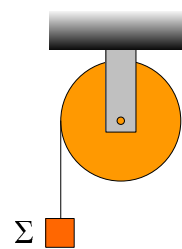


## Μηχανική Στερεού II.

- 1) Ο κύλινδρος του σχήματος έχει τυλιγμένο γύρω του ένα αβαρές νήμα, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα μάζας  $\Sigma$  μάζας  $m_1=2\text{kg}$ . Ο κύλινδρος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονά του που διέρχεται από τα κέντρα των δύο βάσεων. Σε μια στιγμή,  $t=0$ , αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί.

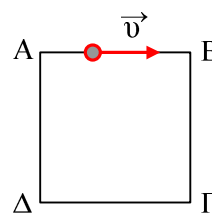


Δίνονται: Η ακτίνα του κυλίνδρου  $R=0,4\text{m}$ , η μάζα του κυλίνδρου  $M=4\text{kg}$ , τριβές δεν υπάρχουν, ενώ η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής  $I = \frac{1}{2} M \cdot R^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ .

Να βρείτε:

- i) Την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα  $\Sigma$ .
- ii) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας στον κύλινδρο.
- iii) Για τη χρονική στιγμή  $t=2\text{s}$  ζητούνται:
  - a) Η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.
  - b) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του.
  - c) Ο ρυθμός μεταβολής της συνολικής στροφορμής του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής του κυλίνδρου.

- 2) Υλικό σημείο μάζας  $m$  κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με ταχύτητα μέτρου  $v$ .



- i) Έχει ορμή; Στροφορμή; Εξηγήστε την άποψή σας.
  - a) Έστω ότι η κίνηση του σώματος γίνεται πάνω στην πλευρά  $AB$  του τετραγώνου  $AB\Gamma\Delta$  πλευράς  $a$ . Ποια η στροφορμή του σώματος στις θέσεις  $A$  και  $B$ :
    - b) ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο του χαρτιού στο σημείο  $\Delta$
    - c) ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο του χαρτιού στον μέσον  $M$  της  $A\Delta$ .
  - ii) Ποια η μεταβολή της ορμής και ποια της στροφορμής του ανάμεσα στις θέσεις  $A$  και  $B$ .

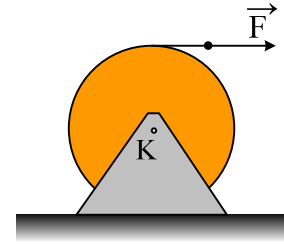
- 3) Τροχός ακτίνας  $R=0,2\text{m}$  και μάζας  $M=1\text{ kg}$ , η οποία θεωρείται συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του, στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0=5\text{rad/s}$  γύρω από κατακόρυφο άξονα κάθετο στο επίπεδο του τροχού, όπως στο σχήμα.



- i) Να υπολογίσετε το μέτρο της στροφορμής του τροχού.
- ii) Ο άνθρωπος στρέφει τον άξονα του τροχού κατά:
  - α)  $\varphi=60^\circ$  β)  $\varphi=90^\circ$  γ)  $\varphi=120^\circ$  δ)  $\varphi=180^\circ$
 χωρίς να μεταβληθεί το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας. Να υπολογίσετε την μεταβολή της στροφορμής του τροχού σε κάθε περίπτωση.
- iii) Αν καθεμιά από τις παραπάνω στροφές διαρκεί χρονικό διάστημα  $\Delta t=2\text{s}$ , να υπολογιστεί το μέτρο της ροπής που ασκεί-

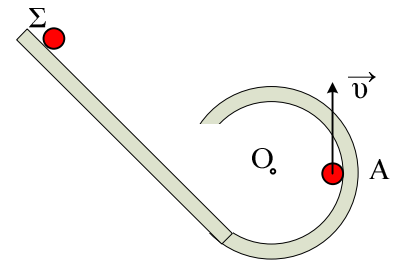
θηκε στον άξονα περιστροφής του τροχού.

- 4) Ομογενής τροχαλία μάζας  $M$  και ακτίνας  $R=0,2\text{m}$  μπορεί να περιστραφεί γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της  $K$ . Τυλίγουμε γύρω από το αυλάκι της τροχαλίας αβαρές και μη εκτατό νήμα και στο άκρο του ασκούμε δύναμη που μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση  $F=20-2t$  (S.I.).



- Ποιος ο μέγιστος και ποιος ο ελάχιστος ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας;
- Ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας τη χρονική στιγμή  $t=5\text{s}$ .
- Να κάνετε το διάγραμμα της γωνιακής επιτάχυνσης της τροχαλίας σε συνάρτηση με το χρόνο.
- Αν η γωνία κλίσης της παραπάνω γραφικής παράστασης είναι  $45^\circ$  να βρεθεί η μάζα της τροχαλίας.
- Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας τη στιγμή  $t=10\text{s}$ ; Δίνεται η ροπή αδράνειας της τροχαλίας  $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2} MR^2$ .

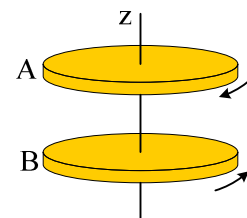
- 5) Στο διπλανό σχήμα η ομογενής σφαίρα ακτίνας  $r=1\text{ m}$  και μάζας  $7\text{kg}$ , αφήνεται στο σημείο  $\Sigma$  του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος  $h$ . Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο αλλά και στο εσωτερικό της κυκλικής στεφάνης, ακτίνας  $R=6\text{ m}$ . Τη στιγμή που περνάει από τη θέση  $A$ , όπου η ακτίνα ( $OA$ ) είναι οριζόντια, έχει κατακόρυφη ταχύτητα  $v=4\text{m/s}$ . Για την θέση αυτή:



- Βρείτε την γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας.
- Ποια η γωνιακή ταχύτητα του κέντρου της σφαίρας για την κυκλική της κίνηση, γύρω από το κέντρο της στεφάνης  $O$ ;
- Βρείτε την επιτάχυνση της σφαίρας.
- Ποια η στροφορμή και ποιος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας ως προς το κέντρο  $O$  της τροχιάς;
- Ποια η ακτινική δύναμη που δέχεται η σφαίρα από τη στεφάνη στη θέση  $A$ ;

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας  $I = \frac{2}{5} m \cdot r^2$  και  $g=10\text{ m/s}^2$ .

- 6) Γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα στρέφονται δύο δίσκοι  $A$  και  $B$  με την ίδια ακτίνα με μάζες  $m_1=2\text{kg}$  και  $m_2=3\text{kg}$  και με γωνιακές ταχύτητες μέτρων  $10\text{rad/s}$  και  $5\text{rad/s}$  αντίστοιχα, όπως στο σχήμα. Σε μια στιγμή ο  $A$  δίσκος ξεκολλά από την θέση του και πέφτοντας προσκολλάται στον δίσκο  $B$ .

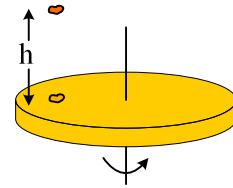


- Ποια η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος;
- Αν η ακτίνα των κυλίνδρων είναι ίση με  $1\text{m}$ , ενώ η αρχική κατακόρυφη απόστασή τους  $2\text{m}$ , ποια η απώλεια της Μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση; Δίνονται η ροπή αδράνειας ενός δίσκου ως προς τον άξονα

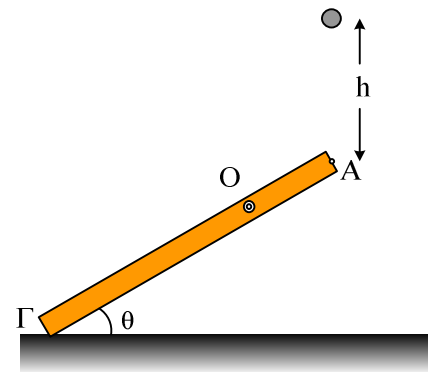
$$\text{περιστροφής του } I = \frac{1}{2} m R^2$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2.$$

- 7) Ο οριζόντιος δίσκος του σχήματος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο του με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1 = 20 \text{ rad/s}$ . Τοποθετούμε πάνω στο δίσκο και σε απόσταση  $d = 0,1 \text{ m}$  από το κέντρο του μια σημειακή μάζα  $m = 0,2 \text{ kg}$ , η οποία κολλάει στον δίσκο, ο οποίος αποκτά γωνιακή ταχύτητα  $\omega_2 = 10 \text{ rad/s}$ .
- Ποια η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς τον άξονα περιστροφής του;
  - Αν η σημειακή μάζα αφεθεί να πέσει από ύψος  $h = 1 \text{ m}$  και να κολλήσει στον δίσκο, όπως και προηγουμένως, ποια η

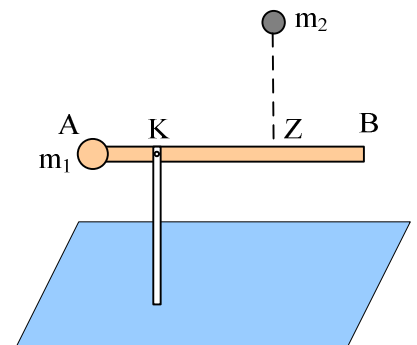


- 8) Η ομογενής ράβδος ΑΓ του σχήματος έχει μάζα  $4 \text{ kg}$ , μήκος  $6 \text{ m}$  και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από σημείο Ο όπου  $(AO) = 2 \text{ m}$ . Η ράβδος σχηματίζει με το έδαφος γωνία ίση με  $60^\circ$ . Αφήνουμε ένα πλαστικό σώμα Σ (το οποίο μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο), μάζας  $2 \text{ kg}$ , να πέσει από ύψος  $h = 5 \text{ m}$  πάνω από το άκρο Α και συγκρούεται πλαστικά με τη ράβδο. Να υπολογίσετε την απώλεια της μηχανικής ενέργειας, που οφείλεται στην πλαστική κρούση.
- Δίνεται η ροπή αδράνειας ράβδου μάζας  $m$  και μήκους  $l$  ως προς άξονα που διέρχεται από το άκρο της και είναι κάθετος στην ράβδο:



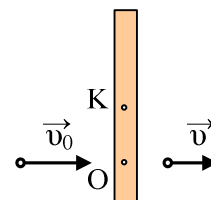
$$I_1 = \frac{1}{3} m \cdot l^2 \quad \text{και} \quad g = 10 \text{ m/s}^2.$$

- 9) Λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους  $\ell = 2 \text{ m}$  και μάζας  $M = 3 \text{ kg}$  μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από ενδιάμεσο σημείο της Κ και είναι κάθετος σ' αυτή. Στο άκρο Α έχουμε στερεώσει μικρό σώμα μάζας  $m_1 = 2 \text{ kg}$  και η ράβδο ισορροπεί οριζόντια. Ένα μικρό κομμάτι πλαστελίνης, μάζας  $m_2 = 0,8 \text{ kg}$  αφήνεται ελεύθερη από ύψος  $h = 1,8 \text{ m}$  πάνω από τη ράβδο, οπότε συγκρούεται και κολλάει σ' αυτή σε σημείο της Ζ. Αμέσως μετά τη στιγμή της σύγκρουσης ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής του συστήματος έχει μέτρο  $\frac{dL}{dt} = 8 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$ . Να υπολογίσετε:
- Την απόσταση (ΑΚ).
  - Την απόσταση (ΚΖ).
  - Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου αμέσως μετά την σύγκρουσή της με την πλαστελίνη.



Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που διέρχεται από το μέσον της  $I = \frac{1}{12} m l^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 10) Στην επιφάνεια μιας παγωμένης λίμνης ηρεμεί μια ομογενής σανίδα μήκους  $4 \text{ m}$  και μάζας  $M = 3 \text{ kg}$ . Ένα βλήμα μάζας  $m = 0,1 \text{ kg}$



κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου  $v_0=200\text{m/s}$  και διεύθυνση κάθετη στη σανίδα, κτυπά τη σανίδα σε σημείο O, το οποίο απέχει  $d=1\text{m}$  από το ένα της άκρο, την διαπερνά και εξέρχεται με ταχύτητα  $v=50\text{m/s}$ .

Βρείτε την ταχύτητα του κέντρου μάζας της σανίδας μετά τη κρούση.

- Υπολογίστε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής που θα αποκτήσει η σανίδα.
- Ποιο το μέτρο της ταχύτητας του σημείου O αμέσως μετά τη σύγκρουση;

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που διέρχεται από το μέσον της  $I = \frac{1}{12} ml^2$ .

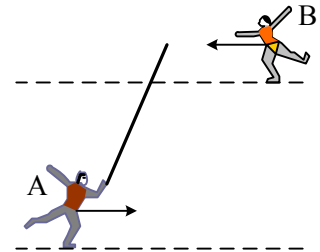
- 11) Μια ράβδος μήκους  $\ell$  και μάζας  $m$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Μια μπάλα, ίδιας μάζας  $m$ , που θεωρείται υλικό σημείο κινείται στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο, κάθετα προς τη ράβδο, με ταχύτητα  $v_0=20\text{m/s}$  και προσκολλάται στο άκρο A της ράβδου. Να βρεθεί η ταχύτητα του άκρου A αμέσως μετά την κρούση, όταν:

- Η ράβδος μπορεί να στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα ο οποίος περνά από το άκρο O της ράβδου.
- Η ράβδος είναι ελεύθερη να κινηθεί.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που διέρχεται από το μέσον της  $I = \frac{1}{12} m\ell^2$ .



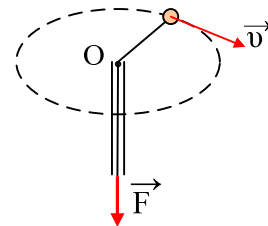
- 12) Οι παγοδρόμοι A και B έχουν ίσες μάζες  $m_1 = m_2 = 60\text{kg}$  και κινούνται ευθύγραμμα κατά μήκος των παραλλήλων γραμμών που απέχουν μεταξύ τους 4 m. Οι παγοδρόμοι έχουν ταχύτητες με μέτρα  $v_A = 10\text{m/s}$  και  $v_B = 8\text{m/s}$  και αντίθετης φοράς ώστε να πλησιάζει ο ένας τον άλλον. Ο παγοδρόμος A κρατάει στο χέρι του την μια άκρη ενός κονταριού μήκους 4 m και αμελητέας μάζας. Όταν οι παγοδρόμοι πλησιάσουν στην μικρότερη απόσταση, ο B πιάνει την ελεύθερη άκρη του κονταριού και πιασμένοι από τις άκρες του συνεχίζουν να κινούνται.



- Εξηγήστε και δικαιολογήστε με σαφήνεια ποιο θα είναι το είδος της κίνησης που θα εκτελούν οι παγοδρόμοι, από την στιγμή που συνδέονται και οι δύο στο κοντάρι και μετά.
- Υπολογίστε την ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος των δύο παγοδρόμων καθώς και την γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος.

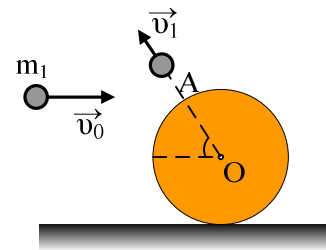
- 13) Σφαιρίδιο μάζας  $m = 0,5\text{ kg}$  κινείται κυκλικά χωρίς τριβές πάνω σε οριζόντιο τραπέζι με τη βοήθεια αβαρούς σχοινιού που περνά από λεία οπή και συγκρατείται στο άλλο άκρο του με δύναμη μέτρου  $F = 36\text{ N}$ . Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς είναι  $R_1 = 0,5\text{ m}$ . Τραβάμε το σχοινί κατακόρυφα κατά  $\Delta y = 0,2\text{ m}$ . Να βρείτε:

- Την αρχική και τελική γραμμική ταχύτητα του σφαιριδίου.



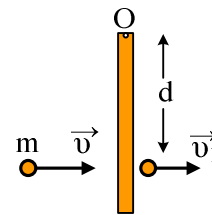
- ii) Την τελική τιμή της δύναμης  $F$ .  
 iii) Το έργο της δύναμης  $F$  κατά το τράβηγμα του σχοινιού.

- 14) Μια σφαίρα μάζας  $M=10\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Κάποια στιγμή ένα βλήμα μάζας  $m_1=1\text{kg}$  το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v_0=200\text{m/s}$  συγκρούεται με τη σφαίρα στο σημείο  $A$  και φεύγει στη διεύθυνση  $OA$  με ταχύτητα  $v_1=100\text{m/s}$ , όπως στο σχήμα όπου  $\theta=60^\circ$ . Να υπολογίσετε την ταχύτητα του κέντρου  $O$  της σφαίρας καθώς και τη γωνιακή της ταχύτητα μετά την κρούση.



Δίνεται η ροπή αδράνειας της σφαίρας γύρω από άξονα ο οποίος περνά από το κέντρο της  $I=\frac{2}{5}MR^2$ .

- 15) Μια λεπτή ομογενής ράβδος μήκους  $\ell=2\text{m}$  και μάζας  $M=6\text{kg}$  μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από το άκρον της  $O$  και ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Ένα βλήμα μάζας  $m=10\text{g}$  κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v=800\text{m/s}$ , συγκρούεται με τη ράβδο σε απόσταση  $d=1,5\text{m}$  από τον άξονα περιστροφής της και εξέρχεται από αυτήν με ταχύτητα  $v_1=\frac{v}{3}$ . Να υπολογίσετε:



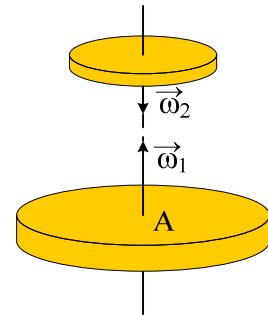
υπολογίσετε:

- i) Την στροφορμή του βλήματος ως προς τον άξονα περιστροφής της ράβδου ελάχιστα πριν την σύγκρουση.  
 ii) Τη γωνιακή ταχύτητα που θα αποκτήσει η ράβδος.  
 iii) Το μέτρο της μέσης τιμής της δύναμης που δέχτηκε το βλήμα, αν η χρονική διάρκεια της κρούσης ήταν  $\Delta t=0,01\text{s}$ .

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το άκρο  $O$ :

$$I=\frac{1}{3}M\ell^2.$$

- 16) Οι δίσκοι του σχήματος έχουν μάζες  $m_1=5\text{kg}$  και  $m_2=2\text{kg}$  και ακτίνες  $R_1=1\text{m}$  και  $R_2=0,5\text{m}$  αντίστοιχα. Οι δίσκοι περιστρέφονται γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα, ο οποίος διέρχεται από τα κέντρα τους, χωρίς τριβές. Ο κάτω δίσκος έχει γωνιακή ταχύτητα  $\omega_1=10\text{rad/s}$  με φορά προς τα πάνω και ο πάνω δίσκος  $\omega_2=56\text{rad/s}$  με φορά προς τα κάτω. Σε μια στιγμή ο πάνω δίσκος αποσπάται και πέφτει στον κάτω δίσκο, οπότε σε χρονικό διάστημα  $\Delta t=0,2\text{s}$  αποκτούν την ίδια γωνιακή ταχύτητα και στρέφονται σαν ένα σώμα με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Να υπολογίσετε:



- i) Την αρχική στροφορμή κάθε δίσκου.  
 ii) Την κοινή γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ .  
 iii) Την μεταβολή της στροφορμής κάθε δίσκου.  
 iv) Το μέτρο της μέσης ροπής που δέχτηκε κάθε δίσκος.  
 v) Το έργο της ροπής της τριβής που δέχτηκε ο μικρός δίσκος από τον μεγάλο, από τη στιγμή που ήρθαν σε επαφή, μέχρι τη στιγμή που απέκτησαν κοινή γωνιακή ταχύτητα.

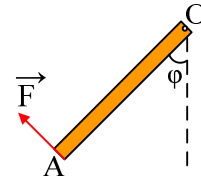
Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός δίσκου ως προς τον άξονά του

$$I=\frac{1}{2}m\cdot R^2.$$

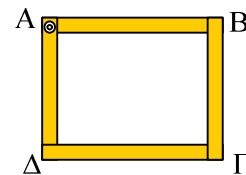
17) Η ομογενής ράβδος του σχήματος μήκους  $\ell = 1\text{m}$  και μάζας  $40\text{kg}$  ισορροπεί με την βοήθεια δύναμης  $F$  που είναι κάθετη στο άκρο της  $A$ , όπως στο σχήμα, όπου  $\varphi = 60^\circ$ .

- Να βρείτε το μέτρο της δύναμης  $F$  και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η ράβδος από την άρθρωση στο άκρο  $O$ .
- Αν το μέτρο της δύναμης  $\vec{F}$  γίνει  $F = 76\pi$  (N) και είναι συνεχώς κάθετη στο άκρο  $A$  να βρεθεί η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου, όταν φθάσει στην οριζόντια θέση για πρώτη φορά.
- Για την οριζόντια θέση να βρεθούν:
  - Ο ρυθμός προσφοράς ενέργειας στη ράβδο μέσω της δύναμης  $F$ .
  - Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου.
  - Ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας της ράβδου.
  - Η ταχύτητα του κέντρου μάζας της ράβδου.

Δίνεται η ροπή αδράνειας μιας ράβδου ως προς κάθετο άξονα που διέρχεται από το μέσον της  $I = \frac{1}{12} m\ell^2$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ .

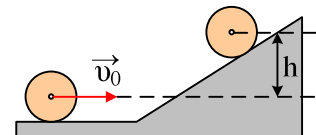


18) Χρησιμοποιώντας ομογενείς δοκούς, σχηματίζουμε ένα ορθογώνιο  $AB\Gamma\Delta$ , με πλευρές  $(AB) = 4\text{m}$  και  $(B\Gamma) = 3\text{m}$  με συνολική μάζα  $28\text{kg}$ . Το ορθογώνιο μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα, ο οποίος διέρχεται από την κορυφή  $A$  και βρίσκεται σε τέτοια θέση, ώστε η πλευρά  $AB$  να είναι οριζόντια. Αφήνουμε ελεύθερο το ορθογώνιο να κινηθεί. Αν η ροπή αδράνειας του συστήματος ως προς τον άξονα περιστροφής είναι  $I = 280\text{kg}\cdot\text{m}^2$ , ζητούνται:



- Η αρχική γωνιακή επιτάχυνση του ορθογωνίου;
  - Η μέγιστη ταχύτητα της κορυφής  $\Gamma$ ;
- Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$

19) Μια σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο με ταχύτητα  $v_0 = 5\text{m/s}$  και φθάνει σε κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως  $\theta = 45^\circ$ , στο οποίο αρχίζει να ανέρχεται.

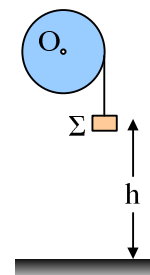


- Ποιες τιμές μπορεί να έχει ο συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ σφαίρας και κεκλιμένου επιπέδου, ώστε η σφαίρα να συνεχίσει να κυλιέται;
- Αν ο συντελεστής στατικής οριακής τριβής μεταξύ σφαίρας και κεκλιμένου επιπέδου είναι  $\mu_s = 0,3$ , ποιο το μέγιστο ύψος από το οριζόντιο επίπεδο, στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα;

Για τη σφαίρα  $I = \frac{2}{5} m \cdot R^2$  και  $g = 10\text{m/s}^2$ .

20) Δίσκος μάζας  $2\text{kg}$  και ακτίνας  $0,4\text{m}$  μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το κέντρο του  $O$ . Στην άκρη νήματος, που έχει τυλιχθεί γύρω από τον δίσκο, δένεται σώμα  $\Sigma$  μάζας  $1\text{kg}$  που απέχει  $h = 10\text{m}$  από το έδαφος και αφήνεται να κινηθεί προς τα κάτω.

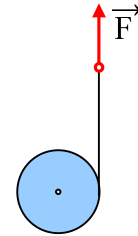
- Υπολογίστε τις δυνάμεις που ενεργούν στο σώμα  $\Sigma$  και την επιτάχυνσή του.



- ii) Βρείτε την γωνιακή επιτάχυνση του τροχού,  
 iii) Με ποια ταχύτητα φτάνει το  $\Sigma$  στο έδαφος και πόση είναι τότε η γωνιακή ταχύτητα του τροχού;  
 iv) Πόσο είναι το άθροισμα της κινητικής ενέργειας του δίσκου και του σώματος, όταν αυτό φτάνει στο έδαφος.

Για τον δίσκο  $I = \frac{1}{2} mR^2$ .  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

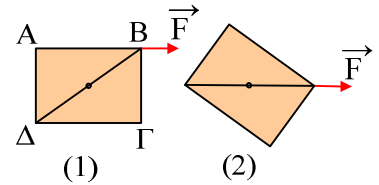
- 21) Γύρω από ομογενή κύλινδρο μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$  και ακτίνας  $R = 0,1 \text{ m}$  είναι τυλιγμένο ένα αβαρές νήμα. Στο ελεύθερο άκρο του νήματος ασκούμε κατακόρυφη δύναμη  $F$ , προς τα πάνω, έτσι ώστε ο κύλινδρος να παραμένει στη θέση του, όταν το νήμα ξετυλίγεται.



- i) Να βρείτε τη δύναμη  $F$ .  
 ii) Πόσο είναι το έργο της δύναμης  $F$  από  $t = 0$ , μέχρι τη στιγμή που ο κύλινδρος αποκτά γωνιακή ταχύτητα  $\omega = 40 \text{ rad/s}$ ;  
 iii) Πόσο νήμα έχει ξετυλιχθεί στο παραπάνω χρονικό διάστημα;  
 iv) Ποια χρονική στιγμή ο κύλινδρος αποκτά γωνιακή ταχύτητα  $40 \text{ rad/s}$ ;

Δίνονται για τον κύλινδρο  $I = \frac{1}{2} mR^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 22) Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί μια ορθογώνια πλάκα μάζας  $M = 12 \text{ kg}$  και πλευρών  $a = 4 \text{ m}$  και  $\beta = 3 \text{ m}$ . Σε μια στιγμή δέχεται στην κορυφή  $B$  μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F = 24 \text{ N}$ , οπότε μετά από χρόνο  $t = 1 \text{ s}$  η πλάκα έχει περιστραφεί κατά  $\theta$ , φτάνοντας στη θέση που φαίνεται στο σχήμα 2.



- i) Να περιγράψετε την κίνηση της πλάκας.  
 ii) Να χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:  
 a) Η πλάκα εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση και ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση.  
 b) Η πλάκα στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.  
 c) Η πλάκα στρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της.  
 d) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής της πλάκας μπορεί να υπολογιστεί από την εξίσωση  $\theta = \frac{1}{2} at^2$ .

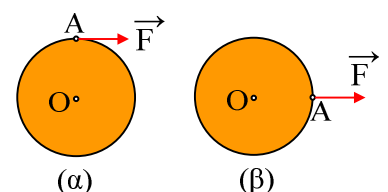
iii) Υπολογίστε την ταχύτητα του κέντρου  $O$  της πλάκας στη θέση (2).

iv) Βρείτε το έργο της δύναμης  $F$  μεταξύ των θέσεων (1) και (2).

v) Πόση είναι η γωνιακή ταχύτητα της πλάκας στη θέση (2);

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλάκας ως προς άξονα κάθετο στην πλάκα που διέρχεται από το κέντρο της  $I = \frac{1}{12} M (a^2 + \beta^2)$ .

- 23) Πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένας οριζόντιος δίσκος ακτίνας  $R = 0,4 \text{ m}$  και μάζας  $m = 50 \text{ kg}$ . Σε ένα σταθερό σημείο  $A$  του δίσκου ασκείται μια σταθερή δύναμη με μέτρο  $F = 50 \text{ N}$ , όπως στο σχήμα (α) οπότε μετά από χρόνο  $t = 2 \text{ s}$  ο δίσκος βρίσκεται στη



θέση που φαίνεται στο σχήμα (β), για πρώτη φορά. Ζητούνται:

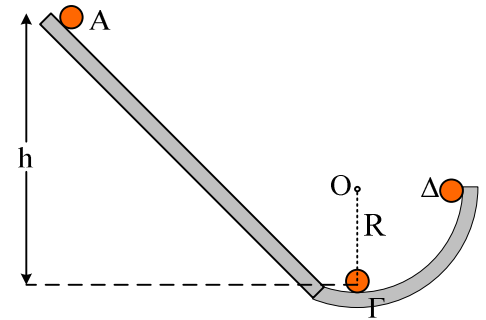
- Η ταχύτητα του κέντρου Ο του δίσκου στη θέση (β).
- Το έργο της δύναμης από τη θέση (α) μέχρι τη θέση (β).
- Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου στη θέση (β).

Δίνεται η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς κατακόρυφο άξονα που περνά από το κέντρο του Ο:  $I = \frac{1}{2} mR^2$ .

- 24) Μια μικρή σφαίρα μάζας  $m=0,7\text{kg}$  αφήνεται να κινηθεί από το σημείο Α σε ύψος  $h=4\text{m}$  και κυλιέται χωρίς ολίσθηση κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου φθάνοντας στη βάση ενός κατακόρυφου τεταρτοκυκλίου ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  (θέση Γ), ενώ φθάνοντας στη θέση Δ εγκαταλείπει το τεταρτοκύκλιο και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω. Να βρεθούν:

- Η κάθετη αντίδραση του επιπέδου στη θέση Γ.
- Η στροφορμή και ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της σφαίρας στη θέση Δ.
- Το μέγιστο ύψος πάνω από το σημείο Δ που θα φτάσει η σφαίρα.

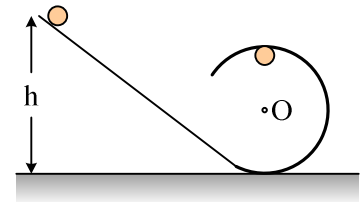
Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας  $I = \frac{2}{5} m \cdot r^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- 25) Στο διπλανό σχήμα η ομογενής σφαίρα, μάζας  $1\text{kg}$  και ακτίνας  $r = 0,4 \text{ m}$ , αφήνεται στο σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου που βρίσκεται σε ύψος  $h$ . Η σφαίρα κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο αλλά και στο εσωτερικό της κυκλικής στεφάνης, ακτίνας  $R = 20 \text{ m}$ .

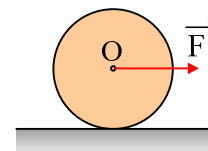
- Τι ταχύτητα πρέπει να έχει η σφαίρα στο ανώτερο σημείο Γ της στεφάνης, ώστε να κάνει ασφαλή ανακύκλωση;
- Ποια η αντίστοιχη γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας;
- Βρείτε τη συνολική στροφορμή της σφαίρας ως προς άξονα, κάθετο στο επίπεδο της τροχιάς, ο οποίος διέρχεται από το κέντρο Ο της κυκλικής στεφάνης.
- Ποιο είναι το ελάχιστο ύψος  $h$  του κέντρου της σφαίρας από το έδαφος, ώστε να κάνει ασφαλή ανακύκλωση;

Δίνονται: Η ροπή αδράνειας της σφαίρας  $I = \frac{2}{5} m \cdot r^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .



- 26) Ένας κύλινδρος μάζας  $m=20\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$ , ηρεμεί σε οριζόντιο επίπεδο. Σε μια στιγμή δέχεται την επίδραση σταθερής οριζόντιας δύναμης  $F=80\text{N}$ , η οποία ασκείται στο κέντρο Ο του κυλίνδρου, όπως στο σχήμα. Οι συντελεστές τριβής μεταξύ κυλίνδρου και εδάφους είναι  $\mu_s = \mu = 0,1$ .

- Να αποδειχθεί ότι στον κύλινδρο ασκείται τριβή ολίσθησης με φορά προς τα αριστερά.
- Ποια η επιτάχυνση που αποκτά ο κύλινδρος;

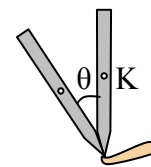




- iii) Να βρεθεί η γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.  
 iv) Ποια η ταχύτητα του κέντρου  $O$  του κυλίνδρου και η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου για  $t=4s$ ;  
 v) Για το χρονικό διάστημα από  $0-4s$ , να βρείτε:
- Την ενέργεια που δόθηκε στον κύλινδρο μέσω του έργου της δύναμης  $F$ .
  - Με ποιες μορφές εμφανίζεται η παραπάνω ενέργεια και τι ποσό αντιστοιχεί σε κάθε μορφή;
  - Κατά πόσο διάστημα  $s_1$  γλίστησε ο κύλινδρος στο παραπάνω χρονικό διάστημα; Τι μετράει το γινόμενο  $T \cdot s_1$ ;
  - Τι μετράει το έργο της ροπής της τριβής;

Για τον κύλινδρο  $I = \frac{1}{2} mR^2$ .  $g=10m/s^2$ .

- 27) Τοποθετούμε τη μύτη ενός μολυβιού μήκους  $12cm$  στο νύχι του χεριού μας και φέρνουμε το μολύβι σε κατακόρυφη θέση. Αφήνουμε το μολύβι να πέσει, οπότε η μύτη του εγκαταλείπει το νύχι σε μια θέση που σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφη. Ζητούνται:



- Η γωνία  $\theta$ .
- Η γωνιακή ταχύτητα του μολυβιού τη στιγμή που χάνει την επαφή με το νύχι.
- Πόση είναι η ταχύτητα του κέντρου  $K$  του μολυβιού στην παραπάνω θέση;  
 Δίνεται η ροπή αδράνειας του μολυβιού ως προς κάθετο σε αυτό άξονα που περνά από το μέσον του  $K$ , που θεωρείται και κέντρο μάζας του μολυβιού  $I_{cm} = \frac{1}{12} m\ell^2$ , όπου  $\ell$  το μήκος του.

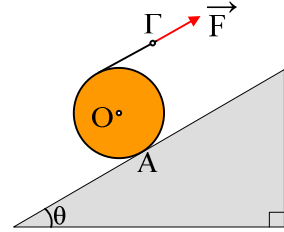
Υπόδειξη: Πόση δύναμη δέχεται το μολύβι από το νύχι τη στιγμή που το εγκαταλείπει και τι ταχύτητα έχει το κέντρο  $K$ ;  
 Γύρω από ποιο σημείο στρέφεται το μολύβι για όσο χρόνο βρίσκεται σε επαφή με το νύχι;

- 28) Η ομογενής ράβδος  $OA$  του σχήματος έχει μήκος  $\ell=2m$  και μάζα  $m=6kg$  και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο της  $O$ , ηρεμεί δε σε κατακόρυφη θέση και εφάπτεται στο κάτω άκρο της σε σώμα  $\Sigma$ , μάζας  $2kg$ , το οποίο θεωρείται υλικό σημείο. Εκτρέπουμε τη ράβδο από την κατακόρυφο κατά γωνία  $\theta$ , όπου  $\sin\theta=0,4$  και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί. Μόλις γίνει κατακόρυφη συγκρούεται στο άκρο της  $A$  με το σώμα  $\Sigma$ . Μετά τη κρούση το σώμα  $\Sigma$  διανύει απόσταση  $x=3,6m$  στο οριζόντιο επίπεδο, μέχρι να σταματήσει. Δίνεται ότι το σώμα  $\Sigma$  παρουσιάζει με το επίπεδο συντελεστή τριβής ολίσθησης  $\mu=0,5$ , η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της  $I = \frac{1}{3} m\ell^2$  και  $g=10m/s^2$ .

Ζητούνται:

- Η ταχύτητα που αποκτά μετά τη κρούση το σώμα  $\Sigma$ .

- ii) Η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου, πριν και μετά τη κρούση.  
 iii) Η απώλεια της Μηχανικής ενέργειας κατά την διάρκεια της κρούσης.  
 iv) Πώς θα χαρακτηρίζατε την παραπάνω κρούση ελαστική ή όχι;
- 29) Γύρω από ένα κύλινδρο μάζας  $10\text{kg}$  και ακτίνας  $0,6\text{m}$  τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα και για  $t=0$  το τοποθετούμε σε λείο κεκλιμένο επίπεδο κλίσεως  $\theta=30^\circ$ , ασκώντας στο άκρο του νήματος  $\Gamma$  δύναμη μέτρου  $F=60\text{N}$  παράλληλη προς το επίπεδο. Αν η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από τον άξονά του που διέρχεται από το κέντρο της βάσης του  $O$ , δίνεται από τη σχέση  $I=\frac{1}{2}mR^2$  ενώ  $g=10\text{m/s}^2$  να βρείτε:
- Την επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου.
  - Την γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου.
  - Την ταχύτητα ενός σημείου  $A$ , σημείου επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο τη χρονική στιγμή  $t_1=5\text{s}$ .
  - Την κινητική ενέργεια του κυλίνδρου την παραπάνω χρονική στιγμή, καθώς και το έργο της δύναμης  $\vec{F}$  μέχρι τη στιγμή αυτή.



- 30) Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας  $m$  και ακτίνας  $R$ , τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα και τον αφήνουμε να κινηθεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο, τραβώντας το νήμα με σταθερή οριζόντια δύναμη  $\vec{F}$ , όπως στο σχήμα. Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονά του  $I=\frac{1}{2}mR^2$ .
- Να αποδείξετε ότι ο κύλινδρος θα εκτελέσει και μεταφορική και στροφική κίνηση.
  - Να βρείτε μια σχέση που να συνδέει την γωνιακή επιτάχυνση με την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου.
  - Για μια οριζόντια μετατόπιση του κυλίνδρου κατά  $x$ , να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές ή λαθεμένες.
    - Η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου δίνεται από την σχέση:

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{2Fx}{m}}$$

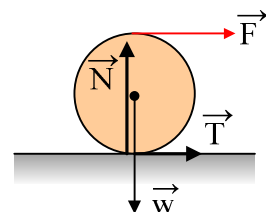
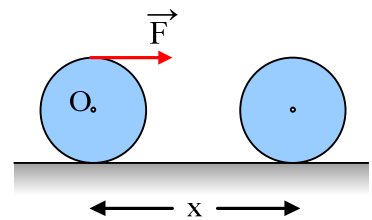
- Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του κυλίνδρου παρέχεται από τη σχέση:

$$\omega = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{8Fx}{3m}}$$

- Η ενέργεια που μεταφέρθηκε στον κύλινδρο, μέσω της δύναμης  $F$  είναι ίση με:

$$W = 2F \cdot x.$$

- 31) Γύρω από έναν ομογενή κύλινδρο μάζας  $m=4\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$ , τυλίγουμε ένα αβαρές νήμα, μέσω του οποίου ασκούμε

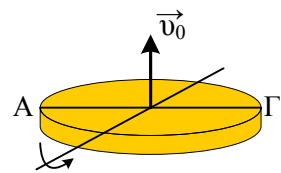


οριζόντια δύναμη  $F=3\text{N}$ . Στο σχήμα φαίνονται οι δυνάμεις που ασκούνται στον κύλινδρο, ο οποίος αρχίζει να κυλιέται χωρίς ολίσθηση.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου ως προς τον άξονα περιστροφής του  $I=\frac{1}{2}m\cdot R^2$ .

- i) Χαρακτηρίστε σαν σωστές ή λαθεμένες τις παρακάτω προτάσεις:
  - a) Για την μεταφορική κίνηση ισχύει  $F + T = m\cdot a_{\text{cm}}$ .
  - b) Για την στροφική κίνηση έχουμε  $T\cdot R - F\cdot R = I\cdot \alpha_{\text{γων}}$ .
  - c) Η επιτάχυνση του κέντρου μάζας του κυλίνδρου έχει μέτρο  $1\text{m/s}^2$ .
  - d) Το μέτρο της τριβής είναι ίσο με  $1\text{N}$ .
- ii) Για μετατόπιση του κυλίνδρου κατά  $x=2\text{m}$ :
  - a) Η μεταφορική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου είναι ίση με  $8\text{J}$ .
  - b) Η περιστροφική κινητική ενέργεια του κυλίνδρου ισούται με  $4\text{J}$ .
  - c) Η ενέργεια που προσφέρεται στον κύλινδρο μέσω της δύναμης είναι ίσο με  $12\text{J}$ .
  - d) Το έργο της τριβής είναι ίσο με μηδέν.
  - e) Το έργο της ροπής της δύναμης  $F$  είναι ίσο με  $6\text{J}$ .
  - f) Το έργο της ροπής της τριβής είναι ίσο με  $-2\text{J}$ .
- iii) Για την στροφική κίνηση η ροπή της τριβής αφαιρεί περιστροφική κινητική ενέργεια, η οποία μετατρέπεται σε μεταφορική κινητική ενέργεια, μιας και το έργο της δύναμης  $T$  είναι θετικό.
- iv) Αν το επίπεδο ήταν λείο, ο κύλινδρος θα αποκτούσε μικρότερη ταχύτητα  $v_{\text{cm}}$  και μεγαλύτερη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής.

- 32) Στρίβουμε ένα νόμισμα στον αέρα. Το νόμισμα έχει μάζα  $m=10\text{g}$  και διάμετρο  $d=2\text{cm}$ . Τη στιγμή που το νόμισμα εγκαταλείπει το χέρι μας κινούμενο κατακόρυφα προς τα πάνω είναι οριζόντιο, το ένα άκρο  $A$  μιας διαμέτρου του  $A\Gamma$  έχει μηδενική ταχύτητα και περιστρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα κάθετο στην  $A\Gamma$  που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Αν το κέντρο μάζας του νομίσματος κινηθεί κατακόρυφα και φθάσει σε ύψος  $h=20\text{cm}$ , να βρείτε:

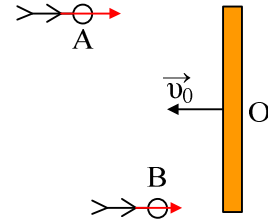


- i) τον αριθμό των περιστροφών που θα εκτελέσει το νόμισμα μέχρι τη στιγμή που το κέντρο μάζας του νομίσματος θα ξαναπεράσει από το σημείο εκτόξευσης.
- ii) την ενέργεια που δώσαμε στο νόμισμα γι' αυτή τη ρίψη.
- iii) Αν για την καταγραφή της κίνησης του νομίσματος, χρησιμοποιήσουμε φωτογραφική μηχανή με δυνατότητα ρύθμισης της συχνότητας λήψης των διαδοχικών φωτογραφιών, ποια θα έπρεπε να είναι η ελάχιστη συχνότητα λήψης, ώστε να μπο-

ρέσουμε να καταγράψουμε όλες τις περιστροφές που εκτελεί το νόμισμα; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

Δίνονται: η ροπή αδράνειας νομίσματος ως προς τον άξονα περιστροφής του,  $I = \frac{1}{4} mR^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Η αντίσταση του αέρα παραλείπεται.

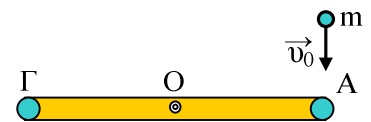
- 33) Στο διάστημα, μακριά από Ουράνια σώματα, κινείται μια δοκός μήκους  $l = 10 \text{ m}$  και μάζας  $M = 120 \text{ kg}$  με ταχύτητα  $v_0 = 5 \text{ m/s}$ . Με αντίθετη κατεύθυνση κινούνται δύο αστροναύτες Α και Β ίσων μαζών  $m_1 = m_2 = 80 \text{ kg}$  με ταχύτητες  $v_1 = 8 \text{ m/s}$  και  $v_2 = 3 \text{ m/s}$  αντίστοιχα. Φτάνοντας ταυτόχρονα οι αστροναύτες στη δοκό, πιάνονται από αυτήν στα δυο της άκρα.



- Να βρεθεί η ταχύτητα του κέντρου μάζας του συστήματος μετά την προσκόλληση των αστροναυτών στη δοκό.
- Ποια η περίοδος περιστροφής του συστήματος γύρω από το μέσον Ο της δοκού;
- Βρείτε τη μεταβολή της ορμής κάθε αστροναύτη, κατά την πρόσδεσή του στη δοκό.
- Αν ο χρόνος πρόσδεσης είναι πολύ μικρός και ίδιος για τους δύο αστροναύτες και η μέση δύναμη που δέχτηκε ο Α αστροναύτης από τη δοκό είχε μέτρο  $F_1 = 800 \text{ N}$ , πόση η αντίστοιχη δύναμη που δέχτηκε ο Β;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της δοκού ως προς κάθετο προς αυτήν άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I_{cm} = \frac{1}{12} m l^2$

- 34) Ομογενής και ισοπαχής ράβδος ΑΓ με μήκος  $L = 1 \text{ m}$  και μάζα  $M = 1,2 \text{ kg}$  μπορεί να στρέφεται, χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που είναι κάθετος σε αυτή και διέρχεται από το μέσον της Ο. Στα δύο άκρα της ράβδου έχουμε στερεώσει δύο σφαιρίδια αμελητέων διαστάσεων, μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$  το καθένα. Αρχικά η ράβδος ισορροπεί οριζόντια, όπως φαίνεται στο σχήμα. Βλήμα μάζας  $m = 0,2 \text{ kg}$  αμελητέων διαστάσεων, κινείται κατακόρυφα προς τα κάτω με ταχύτητα μέτρου  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  και ενσωματώνεται ακαριαία στο σφαιρίδιο στο άκρο Α της ράβδου. Να υπολογίσετε:

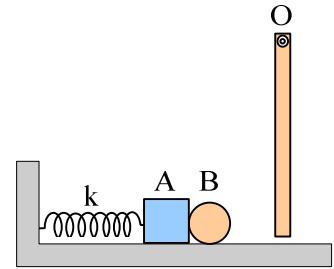


- Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.
- Το κλάσμα της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που χάθηκε κατά την κρούση.
- Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης του συστήματος, αμέσως μετά την κρούση.
- Το μέτρο της ταχύτητας του σφαιριδίου στο άκρο Γ της ράβδου, τη στιγμή που αυτή γίνεται κατακόρυφη.

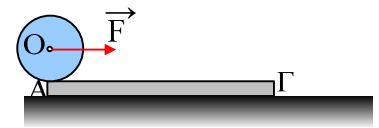
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς κάθετο προς αυτήν άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της  $I_{cm} = \frac{1}{12} m L^2$  και  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- 35) Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος  $\ell = 1\text{m}$  και μάζα  $m=3\text{kg}$  και μπορεί να στρέφεται γύρω από οριζόντιο άξονα ο οποίος διέρχεται από το άκρο του  $O$  και ισορροπεί σε κατακόρυφη θέση. Εξάλλου το σώμα  $A$ , μάζας  $1\text{kg}$ , ηρεμεί δεμένο στο άκρο του οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς  $k=100\text{N/m}$ , σε επαφή με τη σφαίρα  $B$ , μάζας  $1\text{kg}$ . Συσπειρώνουμε το ελατήριο κατά  $A_1=0,4\text{m}$  και αφήνουμε το σώμα  $A$  ελεύθερο να κινηθεί. Αν το επίπεδο είναι λείο και η κρούση μεταξύ των  $A$  και  $B$  είναι μετωπική και ελαστική, ενώ η σφαίρα συγκρούεται στο άκρο της ράβδου και κατόπιν παραμένει ακίνητη, να βρεθεί η απώλεια μηχανικής ενέργειας κατά την κρούση της σφαίρας με τη ράβδο.

$$\text{Για την σανίδα } I_{\text{cm}} = \frac{1}{12} m\ell^2.$$



- 36) Οριζόντια ομογενής ράβδος  $ΑΓ$  μήκους  $\ell = 2\text{m}$  και μάζας  $m_1=2\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Στο άκρο  $A$  της ράβδου τοποθετούμε έναν ομογενή κύλινδρο μάζας  $m=4\text{kg}$  και ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  και για  $t=0$  ασκούμε στον άξονά του σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=16\text{N}$ . Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ κυλίνδρου και σανίδας είναι  $\mu=0,1$ . Παρατηρούμε ότι ο κύλινδρος στρέφεται αλλά και ολισθαίνει κατά μήκος της σανίδας. Αν η ροπή αδράνειας του κυλίνδρου γύρω από τον άξονά του  $I_{\text{cm}} = \frac{1}{2} mR^2$  και  $g=10\text{m/s}^2$ , να βρεθούν:



- i) Η επιτάχυνση του άξονα του κυλίνδρου.
- ii) Η γωνιακή ταχύτητα του κυλίνδρου.
- iii) Η επιτάχυνση της ράβδου.
- iv) Σε πόσο χρόνο ο κύλινδρος θα φτάσει στο άκρο  $\Gamma$  της ράβδου;