**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ**
**Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ**

# Κεφάλαιο 2ο

## Τα Κλάσματα

## Μέρος Α'

## Α.2.4. Πρόσθεση και Αφαίρεση κλασμάτων

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

**1.** Υπολόγισε τα αθροίσματα: (α) $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}$, (β) $\frac{11}{13}+\frac{2}{13}$, (γ) $\frac{4}{9}+\frac{2}{3}$ (δ) $\frac{8}{12}+\frac{2}{3}$ (ε) $\frac{17}{20}+\frac{3}{15}$, (στ) $\frac{15}{12}+\frac{5}{4}$, και απλοποίησε το τελικό αποτέλεσμα, αν δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

(α) $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5+2}{3}=\frac{7}{3}$

(β) $\frac{11}{13}+\frac{2}{13}=\frac{11+2}{13}=\frac{13}{13}=1$

(γ) $\frac{4}{9}+\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 1}{9\cdot 1}+\frac{2\cdot 3}{3\cdot 3}=\frac{4}{9}+\frac{6}{9}=\frac{4+6}{9}=\frac{10}{9}$

(δ) $\frac{8}{12}+\frac{2}{3}=\frac{12\cdot 1}{12\cdot 1}+\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{8}{12}+\frac{8}{12}=\frac{8+8}{12}=\frac{16}{12}=\frac{16:4}{12:4}=\frac{4}{3}$

(ε) $\frac{17}{20}+\frac{3}{15}=\frac{17\cdot 3}{20\cdot 3}+\frac{3\cdot 4}{15\cdot 4}=\frac{51}{60}+\frac{12}{60}=\frac{51+12}{60}=\frac{63}{60}=\frac{63:3}{60:3}=\frac{21}{20}$

(στ) $\frac{15}{12}+\frac{5}{4}=\frac{15\cdot 1}{12\cdot 1}+\frac{5\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{15}{12}+\frac{15}{12}=\frac{15+15}{12}=\frac{30}{12}=\frac{30:6}{12:6}=\frac{5}{2}$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

**1.** Υπολόγισε τα αθροίσματα: (α) $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}$, (β) $\frac{11}{13}+\frac{2}{13}$, (γ) $\frac{4}{9}+\frac{2}{3}$ (δ) $\frac{8}{12}+\frac{2}{3}$ (ε) $\frac{17}{20}+\frac{3}{15}$, (στ) $\frac{15}{12}+\frac{5}{4}$, και απλοποίησε το τελικό αποτέλεσμα, αν δεν είναι ανάγωγο κλάσμα.

**(α)**

- Τα κλάσματα $\frac{5}{3}$ και $\frac{2}{3}$ είναι ομώνυμα.
- Προσθέτουμε δύο ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους, αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.
- $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5+2}{3}=\frac{7}{3}$

**(β)**

- Τα κλάσματα $\frac{11}{13}$ και $\frac{2}{13}$ είναι ομώνυμα.
- Προσθέτουμε δύο ομώνυμα κλάσματα προσθέτοντας τους αριθμητές τους, αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.
- $\frac{11}{13}+\frac{2}{13}=\frac{11+2}{13}=\frac{13}{13}=1$

1.

(γ)

- Τα κλάσματα $\frac{4}{9}$ και $\frac{2}{3}$ είναι ετερώνυμα.
- Προσθέτουμε ετερώνυμα κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(9, 3) = 9 οπότε: 9 : 9 = 1 και 9 : 3 = 3

- $\frac{4}{9} + \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 1}{9 \cdot 1} + \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9} + \frac{6}{9} = \frac{4+6}{9} = \frac{10}{9}$

(δ)

- Τα κλάσματα $\frac{8}{12}$ και $\frac{2}{3}$ είναι ετερώνυμα.
- Προσθέτουμε ετερώνυμα κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(12, 3) = 12 οπότε: 12 : 12 = 1 και 12 : 3 = 4

- $\frac{8}{12} + \frac{2}{3} = \frac{12 \cdot 1}{12 \cdot 1} + \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12} + \frac{8}{12} = \frac{8+8}{12} = \frac{16}{12} = \frac{16:4}{12:4} = \frac{4}{3}$

1.

(ε)

- Τα κλάσματα $\frac{17}{20}$ και $\frac{3}{15}$ είναι ετερώνυμα.
- Προσθέτουμε ετερώνυμα κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(20, 15) = 60 οπότε: 60 : 20 = 3 και 60 : 15 = 4

- $\frac{17}{20}+\frac{3}{15}=\frac{17\cdot 3}{20\cdot 3}+\frac{3\cdot 4}{15\cdot 4}=\frac{51}{60}+\frac{12}{60}=\frac{51+12}{60}=\frac{63}{60}=\frac{63:3}{60:3}=\frac{21}{20}$

(στ)

- Τα κλάσματα $\frac{15}{12}$ και $\frac{5}{4}$ είναι ετερώνυμα.
- Προσθέτουμε ετερώνυμα κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(12, 4) = 12 οπότε: 12 : 12 = 1 και 12 : 4 = 3

- $\frac{15}{12}+\frac{5}{4}=\frac{15\cdot 1}{12\cdot 1}+\frac{5\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{15}{12}+\frac{15}{12}=\frac{15+15}{12}=\frac{30}{12}=\frac{30:6}{12:6}=\frac{5}{2}$

**2.** *Να βρεις τις διαφορές και να απλοποιήσεις το αποτέλεσμα, όπου αυτό δεν είναι ανάγωγο κλάσμα:*

(α) $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$, (β) $\frac{8}{9}-\frac{3}{9}$, (γ) $\frac{10}{8}-\frac{3}{4}$, (δ) $\frac{4}{9}-\frac{2}{27}$, (ε) $\frac{7}{3}-\frac{5}{8}$, (στ) $\frac{3}{7}-\frac{3}{11}$.

(α) $\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\frac{3-1}{2}=\frac{2}{2}=1$

(β) $\frac{8}{9}-\frac{3}{9}=\frac{8-3}{9}=\frac{5}{9}$

(γ) $\frac{10}{8}-\frac{3}{4}=\frac{10\cdot 1}{8\cdot 1}-\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{10-6}{8}=\frac{4}{8}=\frac{4:4}{8:4}=\frac{1}{2}$

(δ) $\frac{4}{9}-\frac{2}{27}=\frac{4\cdot 3}{9\cdot 3}-\frac{2\cdot 1}{27\cdot 1}=\frac{12-2}{27}=\frac{10}{27}$

(ε) $\frac{7}{3}-\frac{5}{8}=\frac{7\cdot 8}{3\cdot 8}-\frac{5\cdot 3}{8\cdot 3}=\frac{56-15}{24}=\frac{41}{24}$

(στ) $\frac{3}{7}-\frac{3}{11}=\frac{3\cdot 11}{7\cdot 11}-\frac{3\cdot 7}{11\cdot 7}=\frac{33-21}{77}=\frac{12}{77}$

**2.** *Να βρεις τις διαφορές και να απλοποιήσεις το αποτέλεσμα, όπου αυτό δεν είναι ανάγωγο κλάσμα:*

(α) $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$, (β) $\frac{8}{9} - \frac{3}{9}$, (γ) $\frac{10}{8} - \frac{3}{4}$, (δ) $\frac{4}{9} - \frac{2}{27}$, (ε) $\frac{7}{3} - \frac{5}{8}$, (στ) $\frac{3}{7} - \frac{3}{11}$.

**(α)**

- Τα κλάσματα $\frac{3}{2}$ και $\frac{1}{2}$ είναι ομώνυμα.
- Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους.
- $\frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3-1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

**(β)**

- Τα κλάσματα $\frac{8}{9}$ και $\frac{3}{9}$ είναι ομώνυμα.
- Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους.
- $\frac{8}{9} - \frac{3}{9} = \frac{8-3}{9} = \frac{5}{9}$

2.

(γ)

- Τα κλάσματα $\frac{10}{8}$ και $\frac{3}{4}$ είναι ετερώνυμα.
- Αφαιρούμε δύο ετερώνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(8, 4) = 8 οπότε: 8 : 8 = 1 και 8 : 4 = 2

- $\frac{10}{8} - \frac{3}{4} = \frac{10 \cdot 1}{8 \cdot 1} - \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{10-6}{8} = \frac{10}{8} - \frac{6}{8} = \frac{10-6}{8} = \frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$

(δ)

- Τα κλάσματα $\frac{4}{9}$ και $\frac{2}{27}$ είναι ετερώνυμα..
- Αφαιρούμε δύο ετερώνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(9, 27) = 27 οπότε: 27 : 9 = 3 και 27 : 27 = 1

- $\frac{4}{9} - \frac{2}{27} = \frac{4 \cdot 3}{9 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 1}{27 \cdot 1} = \frac{12-2}{27} = \frac{12}{27} - \frac{2}{27} = \frac{12-2}{27} = \frac{10}{27}$

α

2.

(ε)

- Τα κλάσματα $\frac{7}{3}$ και $\frac{5}{8}$ είναι ετερώνυμα.
- Αφαιρούμε δύο ετερώνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(3, 8) = 24 οπότε: 24 : 3 = 8 και 24 : 8 = 3

- $\frac{7}{3} - \frac{5}{8} = \frac{7 \cdot 8}{3 \cdot 8} - \frac{5 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{56}{24} - \frac{15}{24} = \frac{56 - 15}{24} = \frac{41}{24}$

(στ)

- Τα κλάσματα $\frac{3}{7}$ και $\frac{3}{11}$ είναι ετερώνυμα..
- Αφαιρούμε δύο ετερώνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.

ΕΚΠ(7, 11) = 77 οπότε: 77 : 7 = 11 και 77 : 11 = 7

- $\frac{3}{7} - \frac{3}{11} = \frac{3 \cdot 11}{7 \cdot 11} - \frac{3 \cdot 7}{11 \cdot 7} = \frac{33 - 21}{77} = \frac{33}{77} - \frac{21}{77} = \frac{33 - 21}{77} = \frac{12}{77}$

**3.** *Να μετατρέψεις τους μεικτούς αριθμούς σε κλάσματα:* (α) $3\frac{5}{8}$, (β) $4\frac{1}{10}$, (γ) $2\frac{1}{9}$.

(α) $3\frac{5}{8} = 3 + \frac{5}{8} = \frac{3 \cdot 8}{8} + \frac{5}{8} = \frac{24}{8} + \frac{5}{8} = \frac{29}{8}$ ή $3\frac{5}{8} = 3 + \frac{5}{8} = (\frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{8}{8}) + \frac{5}{8} = \frac{29}{8}$

(β) $4\frac{1}{10} = 4 + \frac{1}{10} = \frac{4 \cdot 10}{10} + \frac{1}{10} = \frac{40}{10} + \frac{1}{10} = \frac{41}{10}$

(γ) $2\frac{1}{9} = 2 + \frac{1}{9} = \frac{2 \cdot 9}{9} + \frac{1}{9} = \frac{18}{9} + \frac{1}{9} = \frac{19}{9}$

**4.** *Κάνε τα ακόλουθα κλάσματα μεικτούς αριθμούς:* (α) $\frac{15}{4}$, (β) $\frac{5}{2}$, (γ) $\frac{38}{12}$.

**(α)**

$$\begin{array}{r|l} 15 & 4 \\ -\,12 & 3 \\ \hline 03 & \end{array}$$

**Ευκλείδεια διαίρεση** $15 : 4 = 4 \bullet 3 + 3$

$$\frac{15}{4} = \frac{3 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{3 \cdot 4}{4} + \frac{3}{4} = 3 + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

ή

$$\frac{15}{4} = \left(\frac{4}{4} + \frac{4}{4} + \frac{4}{4}\right) + \frac{3}{4} = 3\frac{3}{4}$$

**(α)**

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ -\,4 & 2 \\ \hline 1 & \end{array}$$

**Ευκλείδεια διαίρεση** $5 : 2 = 2 \bullet 2 + 1$

$$\frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2 + 1}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

ή

$$\frac{5}{2} = \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{2} +\right) + \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$$

**(α)**

$$\begin{array}{r|l} 38 & 12 \\ -\,36 & 3 \\ \hline 02 & \end{array}$$

**Ευκλείδεια διαίρεση** $38 : 12 = 3 \bullet 12 + 2$

$$\frac{38}{12} = \frac{3 \cdot 12 + 2}{12} = \frac{3 \cdot 12}{12} + \frac{2}{12} = 3 + \frac{2}{12} = 3\frac{2}{12} = 3\frac{1}{6}$$

ή

$$\frac{38}{12} = \left(\frac{12}{12} + \frac{12}{12} + \frac{12}{12}\right) + \frac{2}{12} = 3\frac{2}{12} = 3\frac{1}{6}$$

5. Υπολόγισε τα αθροίσματα: (α) $\frac{3}{8}+2$, (β) $\frac{12}{15}+1$, (γ) $\frac{16}{20}+\frac{3}{10}+5$.

(α) $\frac{3}{8}+2=\frac{3}{8}+\frac{2\cdot 8}{8}=\frac{3}{8}+\frac{16}{8}=\frac{19}{8}$

(β) $\frac{12}{15}+1=\frac{12}{15}+\frac{1\cdot 15}{15}=\frac{12}{15}+\frac{15}{15}=\frac{27}{15}=\frac{27:3}{15:3}=\frac{9}{5}$

(γ) $\frac{16}{20}+\frac{3}{10}+5=\frac{16}{20}+\frac{3\cdot 2}{10\cdot 2}+\frac{5\cdot 20}{20}=\frac{16}{20}+\frac{6}{20}+\frac{100}{20}=\frac{122}{20}=\frac{122:2}{20:2}=\frac{61}{10}$

**6.** *Να βρεις τις διαφορές:* (α) $3-2\frac{1}{5}$, (β) $4\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}$, (γ) $1\frac{2}{3}-\frac{4}{5}$.

(α) $3-2\frac{1}{5}=3-(2+\frac{1}{5})=3-(\frac{2\cdot 5}{5}+\frac{1}{5})=3-(\frac{10}{5}+\frac{1}{5})=3-\frac{11}{5}=\frac{3\cdot 5}{5}+-\frac{11}{5}=\frac{15}{5}-\frac{11}{5}=\frac{4}{5}$

(β) $4\frac{1}{3}-2\frac{1}{2}=(4+\frac{1}{3})-(2+\frac{1}{2})=(\frac{4\cdot 3}{3}+\frac{1}{3})-(\frac{2\cdot 2}{2}+\frac{1}{2})=(\frac{12}{3}+\frac{1}{3})-(\frac{4}{2}+\frac{1}{2})=\frac{13}{3}-\frac{5}{2}=\frac{13\cdot 2}{3\cdot 2}-\frac{5\cdot 3}{2\cdot 3}=\frac{26}{6}-\frac{15}{6}=\frac{11}{6}$

(γ) $1\frac{2}{3}-\frac{4}{5}=(1+\frac{2}{3})-\frac{4}{5}=(\frac{1\cdot 3}{3}+\frac{2}{3})-\frac{4}{5}=(\frac{3}{3}+\frac{2}{3})-\frac{4}{5}=\frac{5}{3}-\frac{4}{5}=\frac{5\cdot 5}{3\cdot 5}-\frac{4\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{25}{15}-\frac{12}{15}=\frac{13}{15}$

7. *Ποιο κλάσμα πρέπει να προσθέσουμε στο* $\frac{3}{8}$ *για να βρούμε άθροισμα* $\frac{5}{9}$*;*

- **Η πρόσθεση και η αφαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις.**
- **Τα κλάσματα** $\frac{5}{9}$ **και** $\frac{3}{8}$ **είναι ετερώνυμα..**
- **Αφαιρούμε δύο ετερώνυμα κλάσματα αφού τα μετατρέψουμε πρώτα σε ομώνυμα.**

  **ΕΚΠ(9, 8) = 72 οπότε: 72 : 9 = 8 και 77 : 9 = 8**
- $\frac{5}{9} - \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 8}{9 \cdot 8} - \frac{3 \cdot 9}{8 \cdot 9} = \frac{40 - 27}{72} = \frac{13}{72}$

**8.** *Ένας αγρότης πούλησε σε τέσσερις εμπόρους τα $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{3}$ και $\frac{1}{10}$ της παραγωγής του. Ποιο μέρος της παραγωγής του έμεινε απούλητο;*

- **Υπολογίζουμε τι μέρος της παραγωγής πούλησε ο αγρότης.**
- **Τα κλάσματα $\frac{2}{5}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{1}{3}$ και $\frac{1}{10}$ είναι ετερώνυμα.**
- **Προσθέτουμε ετερώνυμα κλάσματα αφού πρώτα τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.**

**ΕΚΠ(5, 15, 3, 10) = 30 οπότε: 30 : 5 = 6 , 30 : 15 = 2 , 30 : 3 = 10 και 30 : 10 = 3**

- $$\frac{2}{5}+\frac{2}{15}+\frac{1}{3}+\frac{1}{10}=\frac{2\cdot 6}{5\cdot 6}+\frac{2\cdot 2}{15\cdot 2}+\frac{1\cdot 10}{3\cdot 10}+\frac{1\cdot 3}{10\cdot 3}=\frac{12}{30}+\frac{4}{30}+\frac{10}{30}+\frac{3}{30}=\frac{29}{30}$$
- **Ολόκληρη η παραγωγή του αγρότη αποτελείται από $\frac{30}{30}$**
- **Επομένως η παραγωγή του αγρότη που έμεινε απούλητη είναι $\frac{30}{30}-\frac{29}{30}=\frac{1}{30}$**

**9.** *Τοποθέτησε ένα "x" στην αντίστοιχη θέση*

| | | | |
|---|---|---|---|
| (α) | $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{7}{5}=1\frac{2}{5}$ | X | |
| (β) | $\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=\frac{20}{12}$ | X | |
| (γ) | $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ | | X |
| (δ) | $\frac{8}{5}=1+\frac{3}{5}$ | X | |
| (ε) | $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{3}{8}$ | | X |
| (στ) | $\frac{3+5}{5}=\frac{3}{5}+1$ | X | |
| (ζ) | $\frac{8-3}{8}=1-\frac{3}{8}$ | X | |

(α) $\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=\frac{3+4}{5}=\frac{7}{5}=\frac{5}{5}+\frac{2}{5}=1+\frac{2}{5}=1\frac{2}{5}$

(β) $\frac{1}{3}+\frac{4}{3}=\frac{1+4}{3}=\frac{5}{3}=\frac{5\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{20}{12}$

(γ) $\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{1\cdot 6}{5\cdot 6}+\frac{1\cdot 5}{6\cdot 5}=\frac{6}{30}+\frac{5}{30}=\frac{11}{30}$

(δ) $1+\frac{3}{5}=\frac{5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{5+3}{5}=\frac{8}{5}$

(ε) $\frac{1}{5}+\frac{2}{3}=\frac{1\cdot 3}{5\cdot 3}+\frac{2\cdot 5}{3\cdot 5}=\frac{3}{15}+\frac{10}{15}=\frac{13}{15}$

(στ) $\frac{3+5}{5}=\frac{8}{5}=\frac{5}{5}+\frac{3}{5}=1+\frac{3}{5}=\frac{3}{5}+1$

(ζ) $\frac{8-3}{8}=\frac{5}{8}=\frac{8}{8}-\frac{3}{8}=1-\frac{3}{8}$

ΚΑΛΙΤΣΑ
https://mcjmcjmcj.wordpress.com
Διδάσκω αεί
διδασκόμενος
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

# ΤΕΛΟΣ