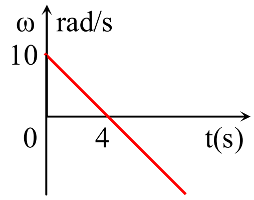
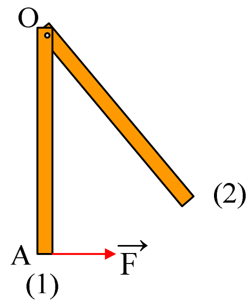
Μηχανική Στερεού

1) Η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας ενός στερεού που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα δίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Ζητούνται:



   i) Η γωνιακή επιτάχυνση του στερεού.
   ii) Η γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή t=10s.
   iii) Πόσες περιστροφές έκανε το στερεό από t_1 =2s έως t_2=20s;

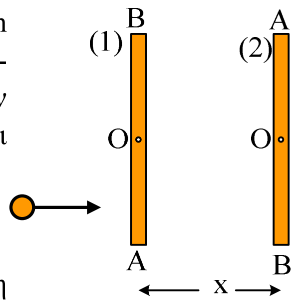
2) Μια ράβδος μήκους ℓ=2m μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο της Ο και ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση (θέση 1). Ασκώντας μια κατάλληλη δύναμη στο άκρο Α προσδίδουμε στην ράβδο σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=2rad/s^2, οπότε φτάνοντας στη θέση (2) έχει γωνιακή ταχύτητα ω=1rad/s.



   i) Για τη θέση αυτή να σχεδιάστε στο σχήμα τα διανύσματα της γραμμικής ταχύτητας και της επιτρόχιας επιτάχυνσης του άκρου Α και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.
   ii) Έχει και άλλη επιτάχυνση το σημείο Α; Αν ναι, να την υπολογίστε.

3) Ένας τροχός ακτίνας R=0,5m, κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή επιτάχυνση 2m/s^2 ξεκινώντας από την ηρεμία. Μετά από χρονικό διάστημα t=5s, να βρείτε:
   i) Την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού Ο.
   ii) Την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.
   iii) Τη ταχύτητα και την οριζόντια επιτάχυνση του σημείου επαφής του τροχού με το έδαφος, σημείο Α, καθώς και του αντιδιαμετρικού του σημείου Β.

4) Πάνω σε ένα λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια σανίδα μήκους ℓ=4m (θέση 1). Μια σφαίρα που κινείται οριζόντια κτυπά τη ράβδο, με αποτέλεσμα αμέσως μετά την κρούση τα άκρα Α και Β της ράβδου να έχουν ταχύτητες με κατεύθυνση προς τα δεξιά και μέτρα υ_A=6m/s και υ_B=2m/s αντίστοιχα.



   i) Ποια η ταχύτητα του μέσου Ο της σανίδας;
   ii) Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της σανίδας.
   iii) Ποια η προς τα δεξιά μετατόπιση x του άκρου Α, τη στιγμή που η σανίδα βρίσκεται στη θέση (2) για πρώτη φορά;
   Δίνεται ότι η κίνηση είναι ομαλή μετά την κρούση.

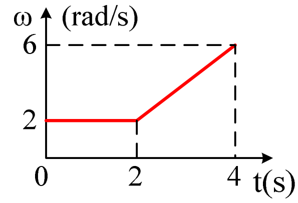
5) Ο τροχός ενός αυτοκινήτου έχει ακτίνα R=0,8m. Τα αυτοκίνητο για t=0 ξεκινά από την ηρεμία με επιτάχυνση 2m/s^2 ενώ ο τροχός αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{\gamma\omega\nu}$=2rad/s^2. Για τη χρονική στιγμή t=5s, να υπολογιστούν:
   i) Η ταχύτητα του αυτοκινήτου και η μετατόπιση του κέντρου Ο του τροχού του.
   ii) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού.
   iii) Η ταχύτητα και η επιτάχυνση του σημείου επαφής Α του τροχού με

το έδαφος.

iv) Ο τροχός του αυτοκινήτου:
α) Κυλίεται χωρίς ολίσθηση
β) Ολισθαίνει
γ) Σπινάρει.

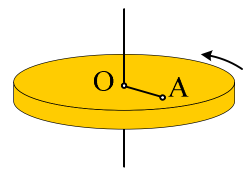
Επιλέξτε την σωστή απάντηση δικαιολογώντας την άποψή σας.

6) Η γωνιακή ταχύτητα σε συνάρτηση με το χρόνο ενός τροχού που περιστρέφεται δίνεται στο διπλανό διάγραμμα. Να υπολογιστούν:
i) Η γωνιακή επιτάχυνση, σε κάθε χρονικό διάστημα.
ii) Η γωνιά που έχει διαγράψει ο τροχός (γωνιακή μετατόπιση) μέχρι τη χρονική στιγμή t=4s.

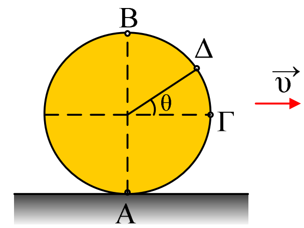


7) Ένα σημείο ενός τροχού διαγράφει γωνία, η οποία σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση $\theta=5+10t+2t^2$ rad. Να βρεθούν η γωνιακή ταχύτητα και η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού τις χρονικές στιγμές t=0 και t=3s.

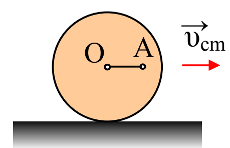
8) Ο δίσκος του σχήματος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον κατακόρυφο άξονα z και ηρεμεί. Ένα σημείο του Α απέχει κατά 0,5m από το κέντρο του Ο. Για t=0 ο δίσκος αποκτά σταθερή γωνιακή επιτάχυνση $\alpha_{γων}$ =0,4rad/s^2. Να βρεθούν για την χρονική στιγμή t=5s:
i) Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου.
ii) Η γραμμική ταχύτητα του σημείου Α.
iii) Η επιτρόχια και η κεντρομόλος επιτάχυνση του σημείου Α.
iv) Η γωνία που έχει διαγράψει ο δίσκος (γωνιακή μετατόπιση).



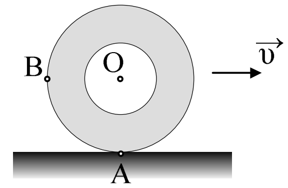
9) Ένας τροχός ακτίνας R κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα 10m/s.
i) Να βρεθούν οι ταχύτητες των σημείων Α,Β,Γ και Δ (η γωνία θ=30°).
ii) Ποια γωνία σχηματίζει η ΑΔ με την ταχύτητα του σημείου Δ;
iii) Με ποιο άλλο τρόπο θα μπορούσατε να υπολογίσετε την ταχύτητα του σημείου Δ;



10) Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία και κινείται με σταθερή επιτάχυνση a=1m/s^2. Ο τροχός του αυτοκινήτου έχει ακτίνα R=0,5m, ενώ ένα σημείο Α του τροχού απέχει r=0,4m από το κέντρο του. Για τη χρονική στιγμή t=10s, που το σημείο Α βρίσκεται σε οριζόντια θέση (βλέπε σχήμα), να βρεθούν:
i) Η ταχύτητα του αυτοκινήτου και η γωνιακή ταχύτητα του τροχού.
ii) Η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.
iii) Η ταχύτητα του σημείου Α.
iv) Η κατακόρυφη επιτάχυνση του σημείου Α.

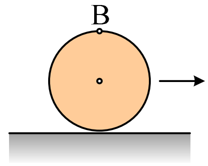


11) Ένα αυτοκίνητο κινείται σε χιονισμένο δρόμο και σε μια στιγμή έχει ταχύτητα 15m/s, ενώ ο τροχός του διαγράφει $\frac{20}{\pi}$ περιστροφές το δευτερόλεπτο. Αν τροχός έχει ακτίνα R=0,5m:

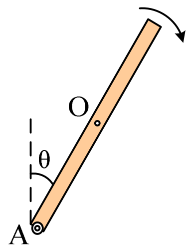


i) Βρείτε την ταχύτητα του σημείου Α, επαφής του τροχού με το έδαφος.
ii) Ο τροχός γλιστράει ή σπινάρει;
iii) Μια μικρή ποσότητα λάσπης ξεκολλάει την παραπάνω στιγμή από το σημείο Β, που βρίσκεται σε οριζόντια θέση. Με ποια αρχική ταχύτητα εκσφενδονίζεται η λάσπη;

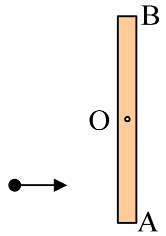
12) Ένα αυτοκίνητο ξεκινά από την ηρεμία για t=0 και κινείται με σταθερή επιτάχυνση $α=2m/s^2$. Οι τροχοί του αυτοκινήτου έχουν ακτίνα R=0,4m και κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Ζητούνται:
i) Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης των τροχών.
ii) Ποια χρονική στιγμή το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας των τροχών είναι ίσο με ω=20rad/s;
iii) Πόσες περιστροφές εκτελούν οι τροχοί, μέχρι την παραπάνω χρονική στιγμή;
iv) Η ταχύτητα με την οποία κινείται το ανώτερο σημείο Β του τροχού του αυτοκινήτου, την παραπάνω χρονική στιγμή.
v) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του σημείου Β.



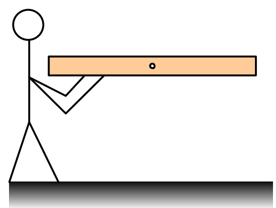
13) Μια ράβδος μήκους $\ell = \frac{20}{\pi}$ m στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Α. Σε μια στιγμή που η ράβδος σχηματίζει με την κατακόρυφο γωνία θ=30° έχοντας γωνιακή ταχύτητα ω=π rad/s ο άξονας σπάει και η ράβδος κινείται ελεύθερα. Μετά από χρόνο t=2s:
i) Πόσο έχει πέσει κατακόρυφα το μέσον Ο της ράβδου;
ii) Ποια η οριζόντια μετατόπιση του μέσου της ράβδου Ο;
iii) Σχεδιάστε στο σχήμα τη θέση της ράβδου. $g=10m/s^2$.



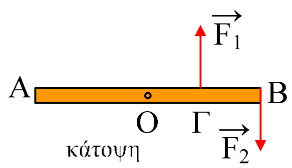
14) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους $\ell = \frac{12}{\pi}$m. Σε μια στιγμή μια κινούμενη σφαίρα κτυπά ελαστικά τη ράβδο με αποτέλεσμα να αποκτήσει $υ_{cm}$=4m/s και γωνιακή ταχύτητα $ω= \frac{\pi}{4}$ rad/s. Μετά από χρόνο t=2s να υπολογίστε:
i) Τη μετατόπιση του μέσου Ο της ράβδου.
ii) Την ταχύτητα του άκρου Α της ράβδου,



15) Ένας άνθρωπος αρπάζει μια ομογενή ράβδο μήκους 40cm από ένα τυχαίο σημείο της και την πετάει στον αέρα, με τέτοιο τρόπο ώστε το άκρο της ράβδου που είναι πλησιέστερα προς αυτόν να έχει ταχύτητα μηδέν τη στιγμή που η ράβδος φεύγει από τα χέρια του. Αν η ράβδος συμπληρώσει δύο περιστροφές πριν την ξαναπιάσει ο άνθρωπος στο ίδιο ύψος απ' όπου την άφησε, να αποδείξτε ότι το ύψος που φτάνει το κέντρο μάζας της ράβδου είναι ίσο με h=0,2·π (m)

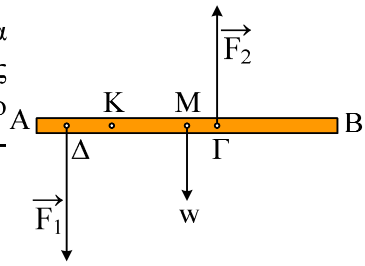


16) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο βρίσκεται μια ράβδος μήκους l=4m, η οποία μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το μέσον της Ο. Ασκούμε πάνω της δύο οριζόντιες δυνάμεις με ίσα μέτρα $F_1=F_2$=20N, όπως στο σχήμα, όπου (ΟΓ)=(ΓΒ).



i) Βρείτε την συνολική ροπή που ασκείται στη ράβδο ως προς τον άξονα περιστροφής.
ii) Υπολογίστε την οριζόντια δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα.
iii) Πόση η συνολική ροπή των δυνάμεων F_1-F_2 ως προς το άκρο Α;
iv) Για να μην περιστραφεί η ράβδος ασκούμε πάνω της οριζόντια δύναμη F_3 στο άκρο Α, παράλληλη προς τις F_1, F_2.
   a) Να σχεδιάστε την δύναμη F_3.
   b) Πόση οριζόντια δύναμη δέχεται τώρα η ράβδος από τον άξονα;

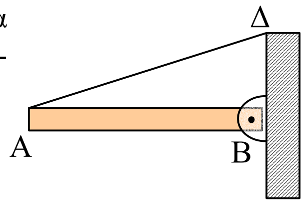
17) Μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους ℓ=8m και βάρους w=100N μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το σημείο Κ όπου ΑΚ= 2m. Στη ράβδο ασκούνται δύο κατακόρυφες δυνάμεις με μέτρα $F_1=F_2$= 80N, όπως στο σχήμα. Η ράβδος δεν στρέφεται.



Να βρεθούν:

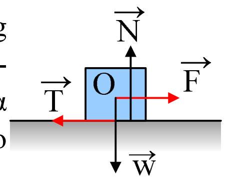
i) Η ροπή του ζεύγους των δυνάμεων F_1-F_2.
ii) Η απόσταση (ΓΔ).
iii) Η δύναμη που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής.

18) Μια ομογενής δοκός μήκους 2m και βάρους 100Ν ισορροπεί οριζόντια δεμένη στο ένα της άκρο με νήμα, ενώ στο άλλο της άκρο υπάρχει άρθρωση. Να βρείτε:



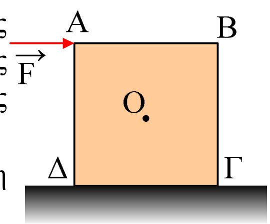
i) Τη ροπή της τάσης του νήματος ως προς την άρθρωση στο Β.
ii) Τη ροπή της δύναμης που ασκεί η άρθρωση:
   α) Ως προς το άκρο Α.
   β) Ως προς το σημείο πρόσδεσης του νήματος στον τοίχο, σημείο Δ.

19) Στο διπλανό σχήμα δίνεται ένας κύβος ακμής α=1m και μάζας m=50kg ο οποίος ηρεμεί σε ένα οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=0,2. Σε μια στιγμή ασκούμε πάνω του οριζόντια δύναμη μέτρου F=60N, ο φορέας της οποίας διέρχεται από το κέντρο του κύβου.



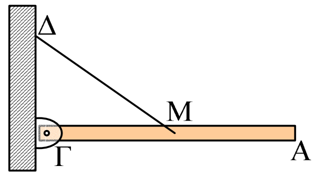
i) Να υπολογίστε την τριβή που ασκείται στον κύλινδρο.
ii) Πόσο απέχει ο φορέας της κάθετης αντίδρασης του επιπέδου από το κέντρο Ο του κύβου; $g=10m/s^2$.

20) Σε οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας κύβος ακμής α=1m και μάζας m=30kg, ο οποίος εμφανίζει με το επίπεδο συντελεστές τριβής $\mu=\mu_s$=0,6. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση μιας οριζόντιας δύναμης μέτρου F=60N στην κορυφή Α, όπως στο σχήμα.



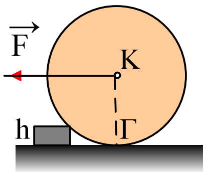
i) Υπολογίστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο κύβο, καθώς και τη ροπή καθεμιάς ως προς το κέντρο Ο του κύβου,
ii) Αν αυξήσουμε το μέτρο της δύναμης F ποια η μέγιστη τιμή που μπορεί να πάρει, χωρίς να ανατραπεί ο κύβος; $g=10m/s^2$.

21) Η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μήκος 4m και βάρος 30N και ισορροπεί οριζόντια, όπου στο Γ υπάρχει άρθρωση και το μέσο Μ δένεται με νήμα με το σημείο Δ.



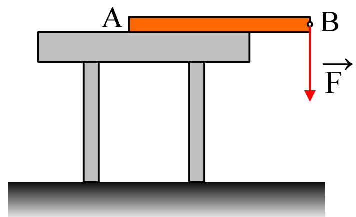
Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος
- i) Η ράβδος δέχεται 3 δυνάμεις: Το βάρος του στο Μ, την τάση του νήματος Τ και μια δύναμη F από τον τοίχο στο σημείο Γ.
- ii) Η ροπή του βάρους ως προς το Γ είναι +60Nm.
- iii) Η δύναμη F είναι οριζόντια με φορά από το Γ προς το Α.
- iv) Η ροπή της τάσης ως προς το Γ είναι -60Nm.
- v) Η ροπή της τάσης ως προς το σημείο Α είναι -60Nm.
- vi) Η ροπή της δύναμης F ως προς το Δ είναι -120Nm.

22) Ένας κύλινδρος βάρους 800N και ακτίνας 0,6m ισορροπεί όπως στο σχήμα με την επίδραση της δύναμης F, στηριζόμενος στο οριζόντιο επίπεδο και στο σκαλοπάτι με ύψος h=0,12m, όπου οι επιφάνειες είναι λείες.

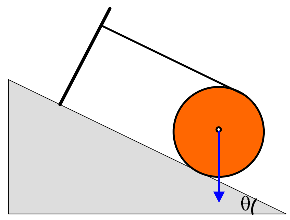


- i) Αν F=300N, αποδείξτε ότι η δύναμη που δέχεται ο κύλινδρος από το σκαλοπάτι, περνά από το κέντρο Κ και υπολογίστε την αντίδραση του επιπέδου στο Γ.
- ii) Ποια η ελάχιστη τιμή της F, ώστε ο κύλινδρος να υπερπηδήσει το σκαλοπάτι.

23) Μια ομογενής ράβδος ΑΒ είναι τοποθετημένη πάνω σε ένα τραπέζι έτσι, ώστε τα $\frac{3}{4}$ της να ακουμπά στο τραπέζι. Στο άκρο Β της ράβδου ασκούμε μια συνεχώς αυξανόμενη κατακόρυφη δύναμη F, με φορά προς τα κάτω. Όταν το μέτρο της δύναμης αυτής γίνει F=100N, το άκρο Α της ράβδου αρχίζει να σηκώνεται.
Αν $g=10m/s^2$, να βρείτε τη μάζα της ράβδου.

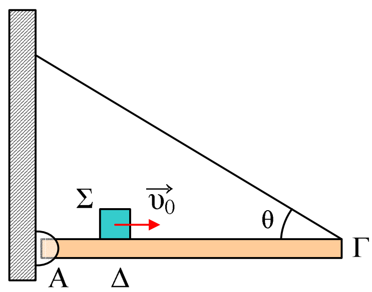


24) Ένας κύλινδρος ισορροπεί σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως θ=30° με την βοήθεια νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω του και είναι παράλληλο προς το επίπεδο.



- i) Να αποδείξτε ότι το επίπεδο δεν είναι λείο.
- ii) Να δείξτε ότι η τριβή που ασκείται στον κύλινδρο έχει φορά προς τα πάνω και έχει το ίδιο μέτρο με την τάση του νήματος.
- iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής τριβής για να υπάρχει ισορροπία;
  $g=10m/s^2$.

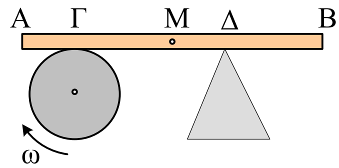
25) Μια ομογενής οριζόντια δοκός βάρους w_1=100N και μήκους 4m είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, ενώ στο άκρο της Γ είναι δεμένη με νήμα που σχηματίζει με τον ορίζοντα γωνία θ=45°. Πάνω στη δοκό ολισθαίνει ένα σώμα Σ, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, μάζας m=4kg και για t=0 περνά από το σημείο Δ, όπου (ΑΔ)=1m με ταχύτητα $υ_0$=5m/s, όπως στο σχήμα. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και της δοκού είναι μ=0,5, να βρείτε:



- i) Τις δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό για t=0.
- ii) Πόσο πρέπει να είναι το όριο θραύσεως του νήματος, ώστε να μην

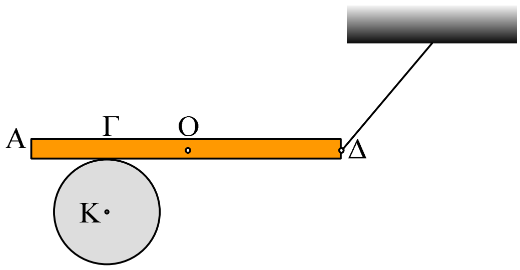
σπάσει κατά την κίνηση του σώματος Σ. $g=10m/s^2$.

26) Η ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους 6m και βάρους 300N ισορροπεί οριζόντια, όπως στο σχήμα, στηριζόμενη σε έναν κύλινδρο και σε ένα τρίποδο. Δίνονται (ΑΓ) =1m και (ΔΒ) =2m ενώ ο κύλινδρος στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω=2rad/s. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,4.



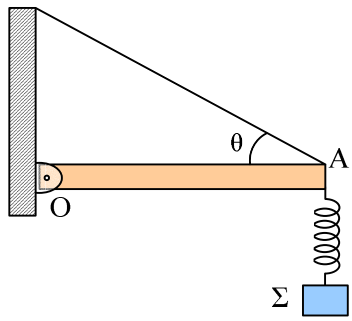
i) Ποιες οι κατακόρυφες δυνάμεις που δέχεται η δοκός από τον κύλινδρο και από το τρίποδο.
ii) Υπολογίστε την τριβή που ασκείται στη ράβδο στα σημεία στήριξης.
iii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής στατικής τριβής μεταξύ τρίποδου και σανίδας για την παραπάνω ισορροπία;
iv) Αν αυξήσουμε την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κυλίνδρου θα μεταβληθούν οι δυνάμεις που ασκούνται στη δοκό;

27) Η ομογενής δοκός ΑΔ του σχήματος έχει μήκος 4m και μάζα 30kg, ισορροπεί δε οριζόντια, όπως στο σχήμα, δεμένη στο ένα της άκρο σε νήμα, ενώ στηρίζεται σε περιστρεφόμενο κύλινδρο σε σημείο Γ, όπου (ΑΓ)=1m. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ δοκού και κυλίνδρου είναι μ=0,5.



i) Ποια η φορά περιστροφής του κυλίνδρου;
ii) Ποια η γωνία που σχηματίζει το νήμα με την οριζόντια διεύθυνση;

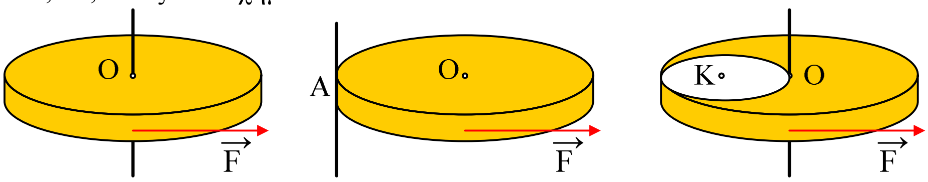
28) Η ομογενής δοκός ΟΑ μήκους L και μάζας 4kg είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο σε κατακόρυφο τοίχο, ενώ το άλλο της άκρο δένεται με νήμα από τον τοίχο, το οποίο σχηματίζει γωνία θ=30° με την δοκό. Στο άκρο Α κρέμεται με ελατήριο σταθεράς $k=8\cdot\pi^2=80N/m$ ένα σώμα Σ μάζας m=2kg, το οποίο ισορροπεί.



i) Να βρείτε την τάση του νήματος.
ii) Εκτρέπουμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα κάτω κατά 10cm και για t=0 το αφήνουμε να κινηθεί. Πόση είναι η τάση του νήματος τη χρονική στιγμή $t_1=1,5s$;
Δίνεται $g=10m/s^2$.

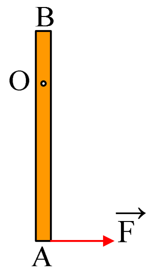
29) Ένας οριζόντιος ομογενής δίσκος ακτίνας R=0,4m και μάζας M=4kg μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, όταν πάνω του ασκείται εφαπτομενικά δύναμη σταθερού μέτρου F=16N. Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά στις εξής περιπτώσεις:

i) Ο άξονας είναι κατακόρυφος και διέρχεται από το κέντρο του Ο.
ii) Ο άξονας είναι κατακόρυφος και διέρχεται από το άκρο μιας ακτίνας του Α.
iii) Ο άξονας είναι κατακόρυφος και διέρχεται από το κέντρο του, αλλά έχει αφαιρεθεί από τον δίσκο ένας μικρότερος δίσκος ακτίνας r=0,2m, όπως στο σχήμα.



Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κάθετο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}M\cdot R^2$.

30) Μια ομογενής σανίδα μήκους ℓ =6m και μάζας 10kg μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο, γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από ένα σημείο Ο, όπου (ΒΟ)=2m. Σε μια στιγμή t=0 ασκείται στο άκρο Α μια δύναμη σταθερού μέτρου F=30N η οποία είναι πάντα κάθετη στη σανίδα.



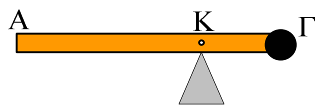
i) Πόσο είναι το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης που αποκτά η σανίδα αμέσως μετά (για $t=0^+$);
ii) Ποια η αντίστοιχη γωνιακή επιτάχυνση τη στιγμή που η σανίδα θα γίνει οριζόντια;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς άξονα κάθετο στη σανίδα που διέρχεται από το μέσον της $I=\frac{1}{12}m\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

31) Μια ομογενής δοκός μήκους l=4m και μάζας M=12kg μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το ένα της άκρο Α και ισορροπεί οριζόντια με την βοήθεια κατακόρυφου νήματος, το οποίο είναι δεμένο στο άλλο της άκρο Β.
i) Βρείτε τη δύναμη που ασκείται στη δοκό από τον άξονα.
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα. Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος:
Βρείτε τη γωνιακή επιτάχυνση που αποκτά η δοκός
Πόση δύναμη ασκεί ο άξονας στη δοκό;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς τον άξονα περιστροφής $I=\frac{1}{3}Ml^2$ και $g=10m/s^2$.

32) Δίνεται μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΓ μήκους 8m και μάζας 3kg. Στο άκρο της Γ προσκολλάται μια σφαίρα, που θεωρείται σημειακή, μάζας 1kg.



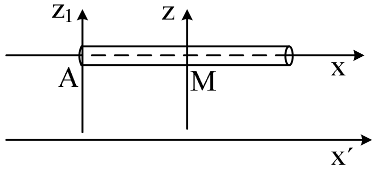
i) Σε ποιο σημείο Κ πρέπει να στηρίξουμε την ράβδο για να ισορροπεί οριζόντια;

ii) Να εξετασθεί ως προς την ορθότητά της η πρόταση: «το κέντρο μάζας του συστήματος ράβδος-σφαίρα, βρίσκεται στην κατακόρυφο που διέρχεται από το σημείο Κ»

iii) Να υπολογίσετε την ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς οριζόντιο άξονα ο οποίος είναι κάθετος στην ράβδο και διέρχεται από το σημείο Κ

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς άξονα κάθετο προς αυτήν που διέρχεται από το μέσον της $\boldsymbol{I}_{cm} = \frac{1}{12} ml^2$ και $g=10m/s^2$.

33) Στο επίπεδο του χαρτιού βλέπεται μια λεπτή ομογενή κυλινδρική ράβδο μήκους ℓ =4m και μάζας 3kg. Να υπολογίστε την ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα:



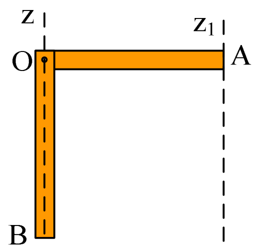
i) x, κατά μήκος του άξονα συμμετρίας της ράβδου.

ii) x΄ ο οποίος είναι παράλληλος στον άξονα x απέχοντας 1m από αυτόν.

iii) z, ο οποίος είναι κάθετος στην ράβδο και διέρχεται από το μέσον της Μ.

iv) z_1΄ ο οποίος διέρχεται από το άκρο Α της ράβδου και είναι κάθετος σ' αυτήν.

34) Δίνονται δύο ομογενείς κυλινδρικοί ράβδοι μήκους ℓ =2m και μάζας 3kg οι οποίες έχουν καρφωθεί, έχοντας κοινό το άκρο τους Ο, όπως στο σχήμα. Να βρείτε την ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς:

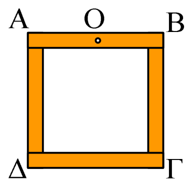


i) Άξονα κάθετο στο επίπεδο της σελίδας, που διέρχεται από το άκρο Ο.

ii) Τον άξονα z κατά μήκος της ράβδου ΟΒ.

iii) Τον άξονα z_1 ο οποίος είναι παράλληλος στον z και διέρχεται από το άκρο Α της ΟΑ.

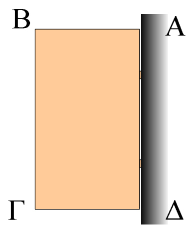
35) Τέσσερις ομογενείς λεπτοί ράβδοι μήκους ℓ =1m και μάζας 3kg η καθεμιά, έχουν καρφωθεί και σχηματίζουν ένα τετράγωνο «κάδρο» πλευράς 1m. Το τετράγωνο που σχηματίζεται, κρέμεται στον τοίχο από το μέσο Ο της πλευράς του ΑΒ.



i) Να υπολογίσετε τη ροπή αδράνειας του τετραγώνου ως προς οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο του κάδρου. Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ομογενούς ράβδου ως προς άξονα κάθετο προς αυτήν που διέρχεται από το μέσον της $\boldsymbol{I}_{cm}= \frac{1}{12} m\ell^2$.

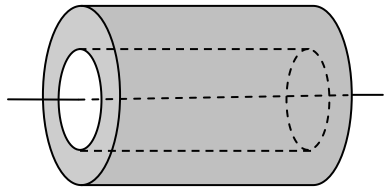
ii) Πόση είναι η ροπή αδράνειας του ίδιου τετραγώνου ως προς κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από την πλευρά ΑΔ;

36) Δίνεται μια πόρτα με πλευρές ΑΒ=1m και ΑΔ=2m, μάζας 20kg. Να υπολογίστε τη ροπή αδράνειας της πόρτας ως προς άξονα που διέρχεται από τη πλευρά ΑΔ. Να θεωρήσετε ότι η πόρτα αποτελείται από μικρές σανίδες, η μια δίπλα στην άλλη, ενώ δίνεται ότι η ροπή μιας ομογενούς ράβδου μήκους ℓ και μάζας m, ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της και είναι κάθετος προς αυτήν δίνεται από τη σχέση

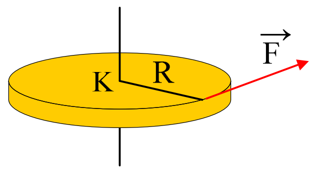


$I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$.

37) Δίνεται ένα κυλινδρικό κέλυφος, εσωτερικής ακτίνας r=0,3m και εξωτερικής R=0,4m, μάζας m=4kg. Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του κελύφους, ως προς τον άξονα x, ο οποίος διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεων.
Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεων $I = \frac{1}{2} m \cdot R^2$.



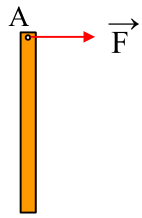
38) Ένας δίσκος μάζας M και ακτίνας R=0,2m περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδο του δίσκου, με γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω_0 =60rad/s. Τη χρονική στιγμή t_0=0 ασκούμε στο δίσκο δύναμη $\vec{F}$ σταθερού μέτρου F=10N, η οποία εφάπτεται συνεχώς στην περιφέρεια του δίσκου, με αποτέλεσμα ο δίσκος να σταματήσει στιγμιαία τη χρονική στιγμή t_1=10s. Να υπολογίσετε:



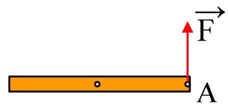
i) Το ρυθμό μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου.
ii) Να σχεδιάστε τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης του δίσκου τη χρονική στιγμή t=4s.
iii) Τη γωνία κατά την οποία στρέφεται ο δίσκος στο παραπάνω χρονικό διάστημα.
iv) Τον αντίστοιχο αριθμό περιστροφών του δίσκου.
v) Τη ροπή αδράνειας του δίσκου.

vi) Να γίνει η γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας σε συνάρτηση με το χρόνο μέχρι τη χρονική στιγμή t_2=15s.

39) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ομογενής σανίδα μάζας 2kg. Σε μια στιγμή στο άκρον της Α ασκείται δύναμη F=2N, όπως στο σχήμα. Να βρείτε την επιτάχυνση που αποκτά το σημείο Α για $t=0^+$.
Η ροπή αδράνειας της σανίδας ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτήν και περνάει από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12} ml^2$.

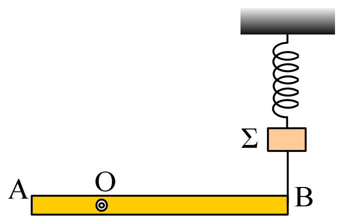


40) Μια ομογενής σανίδα μήκους ℓ =6m και μάζας m=2kg αφήνεται για t=0 από οριζόντια θέση να κινηθεί, ενώ μέσω νήματος ασκείται πάνω της κατακόρυφη δύναμη F=10N, όπως στο σχήμα. Να βρεθούν για τη χρονική στιγμή $t=0^+$:



i) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της σανίδας.
ii) Η γωνιακή της επιτάχυνση.
iii) Η επιτάχυνση του σημείου Α.
Δίνονται g=10m/s^2 και για τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$.

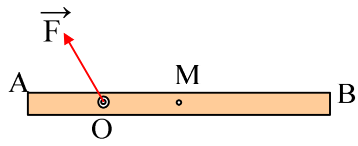
41) Η ομογενής ράβδος ΑΒ έχει μήκος ℓ =4m και μάζα M=6kg, μπορεί δε να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο, όπου (ΑΟ)=1m και ισορροπεί οριζόντια όπως στο σχήμα. Το σώμα Σ έχει μάζα 1kg και το ελατήριο έχει σταθερά k=100N/m.



i) Βρείτε την δύναμη που δέχεται η ράβδος από το νήμα.
ii) Σε μια στιγμή t=0 κόβουμε το νήμα που συνδέει τη ράβδο με το σώμα Σ.
α) Πόση γωνιακή επιτάχυνση θα αποκτήσει η ράβδος αμέσως μετά;
β) Βρείτε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο, y=f(t), για την ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα Σ, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα κάτω.

Δίνονται $g=10m/s^2$ και για τη ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσον της $I_{cm} = \frac{1}{12} M\ell^2$.

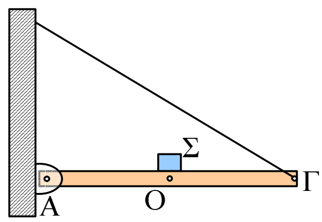
42) Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ =2m και μάζας m=10kg μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το σημείο Ο, όπου (ΑΟ)=0,5m. Αφήνουμε την ράβδο από μια ορισμένη θέση, οπότε τη στιγμή που γίνεται οριζόντια, όπως στο σχήμα, έχει γωνιακή ταχύτητα ω=3rad/s. Για την θέση αυτή ζητούνται:



i) Η ταχύτητα του μέσου Μ της ράβδου.
ii) Η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.
iii) Ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας του μέσου Μ της ράβδου.
iv) Η οριζόντια και η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης $\vec{F}$ που δέχεται η ράβδος από τον άξονα περιστροφής.

Δίνονται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο άξονα που διέρχεται από το μέσον της $I=\frac{1}{12} m\ell^2$ και $g=10m/s^2$.

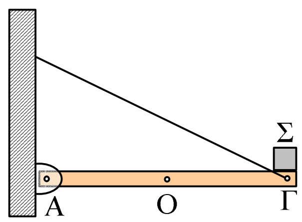
43) Η ράβδος ΑΓ του σχήματος έχει μάζα Μ=3kg, μήκος ℓ =4m και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α και ισορροπεί σε οριζόντια θέση με τη βοήθεια νήματος, το οποίο σχηματίζει με τη ράβδο γωνία θ=30°. Στο μέσον Ο της ράβδου τοποθετούμε ένα μικρό σώμα Σ μάζας m_1=1kg.



i) Να υπολογίστε την τάση του νήματος
ii) Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα.
a) Να υπολογιστεί η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου αμέσως μετά.
b) Ποια η δύναμη που ασκεί το σώμα Σ στη ράβδο αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος;

Δίνεται για την ράβδο $\boldsymbol{I}_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$. $g=10m/s^2$.

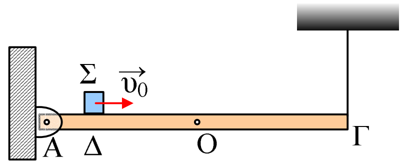
44) Η ράβδος ΑΓ του σχήματος έχει μάζα Μ=3kg και μήκος ℓ =4m και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο Α και ισορροπεί σε οριζόντιο θέση με τη βοήθεια νήματος. Στο άκρο Γ έχουμε τοποθετήσει ένα υλικό σημείο Σ, μάζας m_1=1kg. Σε μια στιγμή κόβουμε το νήμα.



i) Να αποδείξτε ότι το σώμα Σ θα χάσει της επαφή με τη σανίδα.
ii) Βρείτε την αρχική γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου.

Δίνεται για την ράβδο $\boldsymbol{I}_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$. $g=10m/s^2$.

45) Μια ομογενής οριζόντια δοκός ΑΓ μάζας m_1=10kg και μήκους 6m είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, ενώ στο άκρο της Γ είναι δεμένη με κατακόρυφο νήμα, το όριο θραύσεως του οποίου είναι $T_{θρ}$=100N. Πάνω στη δοκό ολισθαίνει ένα σώμα Σ, το οποίο θεωρείται υλικό σημείο, μάζας m_2=6kg και για t=0 περνά από το σημείο Δ, όπου (ΑΔ)=1m με ταχύτητα $υ_0$=7m/s, όπως στο σχήμα. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του σώματος Σ και της δοκού είναι μ=0,6, να βρείτε:



i) Για t=0, να βρεθούν:
   a) Η τάση του νήματος.
   b) Η οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση στο άκρο της Α.

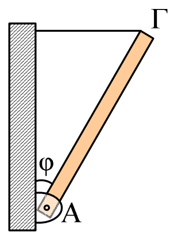
ii) Ποια χρονική στιγμή θα κοπεί το νήμα;

iii) Βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ αμέσως μόλις κοπεί το νήμα.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας δοκού ως προς κάθετο άξονα ο οποίος διέρχεται από το μέσον της $I=\frac{1}{12}m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.

46) Μια ομογενής ράβδος μήκους ℓ και μάζας m=0,8kg είναι αρθρωμένη στο άκρο της Α, ενώ ισορροπεί όπως στο σχήμα, όταν το άλλο της άκρο Γ, συνδέεται μέσω οριζόντιου νήματος με τον κατακόρυφο τοίχο. Η γωνία φ που σχηματίζει η ράβδος με τον τοίχο, έχει ημφ=0,6.

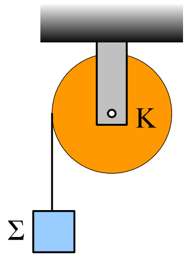
i) Ποια η οριζόντια και ποια η κατακόρυφη συνιστώσα της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση στο σημείο Α;



ii) Σε μια στιγμή κόβεται το νήμα. Για τη στιγμή αυτή, αμέσως μετά, να βρεθούν:
   a) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας της ράβδου,
   b) Η επιτάχυνση του σημείου Γ;

Για την ράβδο $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$.

47) Στην τροχαλία του σχήματος ακτίνας R=0,2m, τυλίγεται αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου δένεται σώμα Σ μάζας m=1kg. Η τροχαλία μπορεί να στρέφεται γύρω από τον άξονα που περνά από το κέντρο της Κ. Αφήνουμε το σώμα Σ ελεύθερο, οπότε αποκτά ταχύτητα 4m/s σε χρονικό διάστημα t=2s.



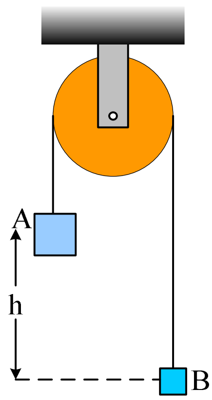
i) Βρείτε την επιτάχυνση του σώματος Σ και την γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας.

ii) Βρείτε την τάση του νήματος.

iii) Πόση είναι η κινητική ενέργεια της τροχαλίας την παραπάνω χρονική στιγμή;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας $I=\frac{1}{2}m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.

48) Στο αυλάκι της τροχαλίας του διπλανού σχήματος έχει τυλιχθεί ένα αβαρές νήμα στα άκρα του οποίου έχουμε κρεμάσει δύο σώματα Α και Β με μάζες m_1=4kg και m_2=2kg αντίστοιχα. Τα δύο σώματα συγκρατούνται ώστε να απέχουν κατακόρυφη απόσταση h=5m. Σε μια στιγμή αφήνουμε τα σώματα να κινηθούν, οπότε μέχρι να απέχουν ξανά κατακόρυφα 5m μεταξύ τους, η τροχαλία έχει κάνει $N=\frac{40}{\pi}$ στροφές έχοντας



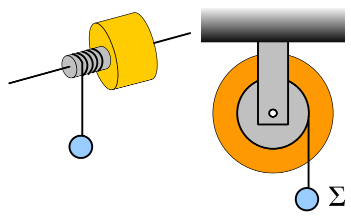
αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα ω=60rad/s. Να υπολογιστούν:

i) Η επιτάχυνση κάθε σώματος.
ii) Η τάση κάθε νήματος.
iii) Η ακτίνα της τροχαλίας.
iv) Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας.
v) Η μάζα της τροχαλίας.
vi) Η δύναμη που δέχεται η τροχαλία από τον άξονα.

Δίνεται ότι η τροχαλία στρέφεται χωρίς τριβές, το νήμα δεν γλιστράει στο αυλάκι της, ενώ:

$I=\frac{1}{2}MR^2$ και $g=10m/s^2$.

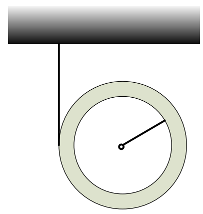
49) Το ομοαξονικό σύστημα των κυλίνδρων του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα. Ο μικρός κύλινδρος έχει μάζα 2kg και ακτίνα r=0,1m, ενώ ο μεγάλος έχει ακτίνα R=0,2m. Το σώμα Σ έχει μάζα m=2kg, είναι δεμένο στο ελεύθερο άκρο αβαρούς νήματος που είναι τυλιγμένο στην περιφέρεια του μικρού κυλίνδρου. Αφήνουμε το σώμα Σ ελεύθερο, οπότε διανύει απόσταση d=4m σε χρονικό διάστημα t=2s. Να βρείτε:



i) Την τάση του νήματος,
ii) τη γωνιακή επιτάχυνση των κυλίνδρων,
iii) τη μάζα Μ του μεγάλου κυλίνδρου.

Δίνονται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του $I=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10m/s^2$.

50) Στην περιφέρεια ενός σωλήνα με λεπτά τοιχώματα, ακτίνας R=0,2m, είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου δένεται σε σταθερό σημείο. Για t=0 αφήνουμε ελεύθερο τον σωλήνα να πέσει κατακόρυφα, ενώ ο άξονάς του διατηρείται συνεχώς οριζόντιος.

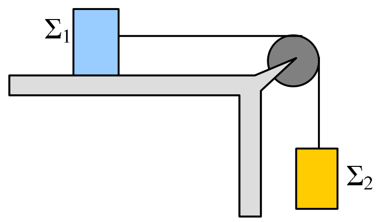


Να βρείτε:

i) την γωνιακή του επιτάχυνση,
ii) τη γωνιακή του ταχύτητα τη χρονική στιγμή t=4s,
iii) πόσο έχει κατέβει ο σωλήνας στο παραπάνω χρονικό διάστημα;

Δίνεται $g=10m/s^2$.

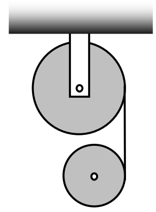
51) Το σύστημα των σωμάτων $Σ_1$ και $Σ_2$ με ίσες μάζες $m_1=m_2=2kg$ συνδέονται με αβαρές νήμα το οποίο διέρχεται από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας $m_3=1kg$ και ακτίνας R, όπως στο σχήμα. Το σύστημα είναι ακίνητο και τα νήματα τεντωμένα. Τη χρονική στιγμή t=0 αφήνουμε ελεύθερο το σώμα $Σ_2$.



i) Αν σε χρόνο Δt=3s η τροχαλία περιστρέφεται κατά γωνία θ=27rad, ενώ μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του οριζοντίου επιπέδου δεν υπάρχει τριβή, να υπολογίσετε:
   a) Το μέτρο της επιτάχυνσης κάθε σώματος.
   b) Τα μέτρα των δυνάμεων που τείνονται τα δύο νήματα.
   c) Την ακτίνα της τροχαλίας.
ii) Αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ του σώματος $Σ_1$ και του οριζοντίου επιπέδου είναι μ=0,5 πόση η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας $I = \frac{1}{2}MR^2$.

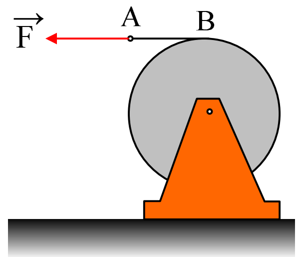
52) Η μεγάλη τροχαλία του διπλανού σχήματος έχει μάζα M=3kg και ακτίνα R=0,2m και κρέμεται από σταθερό σημείο. Η μικρή τροχαλία έχει μάζα m=1kg και ακτίνα r=0,1m και για t=0 αφήνεται και πέφτει κατακόρυφα καθώς το αβαρές νήμα ξετυλίγεται και από τις δύο τροχαλίες. Να βρεθούν:



i) Οι γωνιακές επιταχύνσεις των δύο τροχαλιών,
ii) η τάση του νήματος και
iii) η ταχύτητα της μικρής τροχαλίας την χρονική στιγμή t_1 =11s.

Οι τροχαλίες θεωρούνται κυλινδρικά σώματα με $I= \frac{1}{2}mR^2$ και $g=10m/s^2$.

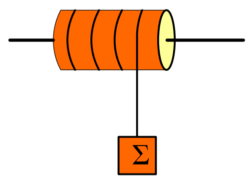
53) Ο τροχός του σχήματος έχει μάζα m=1kg και ακτίνας R=0,4m, μπορεί να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον οριζόντιο άξονα που περνά από το κέντρο του Κ. Ο άξονας στηρίζεται σε βάση, η οποία είναι τοποθετημένη σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Η βάση μαζί με τον άξονα και τα στηρίγματα έχουν μάζα M=9kg. Γύρω από τον τροχό είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου το τραβάμε με σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=40N. Να βρείτε:



i) Την επιτάχυνση a της βάσης.
ii) Την επιτάχυνση του σημείου Α, εφαρμογής της δύναμης F.

Δίνεται για τον κύλινδρο $I= \frac{1}{2}mR^2$.

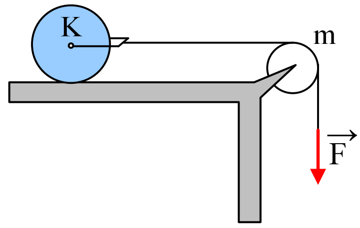
54) Γύρω από κύλινδρο μάζας M=3kg και ακτίνας R=0,4m, ο οποίος μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, στο άλλο άκρο του οποίου δένουμε ένα σώμα Σ μάζας m=1kg, το οποίο για t=0 αφήνουμε να πέσει. Για τη χρονική στιγμή t_1=1s, να βρεθούν:



i) Η επιτάχυνση του σώματος Σ. Πώς επηρεάζεται η τιμή της από την ακτίνα του κυλίνδρου;
ii) Η ταχύτητα και η απόσταση που έχει διανύσει το σώμα Σ.
iii) Η γωνιακή επιτάχυνση και η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.
iv) Η γωνία κατά την οποία έχει περιστραφεί ο κύλινδρος.
v) Η μείωση της δυναμικής ενέργειας του σώματος Σ.
vi) Πόση είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Σ και του κυλίνδρου τη χρονική στιγμή t_1;

Για τον κύλινδρο: $\boldsymbol{I}= \frac{1}{2}m{\cdot}R^2$ $g=10m/s^2$.

55) Στο αυλάκι της τροχαλίας του σχήματος, μάζας m=2kg και ακτίνας r=0,1m, περνά ένα αβαρές σχοινί, που στο ένα του άκρο του είναι δεμένο το κέντρο Κ του τροχού ακτίνας R=0,3m και μάζας M=4kg και στο άλλο ασκούμε μια κατακόρυφη δύναμη F=30N. Το σχοινί δεν γλιστρά στο αυλάκι της τροχαλίας και ο τροχός κυλίεται στο οριζόντιο επίπεδο χωρίς να ολισθαίνει.



i) Αν το σημείο εφαρμογής της δύναμης $\vec{F}$ κατέβει κατά dx:
   a) Πόσο θα μετακινηθεί ο τροχός;

b) Κατά ποια γωνία θα περιστραφεί η τροχαλία και κατά ποια ο τροχός;

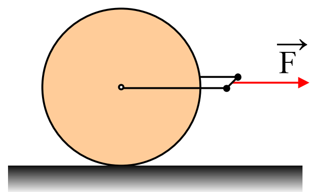
ii) Ποια η γωνιακή επιτάχυνση της τροχαλίας,

iii) Ποια η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού και ποια η επιτάχυνση του κέντρου του τροχού;

iv) Όταν ο τροχός έχει ολοκληρώσει δύο περιστροφές, πόσες περιστροφές έχει πραγματοποιήσει η τροχαλία;

Δίνονται για την τροχαλία $I_{cm}= \frac{1}{2}\ mr^2$, για τον τροχό $I_{cm}= \frac{1}{2}\ MR^2$ και $g=10m/s^2$.

56) Ένας κύλινδρος μάζας 10kg και ακτίνας R=0,2kg ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή ασκείται πάνω του οριζόντια δύναμη F=45N, όπως στο σχήμα. Αν ο κύλινδρος κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ζητούνται:



i) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.

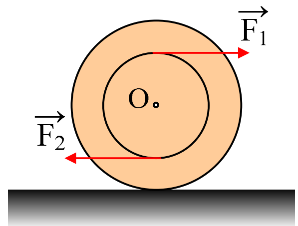
ii) Η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.

iii) Η Τριβή που ασκείται στον κύλινδρο.

iv) Ο ελάχιστος συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και επιπέδου, ώστε να εξασφαλίζεται η παραπάνω κύλιση.

Δίνεται για τον κύλινδρο $I= \frac{1}{2}\ m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.

57) Ένας τροχός ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή, δέχεται μέσω κατάλληλου μηχανισμού, ένα ζεύγος οριζοντίων σταθερών δυνάμεων με μέτρα $F_1=F_2=30N$, οι οποίες ασκούνται σε σημεία που απέχουν απόσταση $r=\frac{R}{2}$ από το κέντρο του τροχού, οπότε αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Η μάζα του τροχού είναι ίση με 20kg και η ακτίνα του R=0,4m.



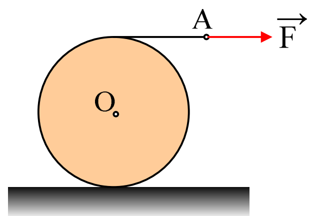
i) Σχεδιάστε στο σχήμα την ασκούμενη τριβή και δικαιολογήστε την κατεύθυνσή της.

ii) Βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση του τροχού, καθώς και την επιτάχυνση του κέντρου Ο του τροχού.

iii) Ποια η ελάχιστη τιμή του συντελεστή οριακής στατικής τριβής για να μπορεί να κυλίεται με τον παραπάνω τρόπο ο τροχός;

Δίνεται για τον τροχό, ως προς τον άξονα περιστροφής $I= \frac{1}{2}\ m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.

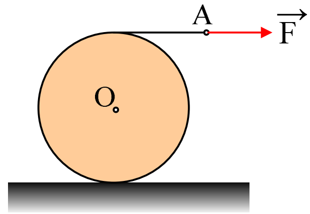
58) Γύρω από τον τροχό του σχήματος, μάζας m=2kg, είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου, ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F=3N. Αν ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ η ροπή αδράνειάς του δίνεται από τη σχέση $I=\frac{1}{2}mR^2$, να χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες δίνοντας σύντομες εξηγήσεις.



i) Ο τροχός θα αποκτήσει μεγαλύτερη επιτάχυνση, από αυτήν που θα αποκτούσε ένα άλλο σώμα, ίσης μάζας, το οποίο θα ολίσθαινε σε λείο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της δύναμης F.

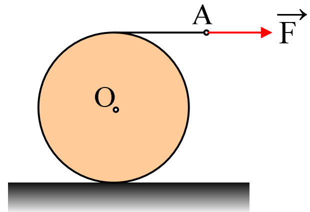
ii) Ο τροχός αποκτά επιτάχυνση a_{cm}=2m/s^2.
iii) Το σημείο Α, εφαρμογής της δύναμης F έχει επιτάχυνση 4m/s^2.
iv) Στον τροχό ασκείται στατική τριβή με φορά προς τα δεξιά.
v) Ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής είναι μεγαλύτερος από 0,05.

59) Γύρω από τον τροχό του σχήματος, μάζας m=4kg, είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο Α του οποίου, ασκούμε σταθερή οριζόντια δύναμη F=15N. Αν ο τροχός κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει, ενώ η ροπή αδράνειάς του δίνεται από τη σχέση I= $\frac{1}{2}$ mR^2.



i) Βρείτε την επιτάχυνση του κέντρου του τροχού.
ii) Ποιος ο ελάχιστος συντελεστής της οριακής στατικής τριβής μεταξύ τροχού και οριζοντίου επιπέδου;
iii) Ποια η ταχύτητα του τροχού τη στιγμή που το άκρο Α του νήματος έχει μετακινηθεί κατά x_A=20m;

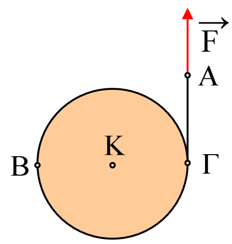
60) Ένας κύλινδρος μάζας m=4kg και ακτίνας R=0,4m, ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης F=6N, η οποία ασκείται εφαπτομενικά στον κύλινδρο, όπως στο σχήμα. Ο κύλινδρος αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει.



i) Ποια η επιτάχυνση που αποκτά ο κύλινδρος;
ii) Να υπολογιστεί το μέτρο της τριβής που ασκείται στον κύλινδρο και να αποδείξετε ότι έχει φορά προς τα δεξιά.
iii) Πόση είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου, όταν έχει κυλήσει κατά απόσταση d=4m;

Για τον κύλινδρο $\boldsymbol{I}$= $\frac{1}{2}$ mR^2.

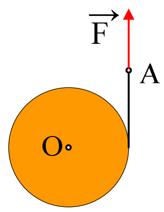
61) Γύρω από έναν κύλινδρο μάζας m=20kg και ακτίνας R=0,5m τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα. Σε μια στιγμή t=0 ασκούμε στο άκρο του νήματος Α μια σταθερή κατακόρυφη δύναμη F=100N, ενώ ταυτόχρονα αφήνουμε ελεύθερο το κύλινδρο να κινηθεί κατακόρυφα, όπως στο σχήμα. Να βρεθούν:



i) Η επιτάχυνση του κέντρου Κ του κυλίνδρου.
ii) Η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
iii) Τη χρονική στιγμή t_1=4s:
   a) Ποια η ταχύτητα πτώσης του κυλίνδρου;
   b) Ποια η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου;
   c) Ποια η κατακόρυφη επιτάχυνση και ποια η ταχύτητα των σημείων Β και Γ, τα οποία είναι στα άκρα μιας οριζόντιας διαμέτρου του κυλίνδρου;
   d) Πόσο έχει ανέβει το άκρο Α του νήματος;

Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός κυλίνδρου ως προς τον άξονα που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεών του I= $\frac{1}{2}$ mR^2 και g=10m/s^2.

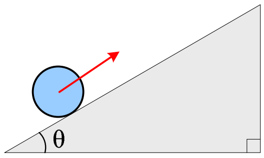
62) Τυλίγουμε γύρω από ένα κύλινδρο ένα αβαρές νήμα και ασκώντας στο άκρο του Α μια κατακόρυφη δύναμη $\vec{F}$ τον αφήνουμε να κινηθεί. Η μάζα του κυλίνδρου είναι m=6kg και η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύ-



ρω από τον άξονά του που διέρχεται από το κέντρο της βάσης του Ο, δίνεται από τη σχέση I=$\frac{1}{2}$ mR^2 ενώ g=10m/s^2. Αν το σημείο Α κατέβει κατά y_A=9m σε χρονικό διάστημα t_1=3s να βρείτε:

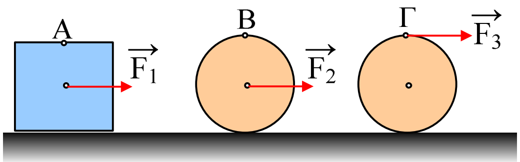
i) Το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$.
ii) Πόσο έχει κατέβει ο κύλινδρος στο ίδιο χρονικό διάστημα;
iii) Υπολογίστε την κινητική ενέργεια του κυλίνδρου για t_1=3s.

63) Από την βάση ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσεως θ, όπου ημθ=0,6 εκτοξεύεται ένας κύλινδρος με αρχική ταχύτητα $υ_0$=8m/s και γωνιακή ταχύτητα $ω_0$, οπότε αρχίζει να κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Ο κύλινδρος έχει μάζα m=10kg και ακτίνα R=0,4m, ενώ η ροπή αδράνειάς του ως προς τον άξονα περιστροφής του δίνεται από την εξίσωση
I= $\frac{1}{2}$ mR^2 και g=10m/s^2.



i) Ποια η αρχική του γωνιακή ταχύτητα;
ii) Πόσο διάστημα θα διανύσει ο κύλινδρος κατά την άνοδό του, μέχρι να σταματήσει στιγμιαία;
iii) Πότε δέχεται μεγαλύτερη τριβή ο κύλινδρος, κατά την άνοδο ή την κάθοδο;
iv) Βρείτε την ταχύτητα του κυλίνδρου τις χρονικές στιγμές t_1=1s και t_2=3s.

64) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμούν τρία σώματα της ίδιας μάζας Μ. Το πρώτο είναι ένας κύβος ενώ τα δύο άλλα δύο όμοιοι κύλινδροι της ίδιας ακτίνας R. Σε μια στιγμή t=0, ασκούνται πάνω τους τρεις ίσες σταθερές δυνάμεις F_1=F_2=F_3, όπως στο σχήμα, όπου οι δύο πρώτες δυνάμεις α-σκούνται στα κέντρα των σωμάτων, ενώ η τρίτη ασκείται πάντα στην περιφέρεια του κυλίνδρου.

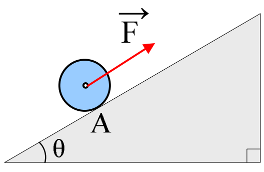


i) Να συγκρίνετε τις επιταχύνσεις του κέντρου μάζας των τριών σω-μάτων.
ii) Να συγκρίνετε τις ταχύτητες των σημείων Α, Β και Γ μετά από χρονικό διάστημα t_1.
iii) Για τη χρονική στιγμή t_1 να υπολογίστε τους λόγους:

α) $\frac{W_{F_1}}{W_{F_2}}$ και $\frac{W_{F_2}}{W_{F_3}}$ όπου W τα αντίστοιχα έργα των δυνάμεων.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του I= $\frac{1}{2}$ mR^2.

65) Ένας κύλινδρος μάζας m=10kg και ακτίνας R=0,4m ηρεμεί στο σημείο Α κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως θ=30° με την επίδραση δύναμης F πα-ράλληλης στο επίπεδο, η οποία ασκείται στον άξονα που συνδέει τα κέ-



ντρα των δύο βάσεων, όπως στο σχήμα. Δίνονται οι συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0,3$, $g=10m/s^2$ ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου δίνεται από τη σχέση $I=\frac{1}{2}mR^2$.

i) Βρείτε το μέτρο της δύναμης F και εξηγείστε γιατί δεν ασκείται τριβή στον κύλινδρο.

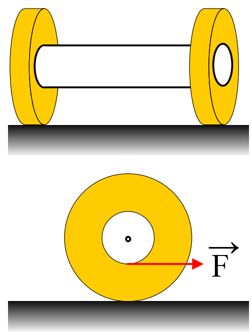
ii) Σε μια στιγμή t=0 αυξάνουμε το μέτρο της δύναμης στην τιμή F=80N, μέχρι τη στιγμή $t_1=5s$, οπότε η δύναμη F καταργείται.

  a) Βρείτε το μέτρο της ασκούμενης τριβής και σχεδιάστε την στο σχήμα για τις χρονικές στιγμές $t_2=3s$ και $t_3=6s$.

  b) Σε πόση απόσταση από το σημείο Α ο κύλινδρος σταματά στιγμιαία πριν αρχίζει να κινείται προς τα κάτω, κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου;

  c) Πόσες περιστροφές έχει εν τω μεταξύ εκτελέσει ο κύλινδρος;

66) Δίνεται το σύστημα των δύο τροχών του σχήματος, ακτίνας R=1m, οι οποίοι συνδέονται με κύλινδρο ακτίνας r=0,5m. Η μάζα του συστήματος είναι ίση με10kg, ενώ η ροπή αδράνειας ως προς τον άξονα του περιστροφής του κυλίνδρου $\boldsymbol{I}=3kg\cdot m^2$. Γύρω από τον κύλινδρο τυλίγουμε αβαρές νήμα, μέσω του οποίου ασκούμε οριζόντια δύναμη $\vec{F}$, όπως δείχνεται στο κάτω σχήμα, ενώ οι τροχοί παρουσιάζουν με το έδαφος συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0,5$.

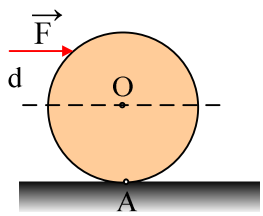


i) Αν F=35N, να βρείτε την επιτάχυνση και τη γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος.

ii) Αυξάνουμε σιγά-σιγά το μέτρο της δύναμης F. Ποια είναι η μέγιστη τιμή της δύναμης για την οποία δεν παρατηρείται ολίσθηση;

iii) Αν F=112N ποια η επιτάχυνση και ποια η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος; Περιγράψτε την κίνηση του συστήματος στην περίπτωση αυτή.

67) Κτυπάμε για t=0, μια σφαίρα ακτίνας R=0,5m οριζόντια σε κατακόρυφη απόσταση d, από το κέντρο της, οπότε αποκτά οριζόντια ταχύτητα $\upsilon_0=10m/s$ και γωνιακή ταχύτητα $\omega_0=8rad/s$. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ σφαίρας και δαπέδου είναι μ=0,2.



i) Ποια είναι η ταχύτητα για $t=0^+$ του σημείου επαφής Α της σφαίρας με το επίπεδο;

ii) Να σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στη σφαίρα.

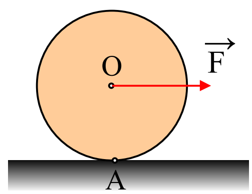
iii) Ποια επιτάχυνση αποκτά η σφαίρα και τι κίνηση θα εκτελέσει;

iv) Υπολογίστε την ταχύτητα της σφαίρας, τη στιγμή που θα σταματήσει η ολίσθηση και θα έχουμε μόνο κύλιση.

Δίνεται για τη σφαίρα: $\boldsymbol{I}=\frac{2}{5}mR^2$.

68) Κυλίεται μόνο ή και ολισθαίνει;

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας τροχός, μάζας m=2kg και ακτίνας R=1m που ηρεμεί σ' οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής οριακής $\mu_s=0,15$ και ολίσθησης μ=0,1. Για t=0 ασκούμε πάνω του οριζόντια δύναμη F=12N.



i) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του και δώστε τις εξισώσεις από τις οποίες υπολογίζουμε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας Ο και την γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

ii) Για να βρούμε αν η τριβή είναι στατική ή ολίσθησης, υποθέτουμε ότι ο τροχός δεν ολισθαίνει. Ποια σχέση συνδέει τις δύο παραπάνω επιταχύνσεις;

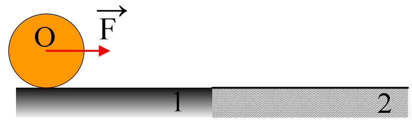
iii) Με βάση την παραπάνω προϋπόθεση, υπολογίστε την τιμή του μέτρου της τριβής. Είναι αποδεκτή η τιμή που υπολογίσατε; Σε τι συμπέρασμα καταλήγετε;

iv) Τι κίνηση τελικά εκτελεί το σώμα και ποια η ταχύτητα του σημείου Α για t=2s;

v) Ποια η ελάχιστη τιμή του συντελεστή στατικής τριβής, ώστε ο τροχός να κυλίεται μόνο χωρίς να ολισθαίνει;

Δίνονται για τον τροχό $I_{cm} = \frac{1}{2}\, m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.

69) Ένας τροχός μάζας m=10kg και ακτίνας R=1m είναι ακίνητος σε οριζόντιο επίπεδο (1), απέχοντας απόσταση d=8m από δεύτερο επίπεδο (2). Για t=0 ασκείται στο κέντρο του Ο μια οριζόντια δύναμη F=60N. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ τροχού και των δύο επιπέδων είναι $\mu_{s1}=\mu_1=0{,}5$ και $\mu_{s2}=\mu_2=0{,}1$. Ποια η ταχύτητα του κέντρου Ο και ποια η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του τροχού:

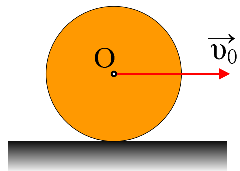


i) Τη στιγμή που περνά από το ένα επίπεδο στο άλλο.

ii) Τη χρονική στιγμή t_1=4s.

Για τον τροχό $I=\frac{1}{2}mR^2$ και $g=10m/s^2$.

70) Ένας τροχός μάζας 4kg και ακτίνας R=0,5m εκτοξεύεται οριζόντια με αρχική ταχύτητα μέτρου 12m/s και χωρίς γωνιακή ταχύτητα, σε οριζόντιο επίπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστές τριβής $\mu_s=\mu=0{,}2$. Δίνεται για τον τροχό: $I= \frac{1}{2}\, m\cdot R^2$ και $g=10m/s^2$.



i) Σχεδιάστε τις δυνάμεις που ασκούνται στο τροχό και βρείτε τα μέτρα τους.

ii) Υπολογίστε την επιτάχυνση του κέντρου Ο του τροχού.

iii) Γιατί ο τροχός θα αρχίσει να στρέφεται; Βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση που θα αποκτήσει.

iv) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου για t=0,4s;

v) Αποδείξτε ότι ο τροχός θα επιβραδύνεται μέχρι την χρονική στιγμή t_1=2s. Τι κίνηση θα εκτελέσει από κει και πέρα;

vi) Υπολογίστε την οριζόντια μετατόπιση του τροχού, μέχρι τη στιγμή που σταματά η ολίσθηση. Πόσες περιστροφές έχει πραγματοποιήσει στο παραπάνω χρονικό διάστημα;

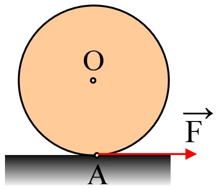
71) **Και αν είναι τροχός αυτοκινήτου;…….**

Ένας τροχός αυτοκινήτου μάζας 10kg, ακτίνας R=0,4m ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο με το οποίο παρουσιάζει συντελεστές τριβής μ_s=0,5 και μ=0,4. Σε μια στιγμή t=0, δέχεται σταθερή ροπή ως προς τον άξονά του τ= 48N·m, μέσω του συστήματος κίνησης, μέχρι τη χρονική στιγμή

t_1=2s, οπότε μηδενίζεται. Ας αγνοήσουμε το υπόλοιπο αυτοκίνητο και ας μελετήσουμε την κίνηση του τροχού σαν μεμονωμένο σώμα, θεωρώντας ότι ως προς τον άξονά του $I=\frac{1}{2}m\cdot R^2$.

i) Σχεδιάστε ένα σχήμα στο οποίο να εμφανίζονται οι δυνάμεις που ασκούνται στον τροχό.
ii) Πώς υπολογίζουμε την επιτάχυνση και πώς τη γωνιακή επιτάχυνση του τροχού;
iii) Ας υποθέσουμε ότι ο τροχός κυλίεται και δεν ολισθαίνει. Με την υπόθεση αυτή ποια η επιτάχυνση που αποκτά ο τροχός και ποια τιμή παίρνει η τριβή; Είναι αποδεκτή η παραπάνω τιμή;
iv) Ποια η επιτάχυνση, η ταχύτητα και η γωνιακή ταχύτητα του τροχού για t_1 =2s;
v) Ποια χρονική στιγμή ο τροχός σταματά να ολισθαίνει και κυλίεται μόνο;
vi) Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της ταχύτητας του κέντρου του τροχού και του μέτρου της γωνιακής του ταχύτητας, σε συνάρτηση με το χρόνο. g=10m/s^2.

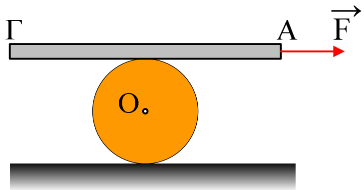
72) Γύρω από το μέσον ενός κυλίνδρου μάζας 10kg και ακτίνας R=0,4m τυλίγουμε ένα νήμα. Αφήνουμε τον κύλινδρο σε λείο οριζόντιο επίπεδο και ασκούμε πάνω του μέσω του νήματος σταθερή οριζόντια δύναμη F=10N, όπως στο σχήμα.



i) Να περιγράψτε την κίνηση του κυλίνδρου.
ii) Να βρείτε τις ταχύτητες του κέντρου O και του σημείου επαφής A του κυλίνδρου με το επίπεδο τη χρονική στιγμή t=4s.
iii) Πόσο είναι το μήκος του νήματος που ξετυλίχθηκε στο παραπάνω χρονικό διάστημα;

Δίνονται για τον κύλινδρο $\boldsymbol{I}_{cm}=\frac{1}{2}\ m\cdot R^2$.

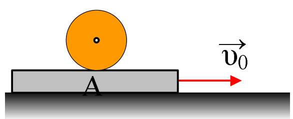
73) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας ομογενής κύλινδρος ακτίνας R=1m και μάζας M=30kg και πάνω του ισορροπεί μια ομογενής ράβδος ΑΓ μάζας m_1=10kg. Σε μια στιγμή t=0 ασκούμε στο άκρο Α της ράβδου μια οριζόντια δύναμη $\vec{F}$ μέτρου F=60N.



Αν ο συντελεστής οριακής τριβής μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου είναι μ_s=0,4, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του $I=\frac{1}{2}M\cdot R^2$, ζητούνται:

i) Η επιτάχυνση της ράβδου.
ii) Η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου.
iii) Η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
iv) Η τριβή που ασκείται μεταξύ ράβδου και κυλίνδρου.

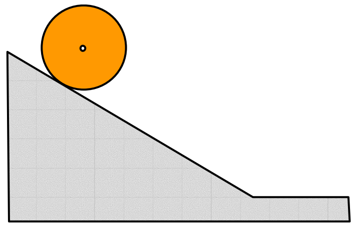
74) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο γλιστράει με αρχική ταχύτητα υ_0=10m/s μια σανίδα μάζας M=10kg. Σε μια στιγμή t=0, αφήνουμε πάνω της έναν ομογενή κύλινδρο μάζας m_1=2kg και ακτίνας R=0,2m, χωρίς αρχική ταχύτητα αλλά και χωρίς να στρέφεται. Αν ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και σανίδας είναι μ=0,1, ενώ για τον κύλιν-



δρο I= $\frac{1}{2}m\cdot R^2$, να βρείτε:

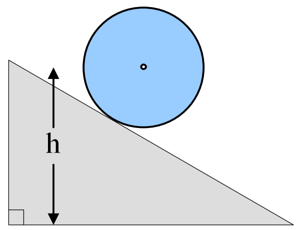
i) Την επιβράδυνση της σανίδας.
ii) Την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου.
iii) Τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
iv) Την ταχύτητα ενός σημείου επαφής του κυλίνδρου με τη σανίδα (σημείο Α) τη χρονική στιγμή t_1 =2s.

75) Μια σφαίρα αφήνεται να κινηθεί από ύψος h κατά μήκος λείου κεκλιμένου επιπέδου, οπότε φτάνει στο οριζόντιο επίπεδο μετά από χρόνο t_1 με ταχύτητα $υ_1$. Αν το επίπεδο δεν ήταν λείο και η σφαίρα κυλίεται χωρίς ολίσθηση, ο απαιτούμενος χρόνος είναι t_2 και η αντίστοιχη ταχύτητά της $υ_2$.



i) Για τα χρονικά αυτά διαστήματα ισχύει:
α) $t_1=t_2$ β) $t_1> t_2$ γ) $t_1< t_2$
Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.
ii) Για τις ταχύτητες $υ_1$ και $υ_2$ ισχύει.
α) $υ_1 = υ_2$ β) $υ_1 > υ_2$ γ) $υ_1 < υ_2$
iii) Να δικαιολογήστε την απάντησή σας.
Για τη σφαίρα $I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2$.

76) Από το ίδιο ύψος h σε ένα κεκλιμένο επίπεδο, αφήνουμε ταυτόχρονα δύο σφαίρες Α και Β, οι οποίες κυλίονται χωρίς να ολισθαίνουν. Η σφαίρα Α έχει μάζα m και ακτίνα R, ενώ η Β έχει μάζα 3m και ακτίνα $\frac{R}{2}$.



i) Για τα χρονικά διαστήματα t_A και t_B που απαιτούνται για να φτάσουν στη βάση του επιπέδου ισχύει:
α) $t_A< t_B$ β) $t_A = t_B$ γ) $t_A > t_B$.
ii) Για τις τελικές ταχύτητες $υ_A$ και $υ_B$ ισχύει:
α) $υ_A < υ_B$ β) $υ_A=υ_B$ γ) $υ_A > υ_B$.
iii) Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.
Για τη σφαίρα $I_{cm} = \frac{2}{5}mR^2$.