

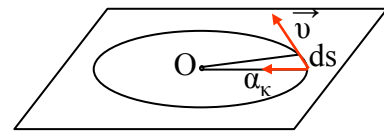
Βασικές σχέσεις κυκλικής – στροφικής κίνησης.

A) Κινηματική υλικού σημείου:

Έστω ένα υλικό σημείο που εκτελεί κυκλική κίνηση σε οριζόντιο επίπεδο με κέντρο O. Η μελέτη της κίνησής του μπορεί να γίνει με δύο διαφορετικούς τρόπους:

1) Χρησιμοποιώντας γραμμικά μεγέθη, δηλαδή μήκος τόξου, ταχύτητα, επιτάχυνση.

i) Έτσι αν το μέτρο της ταχύτητας (γραμμική ταχύτητα) παραμένει σταθερό, μιλάμε για
ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ και έχουμε:



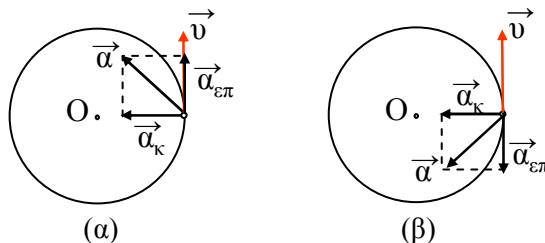
$$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$$

όπου ds το στοιχειώδες μήκος του τόξου που διαγράφει το υλικό σημείο, ενώ η κατεύθυνση της ταχύτητας είναι εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά, όπως στο σχήμα.

Επειδή αλλάζει η κατεύθυνση της ταχύτητας έχουμε επιτάχυνση, την **κεντρομόλο επιτάχυνση**, με φορά προς το κέντρο του κύκλου και μέτρο:

$$a_k = \frac{v^2}{R}.$$

ii) Αν αλλάζει και το μέτρο της ταχύτητας τότε έχουμε και επιτάχυνση στη διεύθυνση της ταχύτητας, την οποία ονομάζουμε **επιτρόχια επιτάχυνση** και η οποία είναι υπεύθυνη για την αύξηση ή μείωση του μέτρου της ταχύτητας. Στο σχήμα (α) η κίνηση είναι κυκλική επιταχυνόμενη, ενώ στο (β) επιβραδυνόμενη.



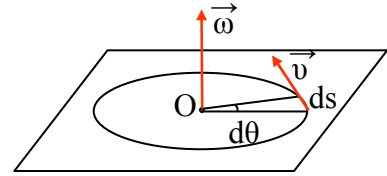
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ:

Στην επιταχυνόμενη κυκλική κίνηση η συνολική επιτάχυνση είναι προς το εσωτερικό της κυκλικής τροχιάς, αλλά δεν κατευθύνεται προς το κέντρο του κύκλου.



2) Χρησιμοποιώντας γωνιακά μεγέθη, όπως γωνία που διαγράφει το κινητό, γωνιακή ταχύτητα, γωνιακή επιτάχυνση.

i) Έστω ένα υλικό σημείο που εκτελεί οριζόντια κυκλική τροχιά. Σε χρόνο dt το σώμα διαγράφει γωνία:



$$d\theta = \frac{ds}{R}$$

οπότε η γωνιακή ταχύτητα ορίζεται από την εξίσωση:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \text{ (rad/s)}$$

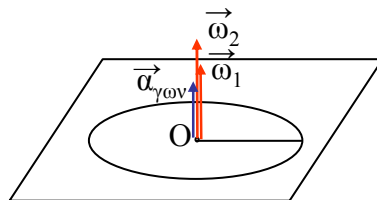
και με κατεύθυνση κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς στο κέντρο του κύκλου, η φορά της οποίας καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού, όπου τα ενωμένα δάκτυλα δείχνουν την φορά περιστροφής και ο αντίχειρας την φορά της γωνιακής ταχύτητας.

ii) Αν αλλάζει η γωνιακή ταχύτητα, τότε το υλικό σημείο έχει γωνιακή επιτάχυνση, η οποία ορίζεται, σαν ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας (η παράγωγος της γωνιακής ταχύτητας):

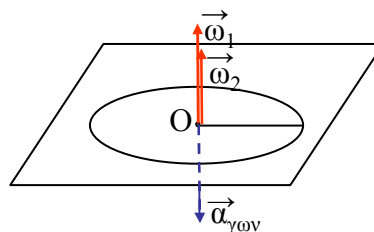
$$\vec{a}_{\gamma\omega\nu} = \frac{d\vec{\omega}}{dt},$$

είναι δε διανυσματικό μέγεθος, που έχει την διεύθυνση της γωνιακής ταχύτητας. Αν έχει την ίδια φορά με την γωνιακή ταχύτητα η κίνηση είναι επιταχυνόμενη, αν έχει αντίθετη φορά η κίνηση χαρακτηρίζεται σαν επιβραδυνόμενη, αφού το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας μικραίνει.

Στα παρακάτω σχήματα εμφανίζονται τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και γωνιακής επιτάχυνσης, όπου ω_1 η αρχική και ω_2 η τελική γωνιακή ταχύτητα σε ένα απειροελάχιστο χρονικό διάστημα.



Επιταχυνόμενη κίνηση



Επιβραδυνόμενη κίνηση

Σχέσεις μεταξύ γωνιακών και γραμμικών μεγεθών.

Οι παρακάτω σχέσεις συνδέουν τα **ΜΕΤΡΑ** των μεγεθών αφού οι διευθύνσεις τους είναι ασύμ-
βατα κάθετες.

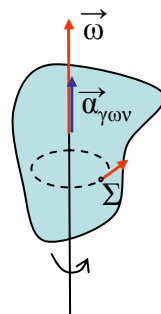
$$v_{\gamma\rho} = \frac{ds}{dt} = \frac{d\theta \cdot R}{dt} = \omega \cdot R \text{ και}$$

$$a_{\varepsilon\pi} = \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega \cdot R}{dt} = a_{\gamma\omega\omega} \cdot R.$$

Β) Κινηματική στερεού που στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα.

Έστω ένα στερεό που στρέφεται γύρω από άξονα. Τότε ορίζουμε την γωνιακή
ταχύτητα του στερεού $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ όπου θ η γωνία περιστροφής του στερεού, με
διεύθυνση τον άξονα περιστροφής και αν αυτή μεταβάλλεται ορίζεται και η
γωνιακή επιτάχυνση του στερεού $a_{\gamma\omega\omega} = \frac{d\omega}{dt}$ με διεύθυνση, επίσης του άξονα.

Προφανώς κάθε σημείο του στερεού εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο ένα
σημείο του άξονα και για το υλικό σημείο θα ισχύουν όσα αναφέρθηκαν για
την κίνηση υλικού σημείου.



dmargaris@sch.gr