέφει σε ύψος $h=0,45\text{m}$. Ζητούνται:



- i) Η ταχύτητα του A, ελάχιστα πριν την κρούση και η τάση του νήματος την στιγμή αυτή.
- ii) Η μεταβολή της ορμής και της κινητικής ενέργειας κάθε σώματος, που οφείλεται στην κρούση.
- iii) Η παραπάνω κρούση είναι ελαστική;

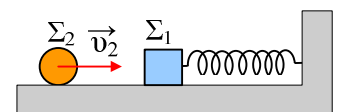
20) Ένας δίσκος μάζας M ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου, θέση O, όπως στο σχήμα. Από ορισμένο ύψος h αφήνεται να πέσει μια σφαίρα A μάζας $m < M$ και να συγκρουσθεί μετωπικά με το δίσκο.



Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Κατά την πτώση της σφαίρας A η Μηχανική ενέργεια παραμένει σταθερή.
- ii) Αν η κρούση είναι ελαστική, τότε:
 - a) Ο δίσκος θα εκτελέσει α.α.τ. γύρω από τη θέση O.
 - b) Η μέγιστη ταχύτητα του δίσκου θα είναι στη θέση O.
 - c) Η σφαίρα μετά την κρούση θα κινηθεί προς τα πάνω.
 - d) Η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι ίση με mgh .
 - e) Αν $M=3m$, τότε η ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου θα είναι ίση με $\frac{3}{4}mgh$.
 - f) Αν $M=3m$, τότε η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του δίσκου θα είναι ίση με $\sqrt{\frac{gh}{2}}$.
- iii) Αν η κρούση είναι πλαστική, τότε:
 - a) Το σύστημα θα εκτελέσει α.α.τ. γύρω από τη θέση O.
 - b) Η μέγιστη ταχύτητα του συστήματος θα είναι στη θέση O.
 - c) Αμέσως μετά την κρούση η δυναμική ενέργεια ταλάντωσης είναι ίση με μηδέν.
 - d) Η ενέργεια ταλάντωσης θα είναι μικρότερη από mgh .
 - e) Αν $M=3m$, τότε η ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος θα είναι ίση με $\frac{1}{4}mgh$.
 - f) Αν $M=3m$ τότε το ποσοστό απώλειας της μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση είναι ίσο με 75%.
 - g) Αν $M=3m$, τότε η μέγιστη ταχύτητα του συσσωματώματος θα είναι ίση με $\sqrt{\frac{gh}{8}}$.

21) Σώμα Σ_1 μάζας $m_1=4\text{kg}$ βρίσκεται ακίνητο σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Ένα δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=2\text{kg}$ κινούμενο οριζόντια με ταχύτητα $v_2=12\text{m/s}$ συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με το Σ_1 , το οποίο μετά την κρούση συσπειρώνει το ελατήριο

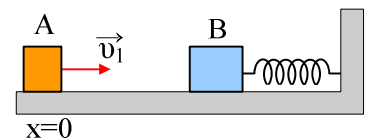


εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση και σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά μετά από χρόνο $\Delta t = \frac{\pi}{20}$ s.

Να υπολογίσετε:

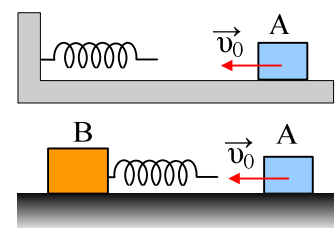
- i) Τις ταχύτητες των δύο σωμάτων μετά την κρούση.
- ii) Τη μεταβολή της κινητικής ενέργειας
 - a) Του σώματος Σ_2 .
 - b) Του συστήματος των δύο σωμάτων.
- iii) Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του σώματος Σ_2 που μεταφέρθηκε στο σώμα Σ_1 .
- iv) Τη σταθερά του ελατηρίου και τη μέγιστη συσπείρωσή του.
- v) Το μήκος της τροχιάς του Σ_1 από τη στιγμή της κρούσης μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{3\pi}{20}$ s.

- 22) Ένα σώμα A μάζας $m_1 = 1$ kg κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_1 = 4$ m/s σε λείο οριζόντιο επίπεδο και για $t = 0$ διέρχεται από την θέση $x = 0$. Στη θέση $x_1 = 2$ m ηρεμεί ένα δεύτερο σώμα B ίσης μάζας, το οποίο είναι δεμένο στο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς $k = 40$ N/m. Τα δύο σώματα συγκρούονται μετωπικά και ελαστικά και η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.



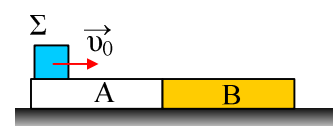
- a) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες.
 - i) Κατά την κρούση το A σώμα δίνει το 100% της κινητικής του ενέργειάς στο B σώμα.
 - ii) Το B σώμα θα εκτελέσει α.α.τ. με περίοδο $T = 1$ s.
 - iii) Η μέγιστη ενέργεια που θα αποκτήσει το ελατήριο είναι ίση με 8 J.
 - iv) Τα δύο σώματα θα συγκρουσθούν για δεύτερη φορά τη χρονική στιγμή $t_2 = 1$ s.
- β) Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας κάθε σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη χρονική στιγμή $t_3 = 1,5$ s.

- 23) Ένα σώμα A μάζας 1 kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v_0 = 10$ m/s και προσπίπτει σε ένα ελατήριο, σταθεράς $k = 100$ N/m, το οποίο και συσπειρώνει. Να βρεθούν:



- i) Η μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου, όταν το ελατήριο είναι στερεωμένο:
 - a) Σε ανένδοτο τοίχο.
 - b) Σε σώμα B μάζας 4 kg, το οποίο μπορεί να κινείται χωρίς τριβές.
- ii) Ποια είναι η τελική ταχύτητα του σώματος A σε κάθε περίπτωση;

- 24) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί σανίδα μάζας 3 kg και μήκους 4 m. Από το ένα άκρο της εκτοξεύουμε πάνω της σώμα Σ μάζας 1 kg με ταχύτητα $v_0 = 4$ m/s. Αν το μισό τμήμα της σανίδας A, δεν παρουσιάζει τριβή με τη σφαίρα, ενώ το άλλο μισό B παρουσιάζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu = 0,4$ ζητούνται:



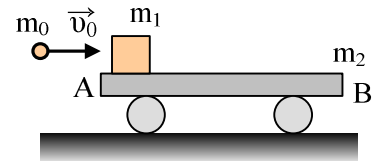
- i) Ποια η ταχύτητα της σανίδας, όταν σταματήσει πάνω της το σώμα Σ ;
- ii) Πόση απόσταση θα διανύσει το σώμα Σ στο τμήμα B μέχρι να σταματήσει.

iii) Υπολογίστε τα έργα των δυνάμεων που ασκούνται στα σώματα και βρείτε την απόσταση που διανύει η σανίδα μέχρι να σταματήσει να κινείται πάνω της το σώμα Σ; Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

25) Η σανίδα AB του σχήματος έχει μάζα $m_2 = 6\text{kg}$ και μπορεί να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές. Το βλήμα μάζας $m_0 = 0,4\text{kg}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0 = 100\text{m/s}$ και αφού διαπεράσει σώμα μάζας $m_1 = 4\text{kg}$ κινείται με ταχύτητα μέτρου $v_0' = 50\text{m/s}$.

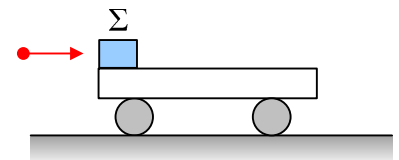
Αρχικά η σανίδα και το σώμα μάζας m_1 είναι ακίνητα. Αν η διάρκεια της κίνησης του βλήματος είναι μέσα στο σώμα μάζας m_1 είναι αμελητέα και το σώμα παρουσιάζει με τη σανίδα συντελεστή τριβής $\mu = 0,3$ να βρείτε:

- Την κοινή ταχύτητα της σανίδας και του σώματος
- τη συνολική απώλεια της μηχανικής ενέργειας
- το χρονικό διάστημα που το σώμα μάζας m_1 κινείται πάνω στη σανίδα
- το διάστημα που διανύει το σώμα μάζας m_1 πάνω στη σανίδα.
Δίνεται $g = 10\text{m/s}^2$.



26) Ένα βλήμα μάζας 50g κινείται οριζόντια με ταχύτητα $v_0=100\text{m/s}$ και σφηνώνεται στο σώμα Σ, το οποίο έχει μάζα $m_1=950\text{g}$ και ηρεμεί πάνω σε ακίνητο αμαξίδιο. Παρατηρούμε ότι τελικά το σώμα μετακινείται κατά $x_1=2\text{m}$ πάνω στο αμαξίδιο, πριν σταματήσει να γλιστρά πάνω του, ενώ το όλο σύστημα μετακινείται με την ίδια ταχύτητα $v_x=1\text{m/s}$.

- Βρείτε τη μάζα m_2 του αμαξιδίου.
- Υπολογίστε το μέτρο της τριβής που ασκείται μεταξύ του σώματος Σ και του αμαξιδίου, κατά την κίνηση του σώματος Σ πάνω στο αμαξίδιο.
- Πόση θερμότητα παράγεται κατά την παραπάνω ολίσθηση;
- Βρείτε την μετακίνηση του αμαξιδίου, μέχρι να αποκτήσει την τελική του ταχύτητα. $g=10\text{m/s}^2$.

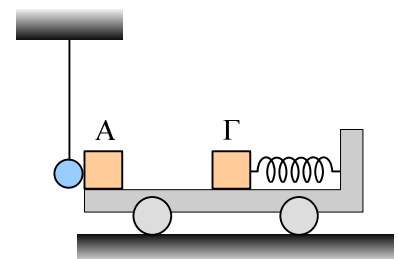


27) Το καρτσάκι του διπλανού σχήματος έχει μάζα 4kg και ηρεμεί πάνω σε λείο έδαφος. Τα σώματα Α και Γ με μάζα 2kg το καθένα είναι ακίνητα πάνω στο καρτσάκι, με το οποίο δεν παρουσιάζουν τριβή. Το σώμα Γ είναι δεμένο στο άκρο του ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$.

Το σφαιρίδιο μάζας 1kg εξαρτάται από το σημείο Ο με νήμα μήκους $\ell=0,4\text{m}$. Εκτρέπουμε το σφαιρίδιο κατά γωνία $\theta=60^\circ$ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί, τότε φτάνοντας στην κατακόρυφη θέση συγκρούεται ελαστικά με το σώμα Α. Το σώμα Α μετά την κρούση με το σφαιρίδιο συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Γ.

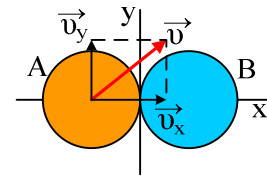
Να υπολογίσετε:

- Την ταχύτητα του σώματος Α μετά την κρούση του με το σφαιρίδιο.
- Τη συμπίεση του ελατηρίου τη στιγμή που το συσσωμάτωμα των Α και Γ και το καρτσάκι έχουν κοινή ταχύτητα.
- Το ποσοστό (%) της ενέργειας του σφαιριδίου που έχει αποθηκευτεί στο ελατήριο τη στιγμή της προηγούμενης ερώτησης, θεωρώντας επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας, το επίπεδο που περνά από την θέση ισορροπίας του σφαιριδίου.



$$g=10\text{m/s}^2.$$

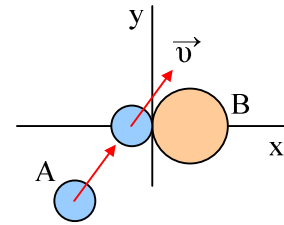
28) Μια σφαίρα A κινείται με ταχύτητα \vec{v} σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ακίνητη σφαίρα B, ίσης μάζας όπως στο σχήμα. Στο σχήμα βλέπετε τις συνιστώσες της ταχύτητας, \vec{v}_x στη διεύθυνση της διακέντρου των δύο σφαιρών και \vec{v}_y σε κάθετη διεύθυνση.



Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις.

- i) Μετά την κρούση η A σφαίρα στον άξονα x θα έχει ταχύτητα με φορά προς τα αριστερά και μέτρο ίσο με v_x .
- ii) Μετά την κρούση η A σφαίρα στον άξονα y θα έχει ταχύτητα με φορά προς τα πάνω και μέτρο ίσο με v_y .
- iii) Η σφαίρα B θα κινηθεί μετά την κρούση στη διεύθυνση x.
- iv) Οι δύο σφαίρες θα κινηθούν σε κάθετες διευθύνσεις.
- v) Το ποσοστό απώλειας της κινητικής ενέργειας της A σφαίρας που οφείλεται στην κρούση είναι ίσο με $100\sin^2\theta$, όπου θ η γωνία που σχηματίζει η αρχική ταχύτητα με τη διάκεντρο των δύο σφαιρών.

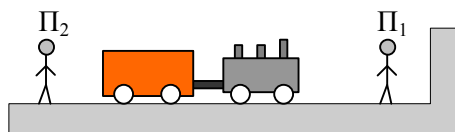
29) Μια σφαίρα A μάζας 1kg κινείται σε λείο οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα $v=20\text{m/s}$, η οποία σχηματίζει γωνία $\theta=60^\circ$ με τη διεύθυνση x. Σε μια στιγμή συγκρούεται ελαστικά και όχι κεντρικά με ακίνητη σφαίρα B μάζας 3kg. Τη στιγμή της κρούσης η διάκεντρος σχηματίζει επίσης γωνία θ με την αρχική ταχύτητα της σφαίρας A.



- i) Πόση ταχύτητα αποκτά η σφαίρα B μετά την κρούση;
- ii) Αν η διάρκεια της κρούσης είναι $\Delta t=0,2\text{s}$, υπολογίστε τη μέση δύναμη που δέχτηκε στη διάρκεια της κρούσης η A σφαίρα.

Φαινόμενο Doppler.

- Ένας παρατηρητής κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα $v_A=20\text{m/s}$ και σε μια στιγμή $t=0$ και ενώ απέχει $d=50\text{m}$ από προπορευόμενη πηγή ήχου, η οποία κινείται με ταχύτητα $v_s=10\text{m/s}$, ακούει ήχο συχνότητας $f_1=3600\text{Hz}$.
- Σε ένα σημείο ενός ευθύγραμμου δρόμου είναι ακίνητος ένας μοτοσικλετιστής. Σε μια στιγμή περνάει δίπλα του ένα όχημα S που φέρει πηγή ήχου το οποίο κινείται με σταθερή ταχύτητα $v_s=20\text{m/s}$. Ο μοτοσικλετιστής ακούει ήχο συχνότητας $f_1=3400\text{Hz}$ μέχρι τη στιγμή $t_1=10\text{s}$, οπότε αρχίζει να επιταχύνεται με σταθερή επιτάχυνση $a=3\text{m/s}^2$ καταδιώκοντας το όχημα. Μόλις φτάσει το όχημα S, παύει να επιταχύνεται και κινείται πλέον με σταθερή ταχύτητα.
 - Ποια χρονική στιγμή ο μοτοσικλετιστής φτάνει το όχημα S;
 - Ποια η μέγιστη ταχύτητα αποκτά ο μοτοσικλετιστής;
 - Ποια η συχνότητα του ήχου που εκπέμπει η πηγή του οχήματος S;
 - Ποια χρονική στιγμή ο μοτοσικλετιστής ακούει ήχο με την ίδια συχνότητα με αυτή που εκπέμπει η πηγή;
 - Να κάνετε το διάγραμμα της συχνότητας που ακούει ο μοτοσικλετιστής σε συνάρτηση με το χρόνο, μέχρι τη στιγμή $t_2=40\text{s}$. Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $v=340\text{m/s}$.
- Ένας ακίνητος παρατηρητής A απέχει απόσταση $d=60\text{m}$ από ευθύγραμμο δρόμο, στον οποίο κινείται ένα όχημα με σταθερή ταχύτητα $v_s=20\text{m/s}$. Τη στιγμή που το όχημα περνά από το κοντινότερο προς τον παρατηρητή σημείο αρχίζει να εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_s=7040\text{Hz}$ για χρονικό διάστημα $t=4\text{s}$.
 - Ποια η αρχική συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής;
 - Ποια η ελάχιστη συχνότητα του ήχου που αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής;Δίνεται η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $v=340\text{m/s}$.
- Ένα τρένο κατευθύνεται προς ένα τούνελ και εκπέμπει ήχο συχνότητας f_s . Ο ήχος ανακλάται από τον κατακόρυφο τοίχο.

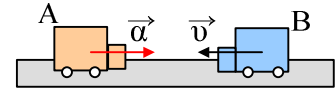


- Αν ο μηχανοδηγός ακούει τον ήχο από ανάκλαση με συχνότητα f_a να αποδείξετε ότι

$$f_a = \frac{v + v_s}{v - v_s} f_s$$

- ii) Αν ο ακίνητος παρατηρητής Π_1 ακούει τον ήχο από το τρένο με συχνότητα f_1 και τον ήχο από ανάκλαση με συχνότητα f_1' , να αποδείξετε ότι $f_1=f_1'$.
- iii) Αν ο ακίνητος παρατηρητής Π_2 ακούει τον ήχο από το τρένο με συχνότητα f_2 και τον ήχο από ανάκλαση με τον τοίχο με συχνότητα f_2' , να αποδείξετε ότι $f_2' > f_s > f_2$.

- 5) Δύο φορτηγά A και B κινούνται αντίθετα όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή $t=0$, απέχουν 150m και το A έχει ταχύτητα 8m/s και κινείται με σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 , ενώ το B έχει σταθερή ταχύτητα 20m/s. Η σειρήνα του B φορτηγού εκπέμπει ήχο συχνότητας 1600Hz. Αν η ταχύτητα του ήχου είναι 340m/s, ποια η συχνότητα που ακούει ο οδηγός του A φορτηγού τις χρονικές στιγμές:



- i) $t_1=1\text{s}$ και
ii) $t_2=6\text{s}$

- 6) Ένα τρένο πλησιάζει έναν ακίνητο παρατηρητή με σταθερή ταχύτητα. Τη στιγμή που απέχει $d=612\text{m}$ από τον παρατηρητή η σειρήνα του εκπέμπει ήχο συχνότητας $f_s=400\text{Hz}$ επί χρονικό διάστημα $\Delta t=3,4\text{s}$. Ο παρατηρητής ακούει ήχο συχνότητας $f_A=425\text{Hz}$. Να υπολογίσετε:

- i) Την ταχύτητα του τρένου.
ii) Το μήκος κύματος του ήχου που ακούει ο παρατηρητής.
iii) Το χρονικό διάστημα που ο παρατηρητής ακούει ήχο.
iv) Πόσο απέχει το τρένο από τον παρατηρητή τη στιγμή που ο παρατηρητής παύει να ακούει τον ήχο;
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $v=340\text{m/s}$.

- 7) Αγωνιστικό αυτοκίνητο με σειρήνα κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα και πλησιάζει προς ακίνητο παρατηρητή. Η σειρήνα του αυτοκινήτου εκπέμπει ήχο συχνότητα $f_s=900\text{Hz}$ για χρονικό διάστημα $\Delta t=1,7\text{s}$. Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο της σειρήνας με συχνότητα f_A για διάστημα $\Delta t_A=1,5\text{s}$. Να υπολογίσετε:

- i) Την συχνότητα που ακούει ο παρατηρητής.
ii) Την ταχύτητα του αυτοκινήτου.
iii) Τη στιγμή $t=0$ το αυτοκίνητο βρίσκεται στο ύψος του παρατηρητή και με τη σειρήνα του σε λειτουργία αρχίζει να επιβραδύνεται με σταθερή επιβράδυνση $a=10\text{m/s}^2$. Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται τον ήχο που εκπέμπει η σειρήνα κάποια στιγμή t_1 με συχνότητα $f_1=850\text{Hz}$.

- a) Να βρείτε τη χρονική στιγμή t_1 .
b) Πόση συχνότητα αντιλαμβάνεται ο παρατηρητής τη στιγμή $t_2=4\text{s}$;

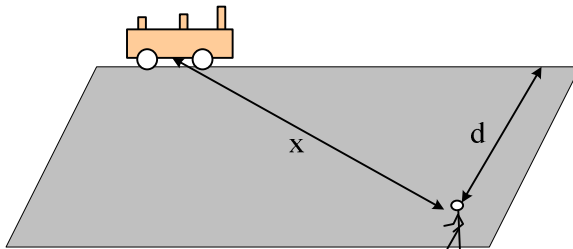
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $v=340\text{m/s}$.

- 8) Ένα περιπολικό με την σειρήνα του σε λειτουργία κινείται σε ευθύγραμμο δρόμο με σταθερή ταχύτητα, ανάμεσα σε δύο ακίνητους παρατηρητές A και B, οι οποίοι απέχουν μεγάλη απόσταση μεταξύ τους. Ο A παρατηρητής αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας $f_A=612\text{Hz}$, ενώ ο B αντιλαμβάνεται ήχο συχνότητας $f_B=544\text{Hz}$.

- i) Το περιπολικό κινείται προς τον παρατηρητή A ή προς τον B; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

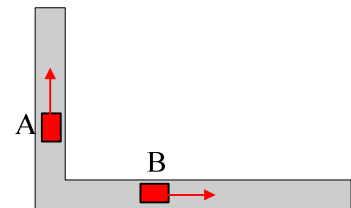
- ii) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του περιπολικού.
- iii) Ποια συχνότητα εκπέμπει η σειράνα του περιπολικού;
- iv) Αν ο A παρατηρητής διαθέτει αυτοκίνητο, με ποια σταθερή ταχύτητα και προς ποια κατεύθυνση πρέπει να κινηθεί, ώστε να ακούει την ίδια συχνότητα με τον παρατηρητή B;
Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $v=340\text{m/s}$.

- 9) Ο ακίνητος παρατηρητής A απέχει απόσταση $d=300\text{m}$ από τις γραμμές του τρένου. Όταν το τρένο απέχει από τον παρατηρητή απόσταση $x=500\text{m}$, ηχεί η σειράνα του, ήχο συχνότητας $f=1000\text{Hz}$ για χρονικό διάστημα $t_s=0,4\text{s}$. Αν η ταχύτητα του τρένου είναι ίση με $v_s=40\text{m/s}$ και η ταχύτητα του ήχου στον αέρα $v=340\text{m/s}$, να βρείτε:



- i) τη συχνότητα του ήχου που ακούει ο παρατηρητής,
- ii) τη διάρκεια του ήχου που ακούει ο παρατηρητής.

- 10) Από ένα σταυροδρόμι ξεκινούν ταυτόχρονα δύο κινητά A και B. Το A κινείται με σταθερή επιτάχυνση $a=4,8\text{m/s}^2$, ενώ το B με σταθερή ταχύτητα $v_2=16\text{m/s}$, όπως στο σχήμα. Μετά από 5s το A κινητό εκπέμπει στιγμιαία ήχο συχνότητας $f=2000\text{Hz}$. Ποια η συχνότητα που ακούει ο οδηγός του B κινητού;

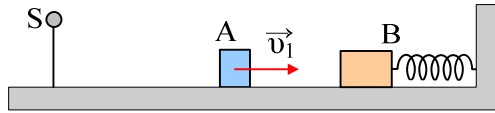


- 11) Δύο σειρήνες S_1 και S_2 που ηχούν ταυτόχρονα βρίσκονται ακίνητες σε αρκετή απόσταση μεταξύ τους. Η σειρήνα S_1 εκπέμπει αρμονικό ήχο συχνότητα $f_1=680\text{Hz}$, ενώ η S_2 εκπέμπει αρμονικό ήχο συχνότητα f_2 . Ένας παρατηρητής A που κινείται από τη σειρήνα S_1 προς τη σειρήνα S_2 με σταθερή ταχύτητα $v_A=2\text{m/s}$, αντιλαμβάνεται διακρότημα με συχνότητα $f_3=8\text{Hz}$. Να υπολογίσετε:

- i) Τη συχνότητα με την οποία ο παρατηρητής A αντιλαμβάνεται τον ήχο που προέρχεται από τη σειρήνα S_1 .
- ii) Τη συχνότητα με την οποία ο παρατηρητής A αντιλαμβάνεται τον ήχο που προέρχεται από τη σειρήνα S_2 .
- iii) Τη συχνότητα f_2 που εκπέμπει η σειρήνα S_2 .
- iv) Τον αριθμό των πλήρων ταλαντώσεων που εκτελεί το τύμπανο του αυτιού του παρατηρητή A, σε χρόνο ίσο με μια περίοδο του διακροτήματος.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $v=340\text{m/s}$.

- 12) Ακίνητη πηγή ήχου S βρίσκεται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα και παράγει αρμονικό ήχο συχνότητας $f_s=1700\text{Hz}$. Σώμα A μάζας $m_1=1\text{kg}$ κινείται στο ίδιο επίπεδο με ταχύτητα \vec{v}_1 και συγκρούεται μετωπικά με ακίνητο σώμα B μάζας $m_2=6\text{kg}$. Το σώμα B είναι προσδεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K=600\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο.

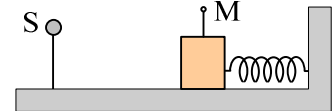


Τη στιγμή της σύγκρουσης, το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και ο άξονάς του συμπίπτει με τη διεύθυνση της κίνησης του σώματος A. Το σώμα A φέρει συσκευή ανίχνευσης ηχητικών κυμάτων. Η συχνότητα του ήχου που ανιχνεύει η συσκευή πριν την κρούση είναι $f=1620\text{Hz}$, ενώ μετά την κρούση είναι $f'=1740\text{Hz}$.

- i) Να βρείτε την ταχύτητα \vec{v}_1 του σώματος A.
- ii) Να προσδιορίσετε την κατεύθυνση και να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος A μετά την κρούση.
- iii) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος B μετά την κρούση.
- iv) Να υπολογίσετε την αλγεβρική τιμή της ορμής του σώματος B μετά από χρόνο $t = \frac{\pi}{15}\text{s}$ από τη στιγμή που αυτό άρχισε να κινείται.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $v=340\text{m/s}$.

- 13) Ένα σώμα Σ μάζας 2kg εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A=0,5\text{m}$ σε οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ελατηρίου, σταθεράς $k=3200\text{N/m}$. Στο σώμα Σ προσκολλάται ένα μικρόφωνο. Στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου υπάρχει ηχητική πηγή που παράγει αρμονικό ήχο συχνότητας $f_s=680\text{Hz}$.



- i) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη συχνότητα του ήχου που καταγράφεται από το μικρόφωνο;
- ii) Αν για $t=0$ το σώμα Σ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς την θετική κατεύθυνση, να δώσετε την εξίσωση της συχνότητας του ήχου που καταγράφει το μικρόφωνο σε συνάρτηση με το χρόνο.

Δίνεται η ταχύτητα του ήχου $v=340\text{m/s}$.