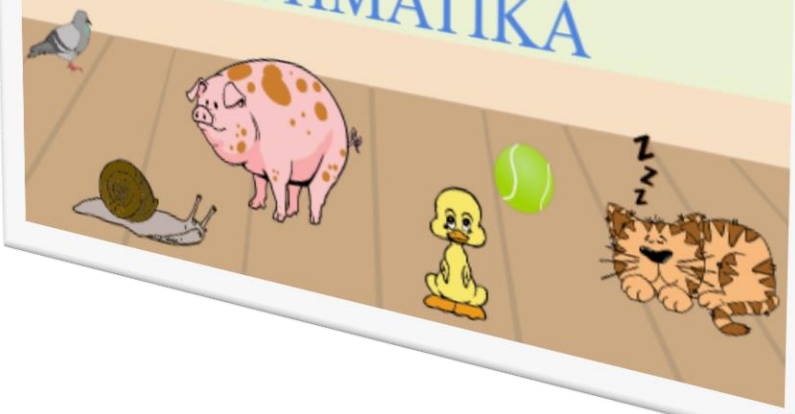
# ΚΑΛΙΤΣΑ

https://mcjmcjmcj.wordpress.com

Διδάσκω αεί διδασκόμενος

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ



## Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

### Μαθαίνω να ισορροπώ!

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση **προσθετέου**, για να λύσω την εξίσωση **αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.**

### Άσκηση 1η

Να λύσεις με τον νου την εξίσωση: x + 2 = 9.

***Λύση***

**X + 2= 9** **7 + 2= 9**

**X + 2= 9 ⇒**

**X = 9 - 2 ⇒**

**X = 7**

## Άσκηση 2η

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση **προσθετέου**, για να λύσω την εξίσωση **αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.**

Να λύσεις με τον νου την εξίσωση: (3 + 2 + 7) + x = 19.

***Λύση***

**(3 +2 +7) + X = 19**
**12 + 7 = 19**

**(3 +2 +7) + X = 19**

**(3 +2 +7) + X = 19 ⇒**

**(5+7) + X = 19 ⇒**

**12 + X = 19 ⇒**

**X = 19 - 12 ⇒**

**X = 7**

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση **προσθετέου**, για να λύσω την εξίσωση **αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.**

## Πρόβλημα 1ο

Να εκφράσεις με εξίσωση το πρόβλημα που ακολουθεί και να το λύσεις: Η Άννα έχει συγκεντρώσει 37,5 € από το χαρτζιλίκι της. Πόσα ακόμη χρειάζεται για να αγοράσει μια μικρή φωτογραφική μηχανή που κοστίζει 68 €;

***Λύση***

**37,5 + X = 68 ⇒**

**X = 68 - 37,5 ⇒**

**X = 30,5 €**

.....

***Απάντηση:*** ***Η Άννα χρειάζεται ακόμη 30,5 € για να αγοράσει τη φ. μηχανή.***

## Πρόβλημα 2ο

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση **προσθετέου**, για να λύσω την εξίσωση **αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.**

Σκέφτομαι έναν αριθμό. Προσθέτω σε αυτόν 12 και βρίσκω άθροισμα 36. Ποιος είναι ο αριθμός;

***Λύση***

**X + 12 = 36 ⇒**

**X = 36 - 12 ⇒**

**X = 24 €**

***Απάντηση:*** ***Ο αριθμός που σκέφτομαι είναι ο 24.***

## Πρόβλημα 3ο

Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση **προσθετέου**, για να λύσω την εξίσωση **αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.**

Το μαγικό τετράγωνο ανακαλύφθηκε από τους Κινέζους το 90 μ.Χ. Στο τετράγωνο αυτό το άθροισμα κάθε γραμμής, κάθε στήλης και κάθε διαγωνίου είναι το ίδιο. Τα δύο τετράγωνα που ακολουθούν είναι μαγικά. Παρατήρησε το δεύτερο και σχημάτισε όλες τις εξισώσεις που μπορείς οριζόντια, κάθετα και διαγώνια.

| | | |
|---|---|---|
| 10 | 3 | 8 |
| 5 | 7 | 9 |
| 6 | 11 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | X | 6 |
| 9 | 5 | ψ |
| ω | 3 | 8 |

*Λύση*

2+ X + 6 = 15 ⇒ (2+ 6) + X = 15 ⇒ 8 + X = 15 ⇒
X = 15 - 8 ⇒ X = 7

(9+ 5) + ψ = 15 ⇒ 14 + ψ = 15 ⇒
ψ = 15 - 14 ⇒ ψ = 1

ω + (3+ 8) = 15 ⇒ ω + 11 = 15 ⇒
ω = 15 - 11 ⇒ ω= 4

2 + 5 + 8 = 15

6+ ψ + 8 = 15 ⇒ (6+ 8) + ψ = 15 ⇒
14 + ψ = 15 ⇒ ψ = 15 - 14 ⇒ ψ = 1

X + (5+ 3) = 15 ⇒ X + 8 = 15 ⇒ X= 15 - 8 ⇒ X= 7

(2+ 9) + ω = 15 ⇒ 11 + ω = 15 ⇒ ω = 15 - 11 ⇒ ω = 4

(6+ 5) + ω = 15 ⇒ 11 + ω = 15 ⇒ ω = 15 - 11 ⇒ ω = 4

*Απάντηση:* ***Σχηματίζονται 7 εξισώσεις και λύνοντας τις βρίσκουμε X = 7, ψ = 1 και ω= 4***

**Δραστηριότητα με προεκτάσεις:** *«Μαντεύω τις μέρες που σκέφτηκες στο ημερολόγιο»*

«Κοίταξε τέσσερις ημέρες στο ημερολόγιο που να σχηματίζουν ένα τετράγωνο», μου είπε ο φίλος μου ο Άρης. «Πες μου το άθροισμα από τις ημερομηνίες τους και εγώ θα σου πω ποιες ημέρες κοίταξες».

«Είκοσι» του απάντησα.

«Πανεύκολο», μου είπε. «Κοίταξες τις ημερομηνίες 1, 2, 8 και 9».

«Ουάου», είπα «πώς το βρήκες;».

«Είναι απλό. Να, δες το», μου είπε και μου εξήγησε.

Παίρνουμε ένα οποιοδήποτε ημερολόγιο - για παράδειγμα, το ημερολόγιο του Μαΐου 2006 και λέμε στον φίλο μας να διαλέξει τέσσερις ημέρες που σχηματίζουν ένα τετράγωνο, όπως είναι το κόκκινο τετράγωνο παρακάτω: 1, 2, 8 και 9 του μήνα. Ο φίλος μας λέει το άθροισμα από τις ημερομηνίες τους και εμείς βρίσκουμε ποιες είναι οι τέσσερις αυτές ημέρες.

| Μάιος 2006 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Δ | Τ | Τ | Π | Π | Σ | Κ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 |
| 29 | 30 | 31 | | | | |

Πώς είναι δυνατόν αυτό; Με τη βοήθεια των μαθηματικών. Πρόσεξε πως γίνεται:

Ας υποθέσουμε πως ο φίλος μας διάλεξε, όπως και εσύ, τις μέρες στο κόκκινο τετράγωνο: 1, 2, 8 και 9. Το άθροισμα που θα μας πει είναι 20.

Με μερικούς υπολογισμούς θα βρούμε ποιες μέρες δίνουν αυτό το άθροισμα.

Ας ονομάσω την πρώτη μέρα x. Τότε η δεύτερη θα είναι x + 1, η τρίτη x + 7 και η τελευταία x + 8.

Ο φίλος μας πρόσθεσε όλες τις μέρες, για να βρει το άθροισμα. Κάνουμε και εμείς το ίδιο, δηλαδή:

$x + x + 1 + x + 7 + x + 8$

Το άθροισμα που βρήκε είναι 20. Ας το βάλουμε και εμείς: $x + x + 1 + x + 7 + x + 8 = 20$.

Ας «τακτοποιήσουμε» λίγο τους αριθμούς και τα γράμματα: $x + x + x + x + 1 + 7 + 8 = 20$

ή $x + x + x + x + 16 = 20$.

Πώς θα λύσω την εξίσωση;

Μπορώ να βγάλω 16 και από τα δύο μέρη της εξίσωσης.

Έτσι έχω $x + x + x + x = 4$, δηλαδή «τέσσερις φορές το x ίσον τέσσερα» ή $4 \cdot x = 4$.

Με βάση τον κανόνα της ζυγαριάς, διαιρώ και τα δυο μέρη της εξίσωσης με το 4 και βρίσκω $x = 1$.

Άρα η πρώτη ημερομηνία είναι το 1.

Τώρα είναι εύκολο να βρω και τις υπόλοιπες. Έτσι η δεύτερη θα είναι x + 1, η επόμενη x + 7 και η τελευταία x + 8.

## Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση

- Δοκιμάστε το στην ομάδα σας με άλλα τετράγωνα ημερών.
- Μπορείτε να βρείτε τον κανόνα; Τι κάνω δηλαδή για να ανακαλύψω από το άθροισμα τεσσάρων ημερών του ημερολογίου ποια είναι η πρώτη μέρα;
- Δοκιμάστε με τέσσερις μέρες στην ίδια σειρά (οριζόντια).
- Ποιος είναι ο νέος κανόνας;

22

| Μάιος 2006 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Δ | Τ | Τ | Π | Π | Σ | Κ |
| x 1 | x+1 2 | x+2 3 | x+3 4 | x+4 5 | x+5 6 | x+6 7 |
| x+7 8 | x+8 9 | x 10 | x+1 11 | x+2 12 | x+3 13 | 14 |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 x | 21 x+1 |
| 22 x+2 | 23 x+3 | 24 x+4 | 25 x+5 | 26 x+6 | 27 x+7 | 28 x+8 |
| 29 | 30 | 31 | | | | |

- *Αν διαλέξω το τετράγωνο 20,21,27, 28*

| | |
|---|---|
| 20 | 21 |
| 27 | 28 |

*τότε το άθροισμα των ημερομηνιών θα είναι (20+21)+(27+28)=41+55=96*
*Άρα η πρώτη μέρα θα είναι x, η δεύτερη x + 1, η τρίτη x + 7 και η τελευταία x + 8. Επομένως*
*$x + (x + 1) + (x + 7) + (x + 8)= 96 \Rightarrow x + x + x + 1 + 7 + 8= 96 \Rightarrow$*
*$4\cdot x + 16 = 96 \Rightarrow 4\cdot x = 96 - 16 \Rightarrow 4\cdot x = 80 \Rightarrow x = 80 : 4 \Rightarrow x = 20$*
*Πραγματικά την πρώτη ημέρα έχει 20.*

- *Κανόνας : $4\cdot x + 16$ = άθροισμα τεσσάρων ημερών*
*όπου χ η 1η ημέρα*

- *Αν διαλέξω τις ημέρες στη σειρά 10, 11, 12, 13,*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 | 11 | 12 | 13 |

*τότε το άθροισμα των ημερομηνιών θα είναι (10+11)+(12+13)=21+25=46 . Άρα η πρώτη μέρα θα είναι x, η δεύτερη x + 1, η τρίτη x + 2 και η τελευταία x + 3. Επομένως*
*$x + (x + 1) + (x + 2) + (x + 3)= 46 \Rightarrow x + x + x + 1 + 2 + 3= 46 \Rightarrow 4\cdot x + 6 = 46 \Rightarrow 4\cdot x = 46 - 6 \Rightarrow 4\cdot x = 40 \Rightarrow$*
*$x = 40 : 4 \Rightarrow x = 10$ Πραγματικά την πρώτη ημέρα έχει 10.*

- *Κανόνας : $4\cdot x + 6$ = άθροισμα τεσσάρων ημερών όπου χ η 1η μέρα*