

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΑΡΧΕΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΟΜΑΔΑ Δ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΛΥΣΕΙΣ

2000

Οι συναρτήσεις αγοραίας ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού X είναι αντίστοιχα $Q_{D1}=600-10P$ και $Q_S=360+2P$.

Δ1 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού X.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_{D1}=Q_S$:

$$600-10P_0=360+2P_0 \Leftrightarrow 600-360=10P_0+2P_0 \Leftrightarrow 240=12P_0 \Leftrightarrow P_0=240/12 \Leftrightarrow P_0=20$$

$$Q_0=360+2 \times 20 \Leftrightarrow Q_0=360+40 \Leftrightarrow Q_0=400$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: Ο ($P_0=20$, $Q_0=400$)

Μονάδες 8

Δ2 Αν το εισόδημα των καταναλωτών αυξηθεί κατά 10%, η συνάρτηση της αγοραίας ζήτησης διαμορφώνεται σε $Q_{D2}=700-10P$. Με δεδομένο αυτό:

(α) Να απεικονίσετε στο ίδιο διάγραμμα τις αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης (Q_{D1} και Q_{D2}) και την αγοραία συνάρτηση προσφοράς (Q_S).

Οι συναρτήσεις ζήτησης $Q_{D1}=600-10P$ και $Q_{D2}=700-10P$ καθώς και η συνάρτηση προσφοράς $Q_S=360+2P$ είναι γραμμικής μορφής. Για να ορίσουμε γραφικά μία γραμμική συνάρτηση στο επίπεδο, χρειάζεται να γνωρίζουμε δύο σημεία της με τις συντεταγμένες τους.

Για τη συνάρτηση ζήτησης $Q_{D1}=600-10P$, αν θέσουμε $Q_{D1}=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ αν θέσουμε $P=0$, θα βρούμε το σημείο όπου τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (2^ο σημείο), δηλαδή:

1^ο σημείο (Α)

$$Q_{D1}=0 \Leftrightarrow 0=600-10P \Leftrightarrow 10P=600 \Leftrightarrow P=600/10 \Leftrightarrow P=60, \text{ επομένως Α (P=60, } Q_{D1}=0)$$

2^ο σημείο (Β)

$$P=0 \Leftrightarrow Q_{D1}=600-10 \times 0 \Leftrightarrow Q_{D1}=600, \text{ επομένως Β (P=0, } Q_{D1}=600)$$

Για τη συνάρτηση ζήτησης $Q_{D2}=700-10P$, αν θέσουμε $Q_{D2}=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ αν θέσουμε $P=0$, θα βρούμε το σημείο όπου τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (2^ο σημείο), δηλαδή:

1^ο σημείο (Γ)

$$Q_{D2}=0 \Leftrightarrow 0=700-10P \Leftrightarrow 10P=700 \Leftrightarrow P=700/10 \Leftrightarrow P=70, \text{ επομένως Γ (P=70, } Q_{D2}=0)$$

2^ο σημείο (Δ)

$$P=0 \Leftrightarrow Q_{D2}=700-10 \times 0 \Leftrightarrow Q_{D2}=700, \text{ επομένως Δ (P=0, } Q_{D2}=700)$$

Για τη συνάρτηση προσφοράς $Q_S=360+2P$, αν θέσουμε $P=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (1^ο σημείο), ενώ ως δεύτερο σημείο παίρνουμε το σημείο ισορροπίας που υπολογίσαμε στο προηγούμενο ερώτημα Δ1, δηλαδή:

1^ο σημείο (Ε)

$$P=0 \Leftrightarrow Q_S=360+2 \times 0 \Leftrightarrow Q_S=360, \text{ επομένως Ε (P=0, } Q_S=360)$$

2^ο σημείο (Ο), Ο ($P=20$, $Q_S=400$)

Τα παραπάνω παρουσιάζονται διαγραμματικά ως εξής:



Μονάδες 8

(β) Να υπολογίσετε το έλλειμμα ή το πλεόνασμα που θα δημιουργηθεί στην αγορά του αγαθού εξαιτίας της μεταβολής της ζήτησης για τιμή (P) ίση με την αρχική τιμή ισορροπίας.

Η αρχική τιμή ισορροπίας είναι η $P_0=20$.

Για την τιμή αυτή η ζητούμενη ποσότητα είναι: $Q_{D2}=700-10 \times 20 \Leftrightarrow Q_{D2}=700-200 \Leftrightarrow Q_{D2}=500$

Για την ίδια τιμή η προσφερόμενη ποσότητα είναι: $Q_S=360+2 \times 20 \Leftrightarrow Q_S=360+40 \Leftrightarrow Q_S=400$

Παρατηρούμε ότι η ζητούμενη ποσότητα είναι μεγαλύτερη από την προσφερόμενη ($Q_{D2} > Q_S$), επομένως στην αγορά δημιουργείται έλλειμμα ίσο με: Έλλειμμα = $Q_{D2} - Q_S \Leftrightarrow$ Έλλειμμα = $500 - 400 \Leftrightarrow$ Έλλειμμα = **100**

Μονάδες 4

(γ) Να υπολογίσετε την εισοδηματική ελαστικότητα στην αρχική τιμή ισορροπίας του αγαθού X.

Για να υπολογίσουμε εισοδηματική ελαστικότητα θα πρέπει να μεταβάλλεται μόνο το εισόδημα και να είναι σταθερή η τιμή και οι υπόλοιποι προσδιοριστικοί παράγοντες της ζήτησης. Με άλλα λόγια, σε σταθερό επίπεδο τιμής, να μετακινούμαστε από ένα σημείο της μιας καμπύλης ζήτησης σε άλλο σημείο σε διαφορετική καμπύλη ζήτησης.

Ο τύπος της εισοδηματικής ελαστικότητας είναι:

$E_Y = (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Ζητούμενης Ποσότητας}) / (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος})$

Αφού γνωρίζουμε την ποσοστιαία μεταβολή του εισοδήματος από την εκφώνηση (αύξηση 10%), χρειάζεται να υπολογίσουμε την ποσοστιαία μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας.

Για τιμή σταθερή και ίση με την αρχική τιμή ισορροπίας $P_0=20$, υπολογίζουμε ως εξής:

$Q_{D1}=600-10 \times 20 \Leftrightarrow Q_{D1}=600-200 \Leftrightarrow Q_{D1}=400$

$Q_{D2}=700-10 \times 20 \Leftrightarrow Q_{D2}=700-200 \Leftrightarrow Q_{D2}=500$

Η ποσοστιαία μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας (Π.Μ.Ζ.Π.) θα είναι:

$\text{Π.Μ.Ζ.Π.} = (Q_{D2} - Q_{D1}) / Q_{D1} \times 100 \Leftrightarrow \text{Π.Μ.Ζ.Π.} = (500 - 400) / 400 \times 100 \Leftrightarrow \text{Π.Μ.Ζ.Π.} = 100 / 400 \times 100 \Leftrightarrow$

Π.Μ.Ζ.Π. = 25%

Δηλαδή, η αύξηση του εισοδήματος κατά 10% προκάλεσε αύξηση στη ζήτηση και στη ζητούμενη ποσότητα κατά 25%.

Αντικαθιστούμε στον τύπο της εισοδηματικής ελαστικότητας και υπολογίζουμε ως εξής:

$E_Y = (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Ζητούμενης Ποσότητας}) / (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος}) \Leftrightarrow$

$E_Y = 25 / 10 \Leftrightarrow E_Y = 2,5$

Μονάδες 5

2000 (επαναληπτικές)

Οι συναρτήσεις αγοραίας ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού X είναι αντίστοιχα $Q_D=400-8P$ και $Q_S=120+12P$.

Δ1 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού X .

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D=Q_S$:

$$400-8P_0=120+12P_0 \Leftrightarrow 400-120=12P_0+8P_0 \Leftrightarrow 280=20P_0 \Leftrightarrow P_0=280/20 \Leftrightarrow P_0=14$$

$$Q_0=120+12 \times 14 \Leftrightarrow Q_0=120+168 \Leftrightarrow Q_0=288$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: $O (P_0=14, Q_0=288)$

Μονάδες 5

Δ2 Αν μετά από παρέμβαση του κράτους δημιουργηθεί έλλειμμα 80 μονάδων του αγαθού X , να υπολογίσετε την τιμή παρέμβασης.

$$\text{Έλλειμμα}=Q_D-Q_S \Leftrightarrow 80=400-8P_A-(120+12P_A) \Leftrightarrow 80=400-8P_A-120-12P_A \Leftrightarrow 80=280-20P_A \Leftrightarrow$$

$$20P_A=280-80 \Leftrightarrow 20P_A=200 \Leftrightarrow P_A=200/20 \Leftrightarrow P_A=10$$

Μονάδες 5

Δ3 Να υπολογίσετε την τιμή που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές, για να απορροφήσουν την ποσότητα που προσφέρουν οι παραγωγοί στην τιμή παρέμβασης.

Βήμα 1^ο: Θέτουμε την τιμή παρέμβασης στη συνάρτηση προσφοράς και υπολογίζουμε την αντίστοιχη ποσότητα ως εξής:

$$Q_S=120+12P_A \Leftrightarrow Q_S=120+12 \times 10 \Leftrightarrow Q_S=120+120 \Leftrightarrow Q_S=240$$

Βήμα 2^ο: Θέτουμε την ποσότητα (Q_A) που υπολογίσαμε πριν στη συνάρτηση ζήτησης και υπολογίζουμε την τιμή που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές (P_T) ως εξής:

$$Q_A=400-8P_T \Leftrightarrow 240=400-8P_T \Leftrightarrow 8P_T=400-240 \Leftrightarrow 8P_T=160 \Leftrightarrow P_T=160/8 \Leftrightarrow P_T=20$$

Μονάδες 5

Δ4 Να απεικονίσετε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς στο ίδιο διάγραμμα και να εμφανίσετε τις συνέπειες από την κρατική παρέμβαση.

Οι συναρτήσεις ζήτησης $Q_D=400-8P$ και προσφοράς $Q_S=120+12P$ είναι γραμμικής μορφής. Για να ορίσουμε γραφικά μία γραμμική συνάρτηση στο επίπεδο, χρειάζεται να γνωρίζουμε δύο σημεία της με τις συντεταγμένες τους.

Για τη συνάρτηση ζήτησης $Q_D=400-8P$, αν θέσουμε $Q_D=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ αν θέσουμε $P=0$, θα βρούμε το σημείο όπου τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (2^ο σημείο), δηλαδή:

1^ο σημείο (Α)

$$Q_D=0 \Rightarrow 0=400-8P \Leftrightarrow 8P=400 \Leftrightarrow P=400/8 \Leftrightarrow P=50, \text{ επομένως } A (P=50, Q_D=0)$$

2^ο σημείο (Β)

$$P=0 \Rightarrow Q_D=400-8 \times 0 \Leftrightarrow Q_D=400, \text{ επομένως } B (P=0, Q_D=400)$$

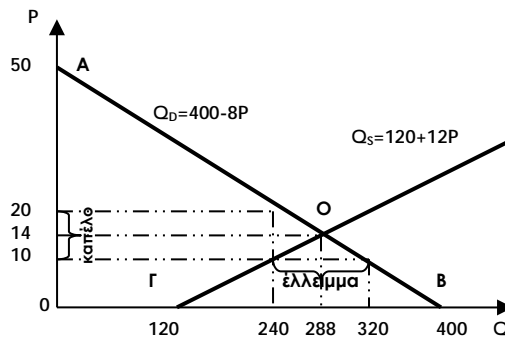
Για τη συνάρτηση προσφοράς $Q_S=120+12P$, αν θέσουμε $P=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (1^ο σημείο), ενώ ως δεύτερο σημείο παίρνουμε το σημείο ισορροπίας που υπολογίσαμε στο ερώτημα Δ1, δηλαδή:

1^ο σημείο (Γ)

$$P=0 \Rightarrow Q_S=120+12 \times 0 \Leftrightarrow Q_S=120, \text{ επομένως } \Gamma (P=0, Q_S=120)$$

2^ο σημείο (Ο), $O (P=14, Q_S=288)$

Τα παραπάνω παρουσιάζονται διαγραμματικά ως εξής:



Μονάδες 5

Δ5 Να υπολογίσετε το μέγιστο "καπέλο" που είναι πιθανόν να πληρώσουν οι καταναλωτές μετά την παρέμβαση του κράτους.

καπέλο = $P_T - P_A \Leftrightarrow$ καπέλο = $20 - 10 \Leftrightarrow$ καπέλο = **10**

Μονάδες 5

ΣΑΒΒΑΤΟ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2001

Ο παρακάτω πίνακας παρουσιάζει τη συνολική παραγωγή (Q) μιας επιχείρησης για τον αντίστοιχο αριθμό εργαζομένων (L):

Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)
4	160
5	200
6	220
7	225

Ο εργατικός μισθός είναι 1.000 χρηματικές μονάδες και το κόστος της πρώτης ύλης που απαιτείται για κάθε μονάδα παραγωγής είναι 100 χρηματικές μονάδες.

Δ1 Με τους κατάλληλους υπολογισμούς να κατασκευάσετε τον πίνακα προσφοράς της επιχείρησης. (Να βασιστείτε στο ακέραιο μέρος των αριθμητικών αποτελεσμάτων).

Η καμπύλη προσφοράς μιας επιχείρησης (συνεπώς και ο πίνακας προσφοράς) είναι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης οριακού κόστους (MC), το οποίο βρίσκεται πάνω από την καμπύλη του μέσου μεταβλητού κόστους (AVC). Άρα, πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό (MC) και το μέσο μεταβλητό κόστος (AVC), τα οποία προκύπτουν από το μεταβλητό κόστος (VC). Στην ουσία, θα πρέπει να κατασκευάσουμε πίνακα παραγωγής και κόστους, στον οποίο απαραίτητα θα υπάρχουν το συνολικό προϊόν (Q), το μεταβλητό κόστος (VC), το μέσο μεταβλητό κόστος (AVC) και το οριακό κόστος (MC). Το μεταβλητό κόστος (VC) είναι άθροισμα της αμοιβής της εργασίας και του κόστους πρώτων υλών, δηλαδή:

$VC = W \times L + C \times Q \Leftrightarrow VC = 1.000 \times L + 100 \times Q$

Γνωρίζοντας επίσης, ότι $AVC = VC/Q$ και $MC = \Delta(VC)/\Delta(Q)$, υπολογίζουμε γραμμή-γραμμή ως εξής:

- L=4 & Q=160

$VC_{160} = 1.000 \times 4 + 100 \times 160 \Leftrightarrow VC_{160} = 4.000 + 16.000 \Leftrightarrow VC_{160} = 20.000$

$AVC_{160} = 20.000/160 \Leftrightarrow AVC_{160} = 125$

MC_{160} = **δεν ορίζεται**, διότι δεν έχουμε στοιχεία για το προηγούμενο επίπεδο παραγωγής

- L=5 & Q=200

$$VC_{200}=1.000 \times 5 + 100 \times 200 \Leftrightarrow VC_{200}=5.000 + 20.000 \Leftrightarrow VC_{200}=25.000$$

$$AVC_{200}=25.000/200 \Leftrightarrow AVC_{200}=125$$

$$MC_{200}=(25.000-20.000)/(200-160) \Leftrightarrow MC_{200}=5.000/40 \Leftrightarrow MC_{200}=125$$

- L=6 & Q=220

$$VC_{220}=1.000 \times 6 + 100 \times 220 \Leftrightarrow VC_{220}=6.000 + 22.000 \Leftrightarrow VC_{220}=28.000$$

$$AVC_{220}=28.000/220 \Leftrightarrow AVC_{220}=127$$

$$MC_{220}=(28.000-25.000)/(220-200) \Leftrightarrow MC_{220}=3.000/20 \Leftrightarrow MC_{220}=150$$

- L=7 & Q=225

$$VC_{225}=1.000 \times 7 + 100 \times 225 \Leftrightarrow VC_{225}=7.000 + 22.500 \Leftrightarrow VC_{225}=29.500$$

$$AVC_{225}=29.500/225 \Leftrightarrow AVC_{225}=131$$

$$MC_{225}=(29.500-28.000)/(225-220) \Leftrightarrow MC_{225}=1.500/5 \Leftrightarrow MC_{225}=300$$

Επομένως, ο πίνακας ολοκληρωμένος θα έχει ως εξής:

Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
4	160	20.000	125	-
5	200	25.000	125	125
6	220	28.000	127	150
7	225	29.500	131	300

Επομένως, ο πίνακας προσφοράς της επιχείρησης θα είναι ο:

Τιμή (MC ⇒ P)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q ⇒ Q _s)
125	200
150	220
300	225

Μονάδες 15

Δ2 Το προϊόν αυτό παράγεται από 100 πανομοιότυπες επιχειρήσεις. Ο δε πίνακας της αγοραίας ζήτησης του προϊόντος είναι:

Τιμή (P)	100	125	150	300
Ζητούμενη Ποσότητα (Q _D)	30.000	25.000	22.000	20.000

Με αυτά τα δεδομένα:

(α) Να βρείτε την τιμή ισορροπίας και την ποσότητα ισορροπίας της αγοράς.

Αφού το προϊόν παράγεται από 100 όμοιες επιχειρήσεις ο πίνακας της αγοραίας προσφοράς θα είναι:

<http://users.sch.gr/dthalalaios>

Τιμή (P)	Αγοραία Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _S)
125	200×100=20.000
150	220×100=22.000
300	225×100=22.500

Το σημείο ισορροπίας της αγοράς το εντοπίζουμε σε εκείνο το επίπεδο τιμής, όπου η ζητούμενη ποσότητα είναι ίση με την προσφερόμενη ποσότητα. Παρατηρώντας τους αγοραίους πίνακες ζήτησης και προσφοράς αυτό συμβαίνει, όταν η τιμή του αγαθού είναι 150 χρηματικές μονάδες που αντιστοιχεί σε ποσότητα ισορροπίας 22.000 μονάδων, δηλαδή Ο (P₀=150, Q₀=22.000).

Μονάδες 4

(β) Να υπολογίσετε τη συνολική δαπάνη των καταναλωτών στο σημείο ισορροπίας της αγοράς.

Η συνολική δαπάνη (ΣΔ) αποτελεί το γινόμενο της τιμής επί την ζητούμενη ποσότητα, επομένως:

$$\Sigma\Delta_0 = P_0 \times Q_0 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_0 = 150 \times 22.000 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_0 = 3.300.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Μονάδες 3

(γ) Να υπολογίσετε το τμήμα της δαπάνης των καταναλωτών που θα εισπράξει η καθεμιά επιχείρηση.

Η συνολική δαπάνη (ΣΔ) των καταναλωτών παράλληλα αποτελεί και συνολικά έσοδα (ΣΕ) για τις επιχειρήσεις, τα οποία και μοιράζονται οι 100 επιχειρήσεις ως εξής:

$$\Sigma\Delta_0 = \Sigma E_0 = 3.300.000 / 100 = 33.000 \text{ χρηματικές μονάδες για κάθε επιχείρηση.}$$

Μονάδες 3

ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2002

Οι συναρτήσεις αγοραίας ζήτησης (Q_D) και προσφοράς (Q_{S1}) ενός αγαθού X δίνονται από τις σχέσεις Q_D=100-5P και Q_{S1}=-20+5P αντίστοιχα, όπου P είναι η τιμή του αγαθού.

Δ1 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή Q_D=Q_{S1}:

$$100 - 5P_0 = -20 + 5P_0 \Leftrightarrow 100 + 20 = 5P_0 + 5P_0 \Leftrightarrow 120 = 10P_0 \Leftrightarrow P_0 = 120/10 \Leftrightarrow P_0 = 12$$

$$Q_0 = -20 + 5 \times 12 \Leftrightarrow Q_0 = -20 + 60 \Leftrightarrow Q_0 = 40$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: Ο (P₀=12, Q₀=40)

Μονάδες 4

Δ2 Μια μεταβολή των αμοιβών των συντελεστών παραγωγής του αγαθού X είχε ως αποτέλεσμα να διαμορφωθεί η συνάρτηση της αγοραίας προσφοράς ως εξής:

Q_{S2}=-40+5P. Με αυτά τα δεδομένα:

(α) Να υπολογίσετε τη νέα τιμή και τη νέα ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

Η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν αν εξισώσουμε αλγεβρικά τη συνάρτηση ζήτησης και τη νέα συνάρτηση προσφοράς, δηλαδή Q_D=Q_{S2}:

$$100 - 5P'_0 = -40 + 5P'_0 \Leftrightarrow 100 + 40 = 5P'_0 + 5P'_0 \Leftrightarrow 140 = 10P'_0 \Leftrightarrow P'_0 = 140/10 \Leftrightarrow P'_0 = 14$$

$$Q'_0 = -40 + 5 \times 14 \Leftrightarrow Q'_0 = -40 + 70 \Leftrightarrow Q'_0 = 30$$

Επομένως, η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας είναι: Ο' (P'₀=14, Q'₀=30)

Μονάδες 4

(β) Να απαντήσετε αν οι αμοιβές των συντελεστών παραγωγής του αγαθού Χ αυξήθηκαν ή μειώθηκαν (Μονάδα 1). Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 4).

Οι αμοιβές των συντελεστών παραγωγής είναι ένας παράγοντας που επηρεάζει την προσφορά ενός αγαθού. Αύξηση στις αμοιβές των συντελεστών παραγωγής προκαλεί μείωση της προσφοράς, ενώ μείωση στις αμοιβές των συντελεστών παραγωγής προκαλεί αύξηση της προσφοράς. Συγκρίνοντας τα δύο σημεία ισορροπίας (αρχικό και νέο) παρατηρούμε ότι αυξήθηκε η τιμή ισορροπίας ($P_0=12 < P'_0=14$) και μειώθηκε η ποσότητα ισορροπίας ($Q_0=40 > Q'_0=30$) ως αποτέλεσμα μεταβολής της προσφοράς. Με σταθερή τη ζήτηση, για να συμβεί μια τέτοια μεταβολή, πρέπει να μετατοπιστεί η καμπύλη προσφοράς προς τα πάνω και αριστερά. Όμως, μετατόπιση της καμπύλης προσφοράς προς τα πάνω και αριστερα σημαίνει μείωση της προσφοράς, **άρα οι τιμές των συντελεστών παραγωγής αυξήθηκαν.**

Μονάδες 5

(γ) Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο διάγραμμα τις συναρτήσεις αγοραίας ζήτησης (Q_D) και προσφοράς (Q_{S1}, Q_{S2}), καθώς και τα σημεία ισορροπίας.

Η σύναρτηση ζήτησης $Q_D=100-5P$ και οι συναρτήσεις προσφοράς $Q_{S1}=-20+5P$ και $Q_{S2}=-40+5P$ είναι γραμμικής μορφής. Για να ορίσουμε γραφικά μία γραμμική συνάρτηση στο επίπεδο, χρειάζεται να γνωρίζουμε δύο σημεία της με τις συντεταγμένες τους.

Για τη συνάρτηση ζήτησης $Q_D=100-5P$, αν θέσουμε $Q_D=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ αν θέσουμε $P=0$, θα βρούμε το σημείο όπου τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (2^ο σημείο), δηλαδή:

1^ο σημείο (Α)

$$Q_D=0 \Rightarrow 0=100-5P \Leftrightarrow 5P=100 \Leftrightarrow P=100/5 \Leftrightarrow P=20, \text{ επομένως Α (P=20, } Q_D=0)$$

2^ο σημείο (Β)

$$P=0 \Rightarrow Q_D=100-5 \times 0 \Leftrightarrow Q_D=100, \text{ επομένως Β (P=0, } Q_D=100)$$

Για τη συνάρτηση προσφοράς $Q_{S1}=-20+5P$, αν θέσουμε $Q_{S1}=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ ως δεύτερο σημείο παίρνουμε το σημείο ισορροπίας που υπολογίσαμε στο ερώτημα Δ1, δηλαδή:

1^ο σημείο (Γ)

$$Q_{S1}=0 \Rightarrow 0=-20+5P \Leftrightarrow 20=5P \Leftrightarrow P=20/5 \Leftrightarrow P=4, \text{ επομένως Γ (P=4, } Q_{S1}=0)$$

2^ο σημείο (Ο), Ο (P=12, $Q_S=40$)

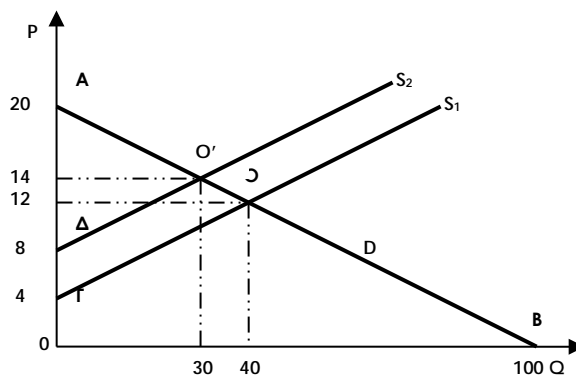
Για τη συνάρτηση προσφοράς $Q_{S2}=-40+5P$, αν θέσουμε $Q_{S2}=0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ ως δεύτερο σημείο παίρνουμε το σημείο ισορροπίας που υπολογίσαμε στο ερώτημα Δ2α, δηλαδή:

1^ο σημείο (Δ)

$$Q_{S2}=0 \Rightarrow 0=-40+5P \Leftrightarrow 40=5P \Leftrightarrow P=40/5 \Leftrightarrow P=8, \text{ επομένως Δ (P=8, } Q_{S2}=0)$$

2^ο σημείο (Ο'), Ο' (P=14, $Q_{S2}=30$)

Τα παραπάνω παρουσιάζονται διαγραμματικά ως εξής:



Μονάδες 5

(δ) Να βρείτε ποια επίπτωση είχε στη συνολική δαπάνη των καταναλωτών η μεταβολή της τιμής ισορροπίας του αγαθού, εξ αιτίας της μεταβολής της προσφοράς του (Μονάδες 3). Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας (Μονάδες 4).

Η συνολική δαπάνη των καταναλωτών πριν τη μεταβολή της προσφοράς ήταν:

$$\Sigma\Delta_0 = P_0 \times Q_0 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_0 = 12 \times 40 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_0 = 480 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

Η συνολική δαπάνη των καταναλωτών μετά τη μεταβολή της προσφοράς είναι:

$$\Sigma\Delta'_0 = P'_0 \times Q'_0 \Leftrightarrow \Sigma\Delta'_0 = 14 \times 30 \Leftrightarrow \Sigma\Delta'_0 = 420 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

Επομένως, η μεταβολή στη συνολική δαπάνη των καταναλωτών είναι:

$$\Delta\Sigma\Delta = \Sigma\Delta'_0 - \Sigma\Delta_0 \Leftrightarrow \Delta\Sigma\Delta = 420 - 480 \Leftrightarrow \Delta\Sigma\Delta = -60$$

Δηλαδή, η συνολική δαπάνη των καταναλωτών, λόγω της μείωσης της προσφοράς, μειώθηκε κατά 60 χρηματικές μονάδες, διότι βρισκόμαστε στο τμήμα της ζήτησης όπου η ζήτηση χαρακτηρίζεται ως ελαστική και γνωρίζουμε ότι αύξηση της τιμής σε ελαστική ζήτηση προκαλεί μείωση της συνολικής δαπάνης.

Μονάδες 7

ΔΕΥΤΕΡΑ 9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2003

Η αγοραία συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού δίνεται από τη σχέση $Q_S = 2P$, όπου Q_S είναι η προσφερόμενη ποσότητα του αγαθού και P είναι η τιμή του. Με βάση την αγοραία συνάρτηση ζήτησης του ίδιου αγαθού, η οποία είναι γραμμική, προκύπτει ο παρακάτω πίνακας:

Τιμή (P)	Ζητούμενη Ποσότητα (Q _D)
12	36
15	30
18	24
21	18

Οι συναρτήσεις αγοραίας ζήτησης (Q_D) και προσφοράς (Q_{S1}) ενός αγαθού X δίνονται από τις σχέσεις $Q_D = 100 - 5P$ και $Q_{S1} = -20 + 5P$ αντίστοιχα, όπου P είναι η τιμή του αγαθού.

Δ1 Να βρείτε τη συνάρτηση ζήτησης του αγαθού.

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Επιλέγουμε τυχαία από τον πίνακα ($P=12, Q_D=36$) και ($P=15, Q_D=30$) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$36 = \alpha + 12\beta \quad (1)$$

$$30 = \alpha + 15\beta \quad (2)$$

$$\text{Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής: } 36 - 30 = \alpha - \alpha + 12\beta - 15\beta \Leftrightarrow 6 = -3\beta \Leftrightarrow \beta = 6/(-3) \Leftrightarrow \beta = -2$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 36 = \alpha + 12(-2) \Leftrightarrow 36 = \alpha - 24 \Leftrightarrow \alpha = 36 + 24 \Leftrightarrow \alpha = 60$$

Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η $Q_D = 60 - 2P$.

Μονάδες 4

Δ2 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$60 - 2P_0 = 2P_0 \Leftrightarrow 60 = 2P_0 + 2P_0 \Leftrightarrow 60 = 4P_0 \Leftrightarrow P_0 = 60/4 \Leftrightarrow P_0 = 15$$

$$Q_0 = 2 \times 15 \Leftrightarrow Q_0 = 30$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **O** ($P_0=15, Q_0=30$)

Μονάδες 4

Δ3 Αν το κράτος επιβάλει ως ανώτατη τιμή πώλησης του αγαθού την $P_A=10$ χρηματικές μονάδες, να υπολογίσετε το μέγεθος του ελλείμματος που εμφανίζεται στην αγορά του αγαθού, καθώς και την τιμή την οποία οι καταναλωτές είναι διατεθειμένοι να καταβάλουν για να απορροφήσουν όλη την ποσότητα του αγαθού, η οποία προσφέρεται από τους παραγωγούς στην τιμή P_A .

Υπολογισμός Ελλείμματος

$$Q_D=60-2P_A \Leftrightarrow Q_D=60-2 \times 10 \Leftrightarrow Q_D=60-20 \Leftrightarrow Q_D=40$$

$$Q_S=2P_A \Leftrightarrow Q_S=2 \times 10 \Leftrightarrow Q_S=20$$

$$\text{Έλλειμμα}=Q_D-Q_S \Leftrightarrow \text{Έλλειμμα}=40-20 \Leftrightarrow \text{Έλλειμμα}=20$$

Υπολογισμός Τιμής Καταναλωτών (P_T)

Βήμα 1^ο: Θέτουμε την τιμή παρέμβασης στη συνάρτηση προσφοράς και υπολογίζουμε την αντίστοιχη ποσότητα ως εξής:

$$Q_A=2P_A \Leftrightarrow Q_A=2 \times 10 \Leftrightarrow Q_A=20$$

Βήμα 2^ο: Θέτουμε την ποσότητα (Q_A) που υπολογίσαμε πριν στη συνάρτηση ζήτησης και υπολογίζουμε την τιμή που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές (P_T) ως εξής:

$$Q_A=60-2P_T \Leftrightarrow 20=60-2P_T \Leftrightarrow 2P_T=60-20 \Leftrightarrow 2P_T=40 \Leftrightarrow P_T=40/2 \Leftrightarrow P_T=20$$

Μονάδες 8

Δ4 Μία αύξηση του εισοδήματος των καταναλωτών έχει ως αποτέλεσμα τη μεταβολή της ζήτησης του αγαθού κατά 50%. Θεωρώντας ότι η εισοδηματική ελαστικότητα είναι σταθερή και ίση με 5, να υπολογίσετε:

(α) Να υπολογίσετε τη νέα τιμή και τη νέα ποσότητα ισορροπίας.

Υπολογισμός Νέας Συνάρτησης Ζήτησης

Αρχικά προσδιορίζουμε τη νέα συνάρτηση ζήτησης, που προέκυψε λόγω της αύξησης του εισοδήματος των καταναλωτών. Αφού η εισοδηματική ελαστικότητα είναι θετική ($E_Y=5>0$), το αγαθό είναι κανονικό. Επομένως, η αύξηση του εισοδήματος προκάλεσε μεταβολή και συγκεκριμένα αύξηση της ζήτησης κατά 50%. Η νέα συνάρτηση ζήτησης θα είναι:

$$Q'_D=(1+50/100)(60-2P) \Leftrightarrow Q'_D=1,5(60-2P) \Leftrightarrow Q'_D=1,5 \times 60 - 1,5 \times 2P \Leftrightarrow Q'_D=90-3P$$

Υπολογισμός Νέου Σημείου Ισορροπίας

Η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τη νέα συνάρτηση ζήτησης και τη συνάρτηση προσφοράς, δηλαδή $Q'_D=Q_S$:

$$90-3P'_0=2P'_0 \Leftrightarrow 90=3P'_0+2P'_0 \Leftrightarrow 90=5P'_0 \Leftrightarrow P'_0=90/5 \Leftrightarrow P'_0=18$$

$$Q'_0=2 \times 18 \Leftrightarrow Q'_0=36$$

Επομένως, η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας είναι: **O'** ($P'_0=18$, $Q'_0=36$)

Μονάδες 4

(β) Να υπολογίσετε την ποσοστιαία αύξηση του εισοδήματος.

Η εισοδηματική ελαστικότητα δίνεται από τη σχέση:

$$E_Y=\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Ζήτησης (Π.Μ.Ζ.)} / \text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος (Π.Μ.ΕΙΣ.)} \Leftrightarrow$$

$$E_Y=\text{Π.Μ.Ζ.}/\text{Π.Μ.ΕΙΣ.} \Leftrightarrow 5=50/\text{Π.Μ.ΕΙΣ.} \Leftrightarrow 5 \times (\text{Π.Μ.ΕΙΣ.})=50 \Leftrightarrow \text{Π.Μ.ΕΙΣ.}=50/5 \Leftrightarrow \text{Π.Μ.ΕΙΣ.}=10\%$$

Επομένως, η αύξηση της ζήτησης κατά 50% προκλήθηκε από την αύξηση του εισοδήματος κατά 10%.

Μονάδες 5

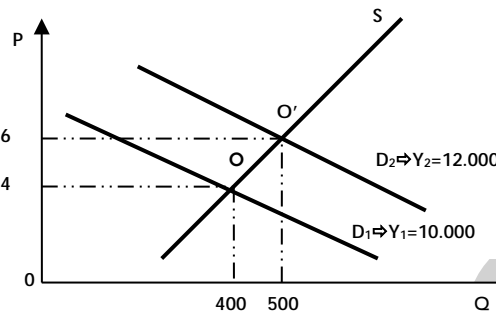
ΤΕΤΑΡΤΗ 9 ΙΟΥΛΙΟΥ 2003

Οι αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού είναι γραμμικές. Όταν το εισόδημα των καταναλωτών είναι 10.000 ευρώ, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας του αγαθού είναι 4 ευρώ και 400 κιλά, αντίστοιχα. Στην περίπτωση που το εισόδημα των

καταναλωτών αυξηθεί από 10.000 σε 12.000 ευρώ, η νέα τιμή και η ποσότητα ισορροπίας του αγαθού γίνονται 6 ευρώ και 500 κιλά, αντίστοιχα.

Δ1 Να βρεθεί η αγοραία συνάρτηση προσφοράς του αγαθού.

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Σύμφωνα με την άσκηση μπορούμε να παραστήσουμε γραφικά τα δεδομένα μας στο παρακάτω διάγραμμα ως εξής:



Τα δύο σημεία που χρειαζόμαστε είναι τα δύο σημεία ισορροπίας, δηλαδή O ($P=4, Q_S=400$) και O' ($P=6, Q_S=500$) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_S = \gamma + \delta P$$

$$400 = \gamma + 4\delta \quad (1)$$

$$500 = \gamma + 6\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$400 - 500 = \gamma - \gamma + 4\delta - 6\delta \Leftrightarrow -100 = -2\delta \Leftrightarrow \delta = (-100)/(-2) \Leftrightarrow \delta = 50$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 400 = \gamma + 4 \times 50 \Leftrightarrow 400 = \gamma + 200 \Leftrightarrow \gamma = 400 - 200 \Leftrightarrow \gamma = 200$$

Επομένως, η συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_S = 200 + 50P$.

Μονάδες 7

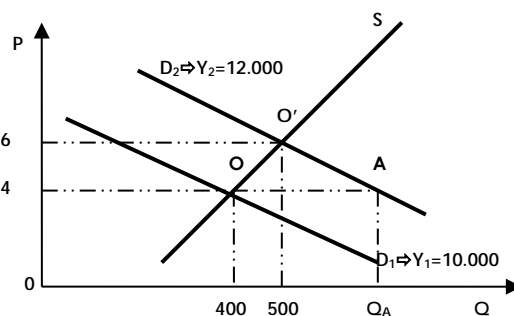
Δ2 Να βρεθεί η ελαστικότητα προσφοράς του αγαθού, καθώς η τιμή του αυξάνεται από 4 σε 6 ευρώ.

$$E_S = (Q_0 - Q_1) / (P_0 - P_1) \times P_0 / Q_0 \Leftrightarrow E_S = (500 - 400) / (6 - 4) \times 4 / 400 \Leftrightarrow E_S = 100 / 2 \times 4 / 400 \Leftrightarrow E_S = 400 / 800 \Leftrightarrow E_S = 0,5$$

Μονάδες 7

Δ3 Αν στην τιμή των 4 ευρώ, η εισοδηματική ελαστικότητα είναι 2, να βρεθεί η αγοραία συνάρτηση ζήτησης του αγαθού που αντιστοιχεί στο εισόδημα των 12.000 ευρώ.

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Προσαρμόζουμε το προηγούμενο διάγραμμα στα νέα δεδομένα ως εξής:



Τα δύο σημεία που χρειαζόμαστε για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης που αντιστοιχεί στο εισόδημα των €12.000 (D_2) είναι το O' ($P=6, Q_D=500$) και το A ($P=4, Q_A=;$).

Υπολογισμός Ποσότητα Q_A

Είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε πρώτα την ποσότητα Q_A . Με την βοήθεια της εισοδηματικής ελαστικότητας, υπολογίζουμε ως εξής:

$$E_Y = (Q_A - Q_0)(Y_2 - Y_1) \times Y_1 / Q_0 \Leftrightarrow 2 = (Q_A - 400) / (12.000 - 10.000) \times 10.000 / 400 \Leftrightarrow 2 = (Q_A - 400) / 2.000 \times 25 \Leftrightarrow 2 \times 2.000 = 25(Q_A - 400) \Leftrightarrow 4.000 = 25Q_A - 25 \times 400 \Leftrightarrow 4.000 = 25Q_A - 10.000 \Leftrightarrow 25Q_A = 4.000 + 10.000 \Leftrightarrow 25Q_A = 14.000 \Leftrightarrow Q_A = 14.000 / 25 \Leftrightarrow Q_A = 560$$

Προσδιορισμός Συνάρτησης Ζήτησης

Αφού πλέον έχουμε τα δύο σημεία O' ($P=6$, $Q_D=500$) και το A ($P=4$, $Q_A=560$) προσδιορίζουμε τη συνάρτηση ζήτησης με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$500 = \alpha + 6\beta \quad (1)$$

$$560 = \alpha + 4\beta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$500 - 560 = \alpha - \alpha + 6\beta - 4\beta \Leftrightarrow -60 = 2\beta \Leftrightarrow \beta = (-60) / 2 \Leftrightarrow \beta = -30$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 500 = \alpha + 6 \times (-30) \Leftrightarrow 500 = \alpha - 180 \Leftrightarrow \alpha = 500 + 180 \Leftrightarrow \alpha = 680$$

Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η $Q_D = 680 - 30P$.

Μονάδες 7

Δ4 Να υπολογίσετε τη συνολική δαπάνη των καταναλωτών για το αγαθό, στην τιμή και την ποσότητα ισορροπίας που αντιστοιχούν στο εισόδημα των 12.000 ευρώ.

Η συνολική δαπάνη των καταναλωτών για το αγαθό στην τιμή και ποσότητα ισορροπίας που αντιστοιχούν στο εισόδημα των €12.000 είναι: $\Sigma \Delta'_0 = P'_0 \times Q'_0 \Leftrightarrow \Sigma \Delta'_0 = 6 \times 500 \Leftrightarrow \Sigma \Delta'_0 = €3.000$

Μονάδες 4

ΔΕΥΤΕΡΑ 7 ΙΟΥΝΙΟΥ 2004

Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι τιμές (P), οι ζητούμενες ποσότητες (Q_D) αγαθού K και τα αντίστοιχα εισοδήματα (Y) (*ceteris paribus*).

Σημεία	Τιμή (P)	Ζητούμενη Ποσότητα (Q_D)	Εισόδημα Καταναλωτών (Y)
A	6	30	1.000
B	4	80	1.200
Γ	4	50	1.000

Δ1 Να δικαιολογήσετε γιατί υπάρχει μία μόνο ελαστικότητα τόξου ζήτησης ως προς την τιμή για το αγαθό K (Μονάδες 3). Να υπολογίσετε την ελαστικότητα τόξου ζήτησης του αγαθού ως προς την τιμή (Μονάδες 5).

Γνωρίζουμε ότι, για να υπολογίσουμε την ελαστικότητα τόξου ζήτησης (τοξοειδή ελαστικότητα), χρειαζόμαστε δύο σημεία της ίδιας καμπύλης ζήτησης. Επίσης, γνωρίζουμε ότι, για να υπολογίσουμε ελαστικότητα τόξου ζήτησης θα πρέπει να είναι σταθεροί οι προσδιοριστικοί παράγοντες που μεταβάλλουν τη ζήτηση και να μεταβάλλεται μόνο η τιμή του αγαθού. Με άλλα λόγια, για κάθε επίπεδο εισοδήματος αντιστοιχεί και μία καμπύλη ζήτησης. Από τον πίνακα διαπιστώνουμε ότι, υπάρχουν δύο επίπεδα εισοδήματος, το εισόδημα των 1.000 χρηματικών μονάδων και το εισόδημα των 1.200 χρηματικών μονάδων. Άρα, έχουμε δύο καμπύλες ζήτησης, την καμπύλη ζήτησης των 1.000 χρηματικών μονάδων, για την οποία μας δίνονται δύο σημεία, το A και το Γ και την καμπύλη ζήτησης των 1.200 χρηματικών μονάδων, για την οποία μας δίνεται μόνο το σημείο B. Για το λόγο αυτό, μπορούμε να υπολογίσουμε μόνο μία ελαστικότητα τόξου ζήτησης, αυτήν μεταξύ των σημείων A και Γ, που βρίσκονται στην καμπύλη ζήτησης που αντιστοιχεί στο εισόδημα των 1.000 χρηματικών μονάδων.

Η ελαστικότητα τόξου ζήτησης δίνεται από τη σχέση:

$$E_{D(AΓ)} = (Q_Γ - Q_A) / (P_Γ - P_A) \times (P_Γ + P_A) / (Q_Γ + Q_A) \Leftrightarrow E_{D(AΓ)} = (50 - 30) / (4 - 6) \times (4 + 6) / (50 + 30) \Leftrightarrow E_{D(AΓ)} = 20 / (-2) \times 10 / 80 \Leftrightarrow E_{D(AΓ)} = 200 / (-160) \Leftrightarrow E_{D(AΓ)} = -1,25$$

Μονάδες 8

Δ2 Να υπολογίσετε την εισοδηματική ελαστικότητα του αγαθού Κ, όταν το εισόδημα αυξάνεται από 1.000 σε 1.200 χρηματικές μονάδες (Μονάδες 3), και να χαρακτηρίσετε το αγαθό (Μονάδες 2).

Για να υπολογίσουμε εισοδηματική ελαστικότητα θα πρέπει να μεταβάλλεται μόνο το εισόδημα και να παραμένει σταθερή η τιμή του αγαθού καθώς και οι υπόλοιποι προσδιοριστικοί παράγοντες που μεταβάλλουν τη ζήτηση. Δηλαδή, εισοδηματική ελαστικότητα μπορούμε να υπολογίσουμε μεταξύ δύο σημείων, στα οποία θα μεταβάλλεται μόνο το εισόδημα των καταναλωτών, ενώ η τιμή του αγαθού και οι υπόλοιποι προσδιοριστικοί παράγοντες της ζήτησης παραμένουν σταθεροί. Αυτό συμβαίνει στα σημεία Β και Γ του πίνακα και συγκεκριμένα από το σημείο Γ στο σημείο Β (καθώς το εισόδημα αυξάνεται).

Η εισοδηματική ελαστικότητα δίνεται από τη σχέση:

$$E_Y = (Q_B - Q_Γ) / (Y_B - Y_Γ) \times Y_Γ / Q_Γ \Leftrightarrow E_Y = (80 - 50) / (1.200 - 1.000) \times 1.000 / 50 \Leftrightarrow E_Y = 30 / 200 \times 1.000 / 50 \Leftrightarrow E_Y = 30.000 / 10.000 \Leftrightarrow E_Y = 3 > 0 \Rightarrow \text{το αγαθό είναι κανονικό}$$

Μονάδες 5

Δ3 Να προσδιορίσετε τον τύπο της γραμμικής συνάρτησης ζήτησης του αγαθού Κ.

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Τα σημεία αυτά είναι το Α ($P=6, Q_D=30$) και το Γ ($P=4, Q_D=50$), διότι όπως εξηγήσαμε και στο ερώτημα Δ1, βρίσκονται στην ίδια συνάρτηση ζήτησης, αυτήν που αντιστοιχεί σε εισόδημα 1.000 χρηματικών μονάδων. Υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$30 = \alpha + 6\beta \quad (1)$$

$$50 = \alpha + 4\beta \quad (2)$$

$$\text{Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής: } 30 - 50 = \alpha - \alpha + 6\beta - 4\beta \Leftrightarrow -20 = 2\beta \Leftrightarrow \beta = (-20) / 2 \Leftrightarrow \beta = -10$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 30 = \alpha + 6(-10) \Leftrightarrow 30 = \alpha - 60 \Leftrightarrow \alpha = 30 + 60 \Leftrightarrow \alpha = 90$$

$$\text{Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η } Q_D = 90 - 10P$$

Μονάδες 7

Δ4 Να υπολογίσετε την τιμή και τη ποσότητα ισορροπίας του αγαθού Κ για το εισόδημα των 1.000 χρηματικών μονάδων με δεδομένη τη συνάρτηση προσφοράς του αγαθού $Q_S = -10 + 10P$.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$90 - 10P_0 = -10 + 10P_0 \Leftrightarrow 90 + 10 = 10P_0 + 10P_0 \Leftrightarrow 100 = 20P_0 \Leftrightarrow P_0 = 100 / 20 \Leftrightarrow P_0 = 5$$

$$Q_0 = -10 + 10 \times 5 \Leftrightarrow Q_0 = -10 + 50 \Leftrightarrow Q_0 = 40$$

$$\text{Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: } \mathbf{0} \quad (P_0 = 5, Q_0 = 40)$$

Μονάδες 5

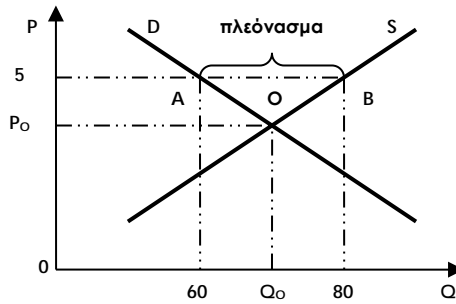
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 9 ΙΟΥΛΙΟΥ 2004

Για ένα αγαθό με γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, στην τιμή των 5 ευρώ η ζητούμενη ποσότητα είναι 60 μονάδες προϊόντος και η προσφερόμενη ποσότητα 80 μονάδες προϊόντος. Όταν μεταβάλλεται η τιμή από τα 5 ευρώ προς την τιμή ισορροπίας, η ελαστικότητα της ζήτησης ως προς την τιμή είναι -0,5 και η ελαστικότητα της προσφοράς είναι 0,25.

Δ1 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

Για να προσδιορίσουμε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας, θα πρέπει αρχικά να προσδιορίσουμε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς. Αφού στην τιμή των €5 η προσφερόμενη ποσότητα είναι μεγαλύτερη από τη ζητούμενη ποσότητα ($Q_S = 80 > Q_D = 60$), τότε στην αγορά εμφανίζεται πλεόνασμα και επομένως η τιμή

των €5 είναι μεγαλύτερη από την τιμή ισορροπίας. Όλα τα παραπάνω μπορούν να παρασταθούν σε ένα διάγραμμα ως εξής:



Με τη βοήθεια των ελαστικοτήτων, προσδιορίζουμε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς ως εξής:

Προσδιορισμός Συνάρτησης Ζήτησης

$$E_{DA,0} = \frac{(Q_0 - Q_A)}{(P_0 - P_A)} \times \frac{P_A}{Q_A} \Leftrightarrow -0,5 = \frac{(Q_0 - 60)}{(P_0 - 5)} \times \frac{5}{60} \Leftrightarrow -0,5 = \frac{5(Q_0 - 60)}{60(P_0 - 5)} \Leftrightarrow$$

$$-0,5 = \frac{5Q_0 - 5 \times 60}{60P_0 - 5 \times 60} \Leftrightarrow -0,5 = \frac{5Q_0 - 300}{60P_0 - 300} \Leftrightarrow -0,5(60P_0 - 300) = 5Q_0 - 300 \Leftrightarrow$$

$$-0,5 \times 60P_0 + 0,5 \times 300 = 5Q_0 - 300 \Leftrightarrow -30P_0 + 150 = 5Q_0 - 300 \Leftrightarrow 5Q_0 = 150 + 300 - 30P_0 \Leftrightarrow 5Q_0 = 450 - 30P_0 \Leftrightarrow$$

$$Q_0 = \frac{450 - 30P_0}{5} \Leftrightarrow Q_0 = 90 - 6P_0 \Rightarrow Q_D = 90 - 6P$$

Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς

$$E_{SB,0} = \frac{(Q_0 - Q_B)}{(P_0 - P_B)} \times \frac{P_B}{Q_B} \Leftrightarrow 0,25 = \frac{(Q_0 - 80)}{(P_0 - 5)} \times \frac{5}{80} \Leftrightarrow 0,25 = \frac{5(Q_0 - 80)}{80(P_0 - 5)} \Leftrightarrow$$

$$0,25 = \frac{5Q_0 - 5 \times 80}{80P_0 - 5 \times 80} \Leftrightarrow 0,25 = \frac{5Q_0 - 400}{80P_0 - 400} \Leftrightarrow 0,25(80P_0 - 400) = 5Q_0 - 400 \Leftrightarrow$$

$$0,25 \times 80P_0 - 0,25 \times 400 = 5Q_0 - 400 \Leftrightarrow 20P_0 - 100 = 5Q_0 - 400 \Leftrightarrow 5Q_0 = 400 - 100 + 20P_0 \Leftrightarrow 5Q_0 = 300 + 20P_0 \Leftrightarrow$$

$$Q_0 = \frac{300 + 20P_0}{5} \Leftrightarrow Q_0 = 60 + 4P_0 \Rightarrow Q_S = 60 + 4P$$

Υπολογισμός Τιμής και Ποσότητας Ισορροπίας

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή Q_D=Q_S:

$$90 - 6P_0 = 60 + 4P_0 \Leftrightarrow 90 - 60 = 4P_0 + 6P_0 \Leftrightarrow 30 = 10P_0 \Leftrightarrow P_0 = 30/10 \Leftrightarrow P_0 = 3$$

$$Q_0 = 60 + 4 \times 3 \Leftrightarrow Q_0 = 60 + 12 \Leftrightarrow Q_0 = 72$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **O** (P₀=3, Q₀=72)

Μονάδες 12

Δ2 Να υπολογίσετε σε ποια τιμή παρουσιάζεται πλεόνασμα 40 μονάδων προϊόντος.

$$\text{Πλεόνασμα} = Q_S - Q_D \Leftrightarrow 40 = 60 + 4P - (90 - 6P) \Leftrightarrow 40 = 60 + 4P - 90 + 6P \Leftrightarrow 40 - 60 + 90 = 4P + 6P \Leftrightarrow 70 = 10P \Leftrightarrow$$

$$P = 70/10 \Leftrightarrow P = 7$$

Επομένως, στην αγορά εμφανίζεται πλεόνασμα 40 μονάδων, όταν η τιμή είναι P=7 χρηματικές μονάδες.

Μονάδες 5

Δ3 Αν μεταβληθεί ο αριθμός των καταναλωτών και η νέα συνάρτηση ζήτησης του αγαθού γίνει Q'_D=120-6P, να υπολογίσετε την τοξοειδή ελαστικότητα της προσφοράς μεταξύ του παλαιού και του νέου σημείου ισορροπίας (να χρησιμοποιήσετε δύο δεκαδικά ψηφία).

Υπολογισμός Νέου Σημείου Ισορροπίας

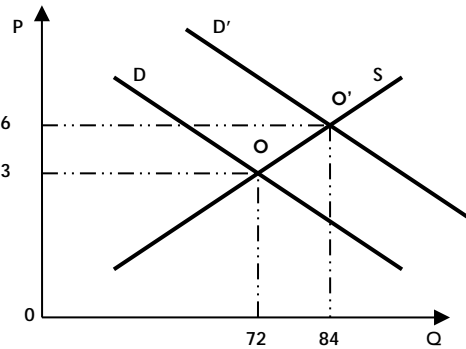
Η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τη νέα συνάρτηση ζήτησης και τη συνάρτηση προσφοράς, δηλαδή Q'_D=Q_S:

$$120 - 6P'_0 = 60 + 4P'_0 \Leftrightarrow 120 - 60 = 4P'_0 + 6P'_0 \Leftrightarrow 60 = 10P'_0 \Leftrightarrow P'_0 = 60/10 \Leftrightarrow P'_0 = 6$$

$$Q'_0 = 60 + 4 \times 6 \Leftrightarrow Q'_0 = 60 + 24 \Leftrightarrow Q'_0 = 84$$

Επομένως, η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας είναι: **O'** (P'₀=6, Q'₀=84)

Διαγραμματικά τα παραπάνω εμφανίζονται ως εξής:



Υπολογισμός Ελαστικότητας Τόξου Προσφοράς

Για να υπολογίσουμε ελαστικότητα τόξου προσφοράς, χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους πάνω στην ίδια καμπύλη προσφοράς. Τα σημεία αυτά είναι το αρχικό σημείο ισορροπίας O (P₀=3, Q₀=72) και το νέο σημείο ισορροπίας O' (P₀'=6, Q₀'=84) και υπολογίζουμε ως εξής:

$$E_{S(OO')} = \frac{(Q_0' - Q_0) / (P_0' - P_0) \times (P_0 + P_0')}{(Q_0 + Q_0')} \Leftrightarrow E_{S(OO')} = \frac{(84 - 72) / (6 - 3) \times (6 + 3)}{(84 + 72)} \Leftrightarrow E_{S(OO')} = \frac{12 / 3 \times 9}{156} \Leftrightarrow E_{S(OO')} = 108 / 468 \Leftrightarrow E_{S(OO')} = 0,23$$

Μονάδες 8

ΣΑΒΒΑΤΟ 11 ΙΟΥΝΙΟΥ 2005

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας που αναφέρεται στην παραγωγή και στο κόστος παραγωγής ενός αγαθού που παράγεται από την επιχείρηση Α. Η επιχείρηση χρησιμοποιεί ένα μόνο μεταβλητό συντελεστή (εργασία) και ένα μόνο σταθερό συντελεστή. Οι τιμές (αμοιβές) των παραγωγικών συντελεστών παραμένουν σταθερές.

Ποσότητα Σταθερού Συντελεστή	Εργασία (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)
10	0	0	20
10	1	4	80
10	2	10	140
10	3	20	200
10	4	33	260
10	5	50	320
10	6	60	380
10	7	66	440

Δ1 Να αιτιολογήσετε αν η επιχείρηση Α λειτουργεί στη βραχυχρόνια ή στη μακροχρόνια περίοδο (Μονάδες 4) και να υπολογίσετε την τιμή (αμοιβή) του μεταβλητού συντελεστή καθώς και την τιμή (αμοιβή) του σταθερού συντελεστή (Μονάδες 4).

Βραχυχρόνια περίοδος παραγωγής είναι εκείνη στην οποία η επιχείρηση δεν μπορεί να μεταβάλλει τις ποσότητες όλων των συντελεστών που χρησιμοποιεί. Δηλαδή, στη βραχυχρόνια περίοδο υπάρχουν και σταθεροί και μεταβλητοί συντελεστές. Σύμφωνα με τα δεδομένα της άσκησης (εκφώνηση), η επιχείρηση χρησιμοποιεί ένα σταθερό και ένα μεταβλητό συντελεστή, επομένως λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής.

Υπολογισμός Τιμής (αμοιβής) Σταθερού Συντελεστή

Αφού η τιμή του μεταβλητού συντελεστή είναι σταθερή, θα δίνεται από τη σχέση:

Τιμή (αμοιβή) Μεταβλητού Συντελεστή = Κόστος Σταθερού Συντελεστή / Ποσότητα Σταθερού Συντελεστή
 Όμως, το κόστος του σταθερού συντελεστή στην ουσία είναι το σταθερό κόστος, το οποίο θα πρέπει και να υπολογίσουμε.

Από τον πίνακα διαπιστώνουμε ότι, η ποσότητα του σταθερού συντελεστή είναι 10 μονάδες και όταν η παραγωγή είναι μηδενική (Q=0), το συνολικό κόστος είναι 20 χρηματικές μονάδες (TC₀=20). Επειδή όμως, όταν η παραγωγή είναι μηδέν, δεν υπάρχει μεταβλητό κόστος (Q=0 ⇒ VC₀=0), το συνολικό κόστος είναι ίσο με το σταθερό κόστος (Q=0 ⇒ TC=FC). Με άλλα λόγια, TC₀=VC₀+FC, επειδή όμως VC=0, προκύπτει ότι TC₀=FC+0 ⇔ TC₀=FC=20.

Επομένως, η αμοιβή του σταθερού συντελεστή θα είναι:

Τιμή (αμοιβή) Σταθερού Συντελεστή = Κόστος Σταθερού Συντελεστή / Ποσότητα Σταθερού Συντελεστή ⇔

Τιμή (αμοιβή) Σταθερού Συντελεστή = 20/10 ⇔ **Τιμή (αμοιβή) Σταθερού Συντελεστή = 2 χρηματικές μονάδες**

Υπολογισμός Τιμής (αμοιβής) Μεταβλητού Συντελεστή

Αφού η τιμή του μεταβλητού συντελεστή είναι σταθερή, θα δίνεται από τη σχέση:

Αμοιβή Μεταβλητού Συντελεστή = Κόστος Μεταβλητού Συντελεστή / Ποσότητα Μεταβλητού Συντελεστή

Το κόστος του μεταβλητού συντελεστή στην ουσία είναι το μεταβλητό κόστος και αφού μεταβλητός συντελεστής είναι η εργασία, η παραπάνω σχέση μπορεί να γίνει:

W=VC/L, όπου W η αμοιβή της εργασίας

Συνεπώς, πρέπει να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος.

Από τον πίνακα διαπιστώνουμε ότι, όταν η ποσότητα του μεταβλητού συντελεστή είναι 1 (L=1), το συνολικό κόστος είναι 80 χρηματικές μονάδες (TC=80) και επειδή το σταθερό κόστος υπολογίσαμε πριν ότι είναι 20 χρηματικές μονάδες (FC=20), μπορούμε να υπολογίσουμε το μεταβλητό κόστος ως εξής:

TC=VC+FC ⇔ VC=TC-FC ⇔ VC=80-20 ⇔ VC=60 χρηματικές μονάδες

Τιμή (αμοιβή) Μεταβλητού Συντελεστή = Κόστος Μεταβλητού Συντελεστή / Ποσότητα Σταθερού Συντελεστή
 ⇔ W=VC/L ⇔ W=60/1 ⇔ W=60 χρηματικές μονάδες

Τιμή (αμοιβή) Μεταβλητού Συντελεστή = 60 χρηματικές μονάδες

Μονάδες 8

Δ2 Να υπολογίσετε το επίπεδο παραγωγής (Q) της επιχείρησης A, όταν το συνολικό κόστος (TC) είναι 350 χρηματικές μονάδες.

Βήμα 1^ο: Παρατηρούμε ότι, όταν η επιχείρηση έχει συνολικό κόστος 350 χρηματικές μονάδες (TC=350), το κόστος αυτό δεν εμφανίζεται στον πίνακα παραγωγής και κόστους της επιχείρησης.

Βήμα 2^ο: Όταν η επιχείρηση έχει συνολικό κόστος 350 χρηματικές μονάδες, βρισκόμαστε μεταξύ του επιπέδου παραγωγής των 50 και του επιπέδου παραγωγής των 60 μονάδων προϊόντος.

Βήμα 3^ο: Το οριακό κόστος της επιχείρησης στο διάστημα αυτό είναι:

MC₆₀=Δ(TC)/Δ(Q) ⇔ MC₆₀=(TC₆₀-TC₅₀)/(Q₆₀-Q₅₀) ⇔ MC₆₀=(380-320)/(60-50) ⇔ MC₆₀=60/10 ⇔ MC₆₀=6

Βήμα 4^ο: Κατασκευάζουμε τμήμα του πίνακα παραγωγής και κόστους με έναν ενδιάμεσο συνδυασμό, όπου TC=350 και Q=;

Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Οριακό Κόστος (MC)
50	320	
;	350	6
60	380	

Βήμα 5^ο: Υπολογίζουμε το παραγόμενο προϊόν (Q=;), όταν η επιχείρηση έχει συνολικό κόστος 350 χρηματικές μονάδες (TC=350), ως εξής:

1^{ος} τρόπος

MC =Δ(TC)/Δ(Q) ⇔ 6=(TC_Q-TC₅₀)/(Q-Q₅₀) ⇔ 6=(350-320)/(Q-50) ⇔ 6=30/(Q-50) ⇔ 6(Q-50)=30 ⇔

6Q-6x50=30 ⇔ 6Q-300=30 ⇔ 6Q=30+300 ⇔ 6Q=330 ⇔ Q=330/6 ⇔ Q=55

2^{ος} τρόπος

$$MC = \Delta(TC)/\Delta(Q) \Leftrightarrow 6 = (TC_{60} - TC_0)/(Q_{60} - Q) \Leftrightarrow 6 = (380 - 350)/(60 - Q) \Leftrightarrow 6 = 30/(60 - Q) \Leftrightarrow 6(60 - Q) = 30 \Leftrightarrow 6 \times 60 - 6Q = 30 \Leftrightarrow 360 - 6Q = 30 \Leftrightarrow 6Q = 360 - 30 \Leftrightarrow 6Q = 330 \Leftrightarrow Q = 330/6 \Leftrightarrow Q = 55$$

Βήμα 6^ο: Επομένως, η επιχείρηση έχει συνολικό κόστος 350 χρηματικές μονάδες ($TC=350$), η ποσότητα παραγωγής είναι 55 μονάδες προϊόντος ($Q=55$).

Μονάδες 5

Δ3 Να κατασκευάσετε τον πίνακα προσφοράς της επιχείρησης Α (στους υπολογισμούς σας να χρησιμοποιήσετε ένα δεκαδικό ψηφίο).

Η καμπύλη προσφοράς μιας επιχείρησης (συνεπώς και ο πίνακας προσφοράς) είναι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης οριακού κόστους (MC), το οποίο βρίσκεται πάνω από την καμπύλη του μέσου μεταβλητού κόστους (AVC). Άρα, πρέπει να υπολογίσουμε το οριακό (MC) και το μέσο μεταβλητό κόστος (AVC), τα οποία προκύπτουν από το μεταβλητό κόστος (VC). Στην ουσία, θα πρέπει να κατασκευάσουμε πίνακα παραγωγής και κόστους, στον οποίο απαραίτητα θα υπάρχουν το συνολικό προϊόν (Q), το μεταβλητό κόστος (VC), το μέσο μεταβλητό κόστος (AVC) και το οριακό κόστος (MC). Το μεταβλητό κόστος (VC) είναι το γινόμενο της αμοιβής της εργασίας και της ποσότητας της εργασίας, δηλαδή:

$$VC = W \times L \Leftrightarrow VC = 60L$$

Γνωρίζοντας επίσης, ότι $AVC = VC/Q$ και $MC = \Delta(VC)/\Delta(Q)$, υπολογίζουμε γραμμή-γραμμή ως εξής:

- $L=0$ & $Q=0$

$$VC_0 = 60 \times 0 \Leftrightarrow VC_0 = 0$$

$AVC_0 =$ δεν ορίζεται

$MC_0 =$ δεν ορίζεται

- $L=1$ & $Q=4$

$$VC_4 = 60 \times 1 \Leftrightarrow VC_4 = 60$$

$$AVC_4 = 60/4 \Leftrightarrow AVC_4 = 15$$

$$MC_4 = (VC_4 - VC_0)/(Q_4 - Q_0) \Leftrightarrow MC_4 = (60 - 0)/(4 - 0) \Leftrightarrow MC_4 = 60/4 \Leftrightarrow MC_4 = 15$$

- $L=2$ & $Q=10$

$$VC_{10} = 60 \times 2 \Leftrightarrow VC_{10} = 120$$

$$AVC_{10} = 120/10 \Leftrightarrow AVC_{10} = 12$$

$$MC_{10} = (VC_{10} - VC_4)/(Q_{10} - Q_4) \Leftrightarrow MC_{10} = (120 - 60)/(10 - 4) \Leftrightarrow MC_{10} = 60/6 \Leftrightarrow MC_{10} = 10$$

- $L=3$ & $Q=20$

$$VC_{20} = 60 \times 3 \Leftrightarrow VC_{20} = 180$$

$$AVC_{20} = 180/20 \Leftrightarrow AVC_{20} = 9$$

$$MC_{20} = (VC_{20} - VC_{10})/(Q_{20} - Q_{10}) \Leftrightarrow MC_{20} = (180 - 120)/(20 - 10) \Leftrightarrow MC_{20} = 60/10 \Leftrightarrow MC_{20} = 6$$

- $L=4$ & $Q=33$

$$VC_{33} = 60 \times 4 \Leftrightarrow VC_{33} = 240$$

$$AVC_{33} = 240/33 \Leftrightarrow AVC_{33} = 7,2$$

$$MC_{33} = (VC_{33} - VC_{20})/(Q_{33} - Q_{20}) \Leftrightarrow MC_{33} = (240 - 180)/(33 - 20) \Leftrightarrow MC_{33} = 60/13 \Leftrightarrow MC_{33} = 4,6$$

- $L=5$ & $Q=50$

$$VC_{50} = 60 \times 5 \Leftrightarrow VC_{50} = 300$$

$$AVC_{50} = 300/50 \Leftrightarrow AVC_{50} = 6$$

$$MC_{50} = (VC_{50} - VC_{33})/(Q_{50} - Q_{33}) \Leftrightarrow MC_{50} = (300 - 240)/(50 - 33) \Leftrightarrow MC_{50} = 60/17 \Leftrightarrow MC_{50} = 3,5$$

- $L=6$ & $Q=60$

$$VC_{60} = 60 \times 6 \Leftrightarrow VC_{60} = 360$$

$$AVC_{60} = 360/60 \Leftrightarrow AVC_{60} = 6$$

$$MC_{60} = (VC_{60} - VC_{50})/(Q_{60} - Q_{50}) \Leftrightarrow MC_{60} = (360 - 300)/(60 - 50) \Leftrightarrow MC_{60} = 60/10 \Leftrightarrow MC_{60} = 6$$

- $L=7$ & $Q=66$

$$VC_{66} = 60 \times 7 \Leftrightarrow VC_{66} = 420$$

$$AVC_{66} = 420/66 \Leftrightarrow AVC_{66} = 6,3$$

$$MC_{66} = (VC_{66} - VC_{60})/(Q_{66} - Q_{60}) \Leftrightarrow MC_{66} = (420 - 360)/(66 - 60) \Leftrightarrow MC_{66} = 60/6 \Leftrightarrow MC_{66} = 10$$

Επομένως, ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής:

Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
0	0	20	0	-	-
1	4	80	60	15	15
2	10	140	120	12	10
3	20	200	180	9	6
4	33	260	240	7,2	4,6
5	50	320	300	6	3,5
6	60	380	360	6	6
7	66	440	420	6,3	10

Στον παραπάνω πίνακα εντοπίζουμε τη γραμμή εκείνη, όπου το οριακό κόστος ανερχόμενο είναι ίσο με το μέσο μεταβλητό κόστος και να αποκόψουμε από εκείνο το σημείο και μετά τον πίνακα. Παρατηρούμε ότι $AVC=MC \uparrow =6$, όταν $Q=60$, συνεπώς:

Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
6	60	380	360	6	6
7	66	440	420	6,3	10

Επομένως, ο πίνακας προσφοράς της επιχείρησης θα είναι:

Τιμή (MC \Rightarrow P)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q \Rightarrow Q _s)
6	60
10	66

Μονάδες 6

Δ4 Αν το αγαθό αυτό παράγεται από 100 πανομοιότυπες επιχειρήσεις, να κατασκευασθεί ο αγοραίος πίνακας προσφοράς.

Αφού το αγαθό παράγεται από 100 όμοιες επιχειρήσεις, πολλαπλασιάζουμε την προσφερόμενη ποσότητα για κάθε επίπεδο τιμής με τον αριθμό των επιχειρήσεων και έτσι ο αγοραίος πίνακας προσφοράς θα είναι:

Τιμή (MC \Rightarrow P)	Αγοραία Προσφερόμενη Ποσότητα (Q \Rightarrow Q _s)
6	60x100=6.000
10	66x100=6.600

Μονάδες 3

Δ5 Αν η αγοραία γραμμική συνάρτηση ζήτησης του αγαθού είναι $Q_D=12.000-1.000P$, να βρεθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας του.

Για να υπολογίσουμε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας στην αγορά, θα πρέπει πρώτα να προσδιορίσουμε την αγοραία συνάρτηση προσφοράς.

Προσδιορισμός Αγοραίας Συνάρτησης Προσφοράς

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Επιλέγουμε από τον πίνακα ($P=6, Q_S=6.000$) και ($P=10, Q_S=6.600$) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_S = \gamma + \delta P$$

$$6.000 = \gamma + 6\delta \quad (1)$$

$$6.600 = \gamma + 10\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$6.000 - 6.600 = \gamma - \gamma + 6\delta - 10\delta \Leftrightarrow -600 = -4\delta \Leftrightarrow \delta = (-600)/(-4) \Leftrightarrow \delta = 150$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 6.000 = \gamma + 6 \times 150 \Leftrightarrow 6.000 = \gamma + 900 \Leftrightarrow \gamma = 6.000 - 900 \Leftrightarrow \gamma = 5.100$$

Επομένως, η συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_S = 5.100 + 150P$.

Υπολογισμός Τιμής και Ποσότητας Ισορροπίας

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$12.000 - 1.000P_0 = 5.100 + 150P_0 \Leftrightarrow 12.000 - 5.100 = 150P_0 + 1.000P_0 \Leftrightarrow 6.900 = 1.150P_0 \Leftrightarrow P_0 = 6.900/1.150 \Leftrightarrow P_0 = 6$$

$$Q_0 = 5.100 + 150 \times 6 \Leftrightarrow Q_0 = 5.100 + 900 \Leftrightarrow Q_0 = 6.000$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **0** ($P_0=6, Q_0=6000$)

Μονάδες 3

ΤΡΙΤΗ 12 ΙΟΥΛΙΟΥ 2005

Οι συναρτήσεις αγοραίας ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού X είναι αντίστοιχα $Q_D=1.000-5P$ και $Q_S=-500+10P$.

Δ1 Αν το κράτος επιβάλει μια ανώτατη τιμή πώλησης ίση με $P_A=70$ χρηματικές μονάδες, να βρεθεί το ύψος του «καπέλου», που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές, εάν γνωρίζετε ότι όλη η παραγόμενη ποσότητα του αγαθού X πωλείται στη μαύρη αγορά.

Βήμα 1°: Θέτουμε την τιμή παρέμβασης στη συνάρτηση προσφοράς και υπολογίζουμε την αντίστοιχη ποσότητα ως εξής:

$$Q_A = -500 + 10P_A \Leftrightarrow Q_A = -500 + 10 \times 70 \Leftrightarrow Q_A = -500 + 700 \Leftrightarrow Q_A = 200$$

Βήμα 2°: Θέτουμε την ποσότητα (Q_A) που υπολογίσαμε πριν στη συνάρτηση ζήτησης και υπολογίζουμε την τιμή που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές (P_T) ως εξής:

$$Q_A = 1.000 - 5P_T \Leftrightarrow 200 = 1.000 - 5P_T \Leftrightarrow 5P_T = 1.000 - 200 \Leftrightarrow 5P_T = 800 \Leftrightarrow P_T = 800/5 \Leftrightarrow P_T = 160$$

Βήμα 3°: Υπολογίζουμε το «καπέλο» με τη βοήθεια της σχέσης: «καπέλο» = $P_T - P_A \Leftrightarrow$ «καπέλο» = $160 - 70 \Leftrightarrow$ «καπέλο» = **90**

Μονάδες 7

Δ2 Να βρείτε την ελαστικότητα ζήτησης σημείου ως προς την τιμή (E_D), όταν η τιμή του αγαθού X αυξάνεται από 150 σε 180 χρηματικές μονάδες.

$$P_1 = 150 \Leftrightarrow Q_{D1} = 1.000 - 5P_1 \Leftrightarrow Q_{D1} = 1.000 - 5 \times 150 \Leftrightarrow Q_{D1} = 1.000 - 750 \Leftrightarrow Q_{D1} = 250$$

$$P_2 = 180 \Leftrightarrow Q_{D2} = 1.000 - 5P_2 \Leftrightarrow Q_{D2} = 1.000 - 5 \times 180 \Leftrightarrow Q_{D2} = 1.000 - 900 \Leftrightarrow Q_{D2} = 100$$

$$E_D = (Q_{D2} - Q_{D1}) / (P_2 - P_1) \times P_1 / Q_{D1} \Leftrightarrow E_D = (100 - 250) / (180 - 150) \times 150 / 250 \Leftrightarrow E_D = (-150) / 30 \times 150 / 250 \Leftrightarrow E_D = -3$$

Μονάδες 5

Δ3 Γιατί η συνολική δαπάνη μειώνεται, όταν η τιμή του αγαθού X αυξάνεται από 150 σε 180 χρηματικές μονάδες; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας με τη βοήθεια της ελαστικότητας ζήτησης ως προς την τιμή (E_D).

Η συνολική δαπάνη πριν την αύξηση της τιμής ήταν: $\Sigma\Delta_1 = P_1 \times Q_{D1} \Leftrightarrow \Sigma\Delta_1 = 150 \times 250 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_1 = 37.500$

Η συνολική δαπάνη μετά την αύξηση της τιμής είναι: $\Sigma\Delta_2 = P_2 \times Q_{D2} \Leftrightarrow \Sigma\Delta_2 = 180 \times 100 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_2 = 18.000$

Πράγματι, η αύξηση της τιμής από 150 σε 180 χρηματικές μονάδες, μείωσε τη συνολική δαπάνη των καταναλωτών ($\Sigma\Delta_1 = 37.500 > \Sigma\Delta_2 = 18.000$).

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, η ζήτηση του αγαθού είναι ελαστική ($E_D = -3 \Rightarrow |E_D| > 1$), πράγμα που σημαίνει ότι τη συνολική δαπάνη των καταναλωτών επηρεάζει η ποσοστιαία μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας και επομένως, η αύξηση της τιμής σε ελαστική ζήτηση προκαλεί μείωση της συνολικής δαπάνης των καταναλωτών.

Μονάδες 5

Δ4 Να βρείτε την τιμή ισορροπίας αν μεταβληθεί η ζήτηση του αγαθού X κατά 50%, λόγω αύξησης του αριθμού των καταναλωτών, και η προσφορά του αγαθού X κατά 25%, λόγω μείωσης του αριθμού των επιχειρήσεων που παράγουν το αγαθό X.

Για να υπολογίσουμε τη νέα τιμή και τη νέα ποσότητα ισορροπίας, θα πρέπει πρώτα να προσδιορίσουμε τις νέες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς.

Προσδιορισμός Συνάρτησης Ζήτησης

Αύξηση του αριθμού των καταναλωτών σημαίνει αύξηση της ζήτησης, επομένως μεταβολή 50% στην ουσία σημαίνει αύξηση 50%.

$$Q'_D = (1 + 50/100)(1.000 - 5P) \Leftrightarrow Q'_D = 1,5(1.000 - 5P) \Leftrightarrow Q'_D = 1,5 \times 1.000 - 1,5 \times 5P \Leftrightarrow Q'_D = 1.500 - 7,5P$$

Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς

Μείωση του αριθμού των επιχειρήσεων σημαίνει μείωση της προσφοράς, επομένως μεταβολή 25% στην ουσία σημαίνει μείωση 25%.

$$Q'_S = (1 - 25/100)(-500 + 10P) \Leftrightarrow Q'_S = 0,75(-500 + 10P) \Leftrightarrow Q'_S = 0,75 \times (-500) + 0,75 \times 10P \Leftrightarrow Q'_S = -375 + 7,5P$$

Υπολογισμός Σημείου Ισορροπίας

Η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις νέες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q'_D = Q'_S$:

$$1.500 - 7,5P'_0 = -375 + 7,5P'_0 \Leftrightarrow 1.500 + 375 = 7,5P'_0 + 7,5P'_0 \Leftrightarrow 1.875 = 15P'_0 \Leftrightarrow P'_0 = 1.875/15 \Leftrightarrow P'_0 = 125$$

$$Q'_0 = -375 + 7,5 \times 125 \Leftrightarrow Q'_0 = -375 + 937,5 \Leftrightarrow Q'_0 = 562,5$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: O' ($P_0 = 125, Q_0 = 562,5$)

Μονάδες 8

ΤΡΙΤΗ 6 ΙΟΥΝΙΟΥ 2006

Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στην αγορά ενός αγαθού, του οποίου οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς είναι γραμμικές.

Σημεία	Τιμή (P)	Ζητούμενη Ποσότητα (Q _D)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _S)	Πλεόνασμα	Έλλειμμα
A	8	300	β		100
B	20	α	320	γ	

Η ελαστικότητα ζήτησης του αγαθού ως προς την τιμή του E_D , καθώς η τιμή του αυξάνεται από 8 σε 20 χρηματικές μονάδες είναι ίση με -0,4.

Δ1 Να υπολογίσετε τα α, β και γ του παραπάνω πίνακα.

Υπολογισμός (α)

$$E_D = (Q_{DB} - Q_{DA}) / (P_B - P_A) \times P_A / Q_{DA} \Leftrightarrow -0,4 = (\alpha - 300) / (20 - 8) \times 8 / 300 \Leftrightarrow -0,4 = (\alpha - 300) / 12 \times 8 / 300 \Leftrightarrow$$

$$-0,4 = 8(\alpha - 300) / 300 \times 12 \Leftrightarrow -0,4 = (8\alpha - 8 \times 300) / 3.600 \Leftrightarrow -0,4 = (8\alpha - 2.400) / 3.600 \Leftrightarrow -0,4 \times 3.600 = 8\alpha - 2.400 \Leftrightarrow$$

$$-1.440 = 8\alpha - 2.400 \Leftrightarrow 8\alpha = 2.400 - 1.440 \Leftrightarrow 8\alpha = 960 \Leftrightarrow \alpha = 960 / 8 \Leftrightarrow \alpha = 120$$

Υπολογισμός (β)

$$\text{έλλειμμα} = Q_D - Q_S \Leftrightarrow 100 = 300 - \beta \Leftrightarrow \beta = 300 - 100 \Leftrightarrow \beta = 200$$

Υπολογισμός (γ)

$$\text{πλεόνασμα} = Q_S - Q_D \Leftrightarrow \gamma = 320 - \alpha \Leftrightarrow \gamma = 320 - 120 \Leftrightarrow \gamma = 200$$

Επομένως, ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής:

Σημεία	Τιμή (P)	Ζητούμενη Ποσότητα (Q _D)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _S)	Πλεόνασμα	Έλλειμμα
A	8	300	200		100
B	20	120	320	200	

Μονάδες 3

Δ2 Να βρείτε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς του αγαθού και να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας.

Προσδιορισμός Συνάρτησης Ζήτησης

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Από τον παραπάνω πίνακα διαπιστώνουμε ότι, τα σημεία αυτά είναι το A (P=8, Q_D=300) και το B (P=20, Q_D=120) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$300 = \alpha + 8\beta \quad (1)$$

$$120 = \alpha + 20\beta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$300 - 120 = \alpha + 8\beta - 20\beta \Leftrightarrow 180 = -12\beta \Leftrightarrow \beta = 180 / (-12) \Leftrightarrow \beta = -15$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 300 = \alpha + 8(-15) \Leftrightarrow 300 = \alpha - 120 \Leftrightarrow \alpha = 300 + 120 \Leftrightarrow \alpha = 420$$

Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η $Q_D = 420 - 15P$.

Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Από τον παραπάνω πίνακα διαπιστώνουμε ότι, τα σημεία αυτά είναι το A (P=8, Q_S=200) και το B (P=20, Q_S=320) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_S = \gamma + \delta P$$

$$200 = \gamma + 8\delta \quad (1)$$

$$320 = \gamma + 20\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$200 - 320 = \gamma + 8\delta - 20\delta \Leftrightarrow -120 = -12\delta \Leftrightarrow \delta = (-120) / (-12) \Leftrightarrow \delta = 10$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 200 = \gamma + 8 \times 10 \Leftrightarrow 200 = \gamma + 80 \Leftrightarrow \gamma = 200 - 80 \Leftrightarrow \gamma = 120$$

Επομένως, η συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_S = 120 + 10P$.

Προσδιορισμός Τιμής και Ποσότητας Ισορροπίας

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$420 - 15P_0 = 120 + 10P_0 \Leftrightarrow 420 - 120 = 15P_0 + 10P_0 \Leftrightarrow 300 = 25P_0 \Leftrightarrow P_0 = 300 / 25 \Leftrightarrow P_0 = 12$$

$$Q_0 = 120 + 10 \times 12 \Leftrightarrow Q_0 = 120 + 120 \Leftrightarrow Q_0 = 240$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **O** (P₀=12, Q₀=240)

Μονάδες 9

Δ3 Το Κράτος, για να προστατεύσει τους παραγωγούς, επιβάλλει κατώτατη τιμή P_K=24 χρηματικές μονάδες. Με το δεδομένο αυτό να υπολογίσετε:

(α) Τη μεταβολή που θα επέλθει στη συνολική δαπάνη των καταναλωτών.

Η συνολική δαπάνη των καταναλωτών δίνεται από το γινόμενο ΣΔ=P×Q. Αρχικά πρέπει να υπολογίσουμε τη συνολική δαπάνη πριν (σημείο ισορροπίας) και μετά (ανισορροπία και δημιουργία πλεονάσματος) την

κρατική παρέμβαση στην αγορά με την επιβολή κατώτατης τιμής και τέλος να υπολογίσουμε τη διαφορά τους.

$$\Sigma\Delta_0 = P_0 \times Q_0 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_0 = 12 \times 240 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_0 = 2.880$$

$$P_K = 24 \Rightarrow Q_{DK} = 420 - 15P_K \Leftrightarrow Q_{DK} = 420 - 15 \times 24 \Leftrightarrow Q_{DK} = 420 - 360 \Leftrightarrow Q_{DK} = 60$$

$$\Sigma\Delta_K = P_K \times Q_{DK} \Leftrightarrow \Sigma\Delta_K = 24 \times 60 \Leftrightarrow \Sigma\Delta_K = 1.440$$

$$\Delta\Sigma\Delta = (\Sigma\Delta_K - \Sigma\Delta_0) \Leftrightarrow \Delta\Sigma\Delta = 1.440 - 2.880 \Leftrightarrow \Delta\Sigma\Delta = -1.440$$

Επομένως, η συνολική δαπάνη των καταναλωτών μειώθηκε κατά 1.440 χρηματικές μονάδες.

Μονάδες 3

(β) Τη μεταβολή που θα επέλθει στα συνολικά έσοδα των παραγωγών, όταν το κράτος αγοράσει το πλεόνασμα.

Τα συνολικά έσοδα των παραγωγών δίνονται από το γινόμενο $\Sigma E = P \times Q$. Αρχικά πρέπει να υπολογίσουμε τα συνολικά έσοδα πριν (σημείο ισορροπίας) και μετά (ανισορροπία και δημιουργία πλεονάσματος) την κρατική παρέμβαση στην αγορά με την επιβολή κατώτατης τιμής και τέλος να υπολογίσουμε τη διαφορά τους.

$$\Sigma E_0 = P_0 \times Q_0 \Leftrightarrow \Sigma E_0 = 12 \times 240 \Leftrightarrow \Sigma E_0 = 2.880$$

$$P_K = 24 \Rightarrow Q_{SK} = 120 + 10P_K \Leftrightarrow Q_{SK} = 120 + 10 \times 24 \Leftrightarrow Q_{SK} = 120 + 240 \Leftrightarrow Q_{SK} = 360$$

$$\Sigma E_K = P_K \times Q_{SK} \Leftrightarrow \Sigma E_K = 24 \times 360 \Leftrightarrow \Sigma E_K = 8.640$$

$$\Delta\Sigma E = (\Sigma E_K - \Sigma E_0) \Leftrightarrow \Delta\Sigma E = 8.640 - 2.880 \Leftrightarrow \Delta\Sigma E = 5.760$$

Επομένως, τα συνολικά έσοδα των παραγωγών αυξήθηκαν κατά 5.760 χρηματικές μονάδες.

Μονάδες 3

(γ) Την επιβάρυνση του Κράτους από την επιβολή της κατώτατης τιμής.

1ος τρόπος

Κρατική Επιβάρυνση (ΚΕ) = Συνολικά Έσοδα Παραγωγών (ΣΕ) – Συνολική Δαπάνη Καταναλωτών (ΣΔ) \Leftrightarrow

$$ΚΕ = \Sigma E - \Sigma \Delta \Leftrightarrow ΚΕ = 8.640 - 1.440 \Leftrightarrow ΚΕ = 7.200$$

2ος τρόπος

Κρατική Επιβάρυνση (ΚΕ) = Τιμή Παρέμβασης (P_K) x Πλεόνασμα ($Q_{SK} - Q_{DK}$) $\Leftrightarrow ΚΕ = P_K(Q_{SK} - Q_{DK}) \Leftrightarrow$

$$ΚΕ = 24(360 - 60) \Leftrightarrow ΚΕ = 24 \times 300 \Leftrightarrow ΚΕ = 7.200$$

Μονάδες 3

Δ4 Να δείξετε σε διάγραμμα το σημείο ισορροπίας της αγοράς του αγαθού και το πλεόνασμα που δημιουργείται από την επιβολή της κατώτατης τιμής.

Οι συναρτήσεις ζήτησης $Q_D = 420 - 15P$ και προσφοράς $Q_S = 120 + 10P$ είναι γραμμικής μορφής. Για να ορίσουμε γραφικά μία γραμμική συνάρτηση στο επίπεδο, χρειάζεται να γνωρίζουμε δύο σημεία της με τις συντεταγμένες τους.

Για τη συνάρτηση ζήτησης $Q_D = 420 - 15P$, αν θέσουμε $Q_D = 0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ αν θέσουμε $P = 0$, θα βρούμε το σημείο όπου τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (2^ο σημείο), δηλαδή:

1^ο σημείο (Α)

$$Q_D = 0 \Rightarrow 0 = 420 - 15P \Leftrightarrow 15P = 420 \Leftrightarrow P = 420/15 \Leftrightarrow P = 28, \text{ επομένως Α (P=28, Q}_D=0)$$

2^ο σημείο (Β)

$$P = 0 \Rightarrow Q_D = 420 - 15 \times 0 \Leftrightarrow Q_D = 420, \text{ επομένως Β (P=0, Q}_D=420)$$

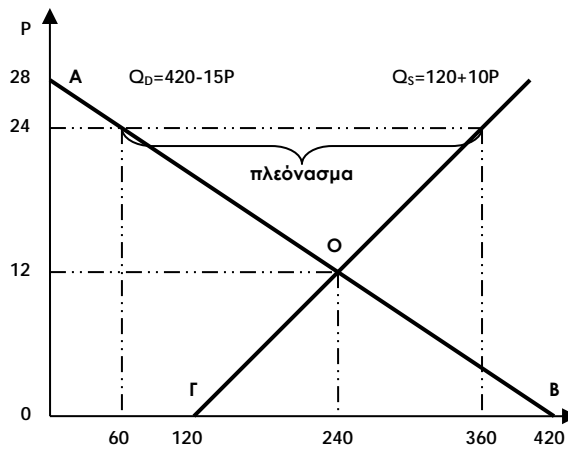
Για τη συνάρτηση προσφοράς $Q_S = 120 + 10P$, αν θέσουμε $P = 0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (1^ο σημείο), ενώ ως δεύτερο σημείο παίρνουμε το σημείο ισορροπίας που υπολογίσαμε στο ερώτημα Δ2, δηλαδή:

1^ο σημείο (Γ)

$$P = 0 \Rightarrow Q_S = 120 + 10 \times 0 \Leftrightarrow Q_S = 120, \text{ επομένως Γ (P=0, Q}_S=120)$$

2^ο σημείο (Ο), Ο (P=12, Q_S=240)

Τα παραπάνω παρουσιάζονται διαγραμματικά ως εξής:



Μονάδες 4

ΔΕΥΤΕΡΑ 10 ΙΟΥΛΙΟΥ 2006

ΕΚΤΟΣ ΥΛΗΣ

Δίνονται τα παρακάτω στοιχεία μιας υποθετικής οικονομίας με έτος βάσης το 2003.

Έτος	Πληθυσμός	Δείκτης Τιμών (%)	Α.Ε.Π. τρέχουσες τιμές	Α.Ε.Π. σταθερές τιμές	Κατά Κεφαλήν Πραγματικό Α.Ε.Π.
2003	120	;	;	;	100
2004	125	110	14.850	;	;
2005	;	;	19.800	15.000	100

Δ1 Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά του, παρουσιάζοντας τους σχετικούς υπολογισμούς.

Υπολογίζουμε γραμμή-γραμμή ως εξής:

- 2003

Αφού το 2003 είναι έτος βάσης (εκφώνηση), αυτό σημαίνει ότι **Δ.Τ.=100**

$A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} = K.K.P.A.E.P. \times \text{Πληθυσμός} \Leftrightarrow A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} = 100 \times 120 \Leftrightarrow A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} = 12.000$

$A.E.P._{\text{ΤΡΕΧ}} = (A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} \times \Delta.T.) / 100 \Leftrightarrow A.E.P._{\text{ΤΡΕΧ}} = 12.000 \times 100 / 100 \Leftrightarrow A.E.P._{\text{ΤΡΕΧ}} = 12.000$

- 2004

$A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} = A.E.P._{\text{ΤΡΕΧ}} / \Delta.T. \times 100 \Leftrightarrow A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} = 14.850 / 110 \times 100 \Leftrightarrow A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} = 13.500$

$K.K.P.A.E.P. = A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} / \text{Πληθυσμός} \Leftrightarrow K.K.P.A.E.P. = 13.500 / 125 \Leftrightarrow K.K.P.A.E.P. = 108$

- 2005

$\Delta.T. = A.E.P._{\text{ΤΡΕΧ}} / A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} \times 100 \Leftrightarrow \Delta.T. = 19.800 / 15.000 \times 100 \Leftrightarrow \Delta.T. = 132$

$\text{Πληθυσμός} = A.E.P._{\text{ΣΤΑΘ}} / K.K.P.A.E.P. \Leftrightarrow \text{Πληθυσμός} = 15.000 / 100 \Leftrightarrow \text{Πληθυσμός} = 150$

Επομένως, ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής:

Έτος	Πληθυσμός	Δείκτης Τιμών (%)	Α.Ε.Π. τρέχουσες τιμές	Α.Ε.Π. σταθερές τιμές	Κατά Κεφαλήν Πραγματικό Α.Ε.Π.
2003	120	100	12.000	12.000	100
2004	125	110	14.850	13.500	108
2005	150	132	19.800	15.000	100

Μονάδες 7

Δ2 Να υπολογίσετε την πραγματική ποσοστιαία μεταβολή του Α.Ε.Π. μεταξύ των ετών 2003 και 2004 σε σταθερές τιμές του 2003.

Αφού η άσκηση ζητάει οι υπολογισμοί να γίνουν σε σταθερές τιμές του 2003 και αφού το 2003 είναι ήδη έτος βάσης, δεν αλλάζουμε το έτος βάσης και επομένως δεν αλλάζουμε και τη στήλη του Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές και υπολογίζουμε ως εξής:

$$\text{Πραγματική Ποσοστιαία Μεταβολή Α.Ε.Π.}_{(2003-2004)} = (\text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΣΤΑΘ}(2004)} - \text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΣΤΑΘ}(2003)}) / \text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΣΤΑΘ}(2003)} \times 100 \Leftrightarrow$$

$$\text{Πραγματική Ποσοστιαία Μεταβολή Α.Ε.Π.}_{(2003-2004)} = (13.500 - 12.000) / 12.000 \times 100 \Leftrightarrow$$

$$\text{Πραγματική Ποσοστιαία Μεταβολή Α.Ε.Π.}_{(2003-2004)} = 12,5\%$$

Μονάδες 5

Δ3 Να υπολογίσετε το κατά κεφαλήν πραγματικό Α.Ε.Π. του έτους 2005 σε σταθερές τιμές του έτους 2004.

Αφού η άσκηση ζητάει να υπολογίσουμε το κατά κεφαλήν πραγματικό Α.Ε.Π. του 2005 σε σταθερές τιμές του 2004, θα πρέπει να αλλάξουμε το έτος βάσης από 2003 σε 2004 και να υπολογίσουμε αντίστοιχα το Δείκτη Τιμών, το Α.Ε.Π. σε σταθερές τιμές αλλά και το κατά κεφαλήν πραγματικό Α.Ε.Π. του 2005 ως εξής:

$$\Delta.T._{(2005)} = \Delta.T._{(2005)} / \Delta.T._{(2004)} \times 100 \Leftrightarrow \Delta.T._{(2005)} = 150 / 125 \times 100 \Leftrightarrow \Delta.T._{(2005)} = 120$$

$$\text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΣΤΑΘ}(2005)} = \text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΤΡΕΧ}(2005)} / \Delta.T._{(2005)} \times 100 \Leftrightarrow \text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΣΤΑΘ}(2005)} = 19.800 / 120 \times 100 \Leftrightarrow \text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΣΤΑΘ}(2005)} = 16.500$$

$$\text{Κ.Κ.Π.Α.Ε.Π.}_{(2005)} = \text{Α.Ε.Π.}_{\text{ΣΤΑΘ}(2005)} / \text{Πληθυσμός}_{(2005)} \Leftrightarrow \text{Κ.Κ.Π.Α.Ε.Π.}_{(2005)} = 16.500 / 150 \Leftrightarrow$$

$$\text{Κ.Κ.Π.Α.Ε.Π.}_{(2005)} = 110$$

Μονάδες 8

Δ4 Εάν το εργατικό δυναμικό της εν λόγω οικονομίας το έτος 2005 αντιστοιχεί στο 80% του πληθυσμού και ο αριθμός των ανέργων το έτος αυτό είναι 6 άτομα, να υπολογίσετε το ποσοστό της ανεργίας.

$$\text{Εργατικό Δυναμικό}_{(2005)} = 80\% \times \text{Πληθυσμός}_{(2005)}$$

$$\text{Εργατικό Δυναμικό}_{(2005)} = 0,80 \times 150 \Leftrightarrow \text{Εργατικό Δυναμικό}_{(2005)} = 120$$

$$\text{Ποσοστό Ανεργίας} = (\text{Ανεργοί} / \text{Εργατικό Δυναμικό}) \times 100 \Leftrightarrow \text{Ποσοστό Ανεργίας} = 6 / 120 \times 100 \Leftrightarrow$$

$$\text{Ποσοστό Ανεργίας} = 5\%$$

Μονάδες 5

ΣΑΒΒΑΤΟ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2007

Δίνονται οι παρακάτω αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού $Q_D = 16 - 2P$ και $Q_S = 2 + 1,5P$.

Δ1 Να προσδιορίσετε με αλγεβρικό τρόπο την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας στην αγορά.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$16 - 2P_0 = 2 + 1,5P_0 \Leftrightarrow 16 - 2 = 1,5P_0 + 2P_0 \Leftrightarrow 14 = 3,5P_0 \Leftrightarrow P_0 = 14 / 3,5 \Leftrightarrow P_0 = 4$$

$$Q_0 = 2 + 1,5 \times 4 \Leftrightarrow Q_0 = 2 + 6 \Leftrightarrow Q_0 = 8$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **0** ($P_0 = 4$, $Q_0 = 8$)

Μονάδες 5

Δ2 Να υπολογίσετε το έλλειμμα ή πλεόνασμα για την τιμή $P = 2$ χρηματικές μονάδες (δεν απαιτείται σχήμα).

Διαπιστώνουμε ότι η τιμή $P = 2$ είναι μικρότερη από την τιμή ισορροπίας $P_0 = 4$ ($P_0 > P$), επομένως στην αγορά θα εμφανιστεί έλλειμμα, το οποίο είναι:

$$P = 2 \Leftrightarrow Q_D = 16 - 2 \times 2 \Leftrightarrow Q_D = 16 - 4 \Leftrightarrow Q_D = 12$$

$$P = 2 \Leftrightarrow Q_S = 2 + 1,5 \times 2 \Leftrightarrow Q_S = 2 + 3 \Leftrightarrow Q_S = 5$$

$$Q_D > Q_S \Rightarrow \text{έλλειμμα} = Q_D - Q_S \Leftrightarrow \text{έλλειμμα} = 12 - 5 \Leftrightarrow \text{έλλειμμα} = 7$$

Μονάδες 5

Δ3 Να βρεθεί η νέα συνάρτηση ζήτησης, αν αυξηθεί η ζήτηση του αγαθού κατά 25%.

$$Q'_D = (1 + 25/100)Q_D \Leftrightarrow Q'_D = (1,25)(16 - 2P) \Leftrightarrow Q'_D = 1,25 \times 16 - 1,25 \times 2P \Leftrightarrow Q'_D = 20 - 2,5P$$

Μονάδες 5

Δ4 Εάν η εισοδηματική ελαστικότητα στην αρχική τιμή ισορροπίας είναι $E_Y = 2$, να βρεθεί η ποσοστιαία μεταβολή του εισοδήματος που προκάλεσε την αύξηση της ζήτησης κατά 25%.

Η εισοδηματική ελαστικότητα δίνεται από τη σχέση:

$$E_Y = (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Ζήτησης}) / (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος}) \Leftrightarrow E_Y = (\text{Π.Μ.Ζ.}) / (\text{Π.Μ.ΕΙΣ.}) \Leftrightarrow$$

$$2 = 25 / (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος}) \Leftrightarrow 2 \times (\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος}) = 25 \Leftrightarrow$$

$$\text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος} = 25/2 \Leftrightarrow \text{Ποσοστιαία Μεταβολή Εισοδήματος} = 12,5\%$$

Μονάδες 5

Δ5 Να υπολογίσετε την ελαστικότητα της προσφοράς, όταν η τιμή του αγαθού μεταβάλλεται από $P=2$ χρηματικές μονάδες σε $P=4$ χρηματικές μονάδες, και να χαρακτηρίσετε την ελαστικότητα του αγαθού.

$$P_1 = 2 \Rightarrow Q_{S1} = 2 + 1,5P_1 \Leftrightarrow Q_{S1} = 2 + 1,5 \times 2 \Leftrightarrow Q_{S1} = 2 + 3 \Leftrightarrow Q_{S1} = 5$$

$$P_2 = 4 \Rightarrow Q_{S2} = 2 + 1,5P_2 \Leftrightarrow Q_{S2} = 2 + 1,5 \times 4 \Leftrightarrow Q_{S2} = 2 + 6 \Leftrightarrow Q_{S2} = 8$$

$$E_S = (Q_{S2} - Q_{S1}) / (P_2 - P_1) \times (P_1 / Q_{S1}) \Leftrightarrow E_S = (8 - 5) / (4 - 2) \times (2/5) \Leftrightarrow E_S = 3/2 \times 2/5 \Leftrightarrow E_S = 6/10 \Leftrightarrow$$

$$E_S = 0,6 > 1 \Rightarrow \text{η προσφορά χαρακτηρίζεται ανελαστική}$$

Μονάδες 5

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 6 ΙΟΥΛΙΟΥ 2007

Δίνονται οι παρακάτω αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού X
 $Q_D = 80 - 4P$ και $Q_S = 10 + P$ αντίστοιχα.

Δ1 Να προσδιορίσετε με αλγεβρικό τρόπο την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού X στην αγορά.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$80 - 4P_0 = 10 + P_0 \Leftrightarrow 80 - 10 = P_0 + 4P_0 \Leftrightarrow 70 = 5P_0 \Leftrightarrow P_0 = 70/5 \Leftrightarrow P_0 = 14$$

$$Q_0 = 10 + 14 \Leftrightarrow Q_0 = 24$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **O** ($P_0 = 14$, $Q_0 = 24$)

Μονάδες 6

Δ2 Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο διάγραμμα τις αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς καθώς και να δείξετε τις συντεταγμένες του σημείου ισορροπίας του αγαθού.

Οι συναρτήσεις ζήτησης $Q_D = 80 - 4P$ και προσφοράς $Q_S = 10 + P$ είναι γραμμικής μορφής. Για να ορίσουμε γραφικά μία γραμμική συνάρτηση στο επίπεδο, χρειάζεται να γνωρίζουμε δύο σημεία της με τις συντεταγμένες τους.

Για τη συνάρτηση ζήτησης $Q_D = 80 - 4P$, αν θέσουμε $Q_D = 0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των τιμών (1^ο σημείο), ενώ αν θέσουμε $P = 0$, θα βρούμε το σημείο όπου τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (2^ο σημείο), δηλαδή:

1^ο σημείο (Α)

$$Q_D = 0 \Rightarrow 0 = 80 - 4P \Leftrightarrow 4P = 80 \Leftrightarrow P = 80/4 \Leftrightarrow P = 20, \text{ επομένως Α (P=20, Q_D=0)}$$

2^ο σημείο (Β)

$$P = 0 \Rightarrow Q_D = 80 - 4 \times 0 \Leftrightarrow Q_D = 80, \text{ επομένως Β (P=0, Q_D=80)}$$

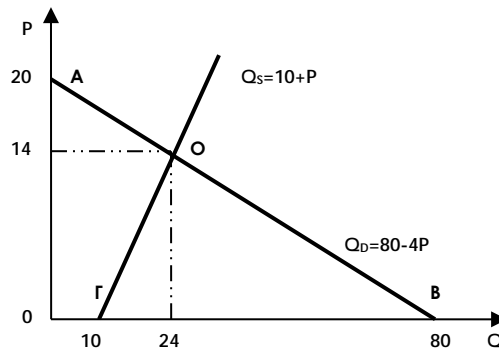
Για τη συνάρτηση προσφοράς $Q_S = 10 + P$, αν θέσουμε $P = 0$, θα βρούμε το σημείο όπου η γραμμική συνάρτηση τέμνει τον άξονα των ποσοτήτων (1^ο σημείο), ενώ ως δεύτερο σημείο παίρνουμε το σημείο ισορροπίας που υπολογίσαμε στο ερώτημα Δ1, δηλαδή:

1^ο σημείο (Γ)

$P=0 \Leftrightarrow Q_S=10+0 \Leftrightarrow Q_S=10$, επομένως Γ ($P=0, Q_S=10$)

2^ο σημείο (Ο), Ο ($P=14, Q_S=24$)

Τα παραπάνω παρουσιάζονται διαγραμματικά ως εξής:



Μονάδες 5

Δ3 Εάν επιβληθεί από το κράτος ανώτατη τιμή πώλησης του αγαθού X ίση με $P_A=10$ χρηματικές μονάδες, να υπολογίσετε το πιθανό «καπέλο» στην τιμή του αγαθού.

Βήμα 1^ο: Θέτουμε την τιμή παρέμβασης στη συνάρτηση προσφοράς και υπολογίζουμε την αντίστοιχη ποσότητα ως εξής:

$$Q_A=10+P_A \Leftrightarrow Q_A=10+10 \Leftrightarrow Q_A=20$$

Βήμα 2^ο: Θέτουμε την ποσότητα (Q_A) που υπολογίσαμε πριν στη συνάρτηση ζήτησης και υπολογίζουμε την τιμή που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές (P_Γ) ως εξής:

$$Q_A=80-4P_\Gamma \Leftrightarrow 20=80-4P_\Gamma \Leftrightarrow 4P_\Gamma=80-20 \Leftrightarrow 4P_\Gamma=60 \Leftrightarrow P_\Gamma=60/4 \Leftrightarrow P_\Gamma=15$$

Βήμα 3^ο: Υπολογίζουμε το «καπέλο» με τη βοήθεια της σχέσης: «καπέλο»= $P_\Gamma-P_A \Leftrightarrow$ «καπέλο»= $15-10 \Leftrightarrow$ «καπέλο»= 5

Μονάδες 8

Δ4 Εάν η ζήτηση του αγαθού X, το οποίο είναι κανονικό, μεταβληθεί κατά 25%, λόγω αύξησης του εισοδήματος των καταναλωτών, να προσδιοριστεί αλγεβρικά το νέο σημείο ισορροπίας της αγοράς του αγαθού.

Αρχικά πρέπει να προσδιορίσουμε τη νέα συνάρτηση ζήτησης και μετά να υπολογίσουμε το σημείο ισορροπίας.

Προσδιορισμός Νέας Συνάρτησης Ζήτησης

Αύξηση εισοδήματος για κανονικό αγαθό σημαίνει αύξηση της ζήτησης. Επομένως, μεταβολή της ζήτησης κατά 25% στην ουσία σημαίνει αύξηση της ζήτησης κατά 25%. Υπολογίζουμε ως εξής:

$$Q'_D=(1+25/100)Q_D \Leftrightarrow Q'_D=1,25(80-4P) \Leftrightarrow Q'_D=1,25 \times 80 - 1,25 \times 4P \Leftrightarrow Q'_D=100-5P$$

Προσδιορισμός Νέου Σημείου Ισορροπίας

Η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τη νέα συνάρτηση ζήτησης και τη συνάρτηση προσφοράς, δηλαδή $Q'_D=Q_S$:

$$100-5P'_O=10+P'_O \Leftrightarrow 100-10=P'_O+5P'_O \Leftrightarrow 90=6P'_O \Leftrightarrow P'_O=90/6 \Leftrightarrow P'_O=15$$

$$Q'_O=10+15 \Leftrightarrow Q'_O=25$$

Επομένως, η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας είναι: Ο' ($P'_O=15, Q'_O=25$)

Μονάδες 6

ΤΡΙΤΗ 3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2008

Δίνεται ο παρακάτω πίνακας προσφοράς μιας επιχείρησης, η οποία λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Ο μοναδικός μεταβλητός συντελεστής παραγωγής που χρησιμοποιεί η επιχείρηση είναι η εργασία. Η τιμή (αμοιβή) της εργασίας είναι 900 χρηματικές μονάδες.

Τιμή (P)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _s)
18	200
20	245

Δ1 Εάν για την παραγωγή 200 μονάδων προϊόντος η επιχείρηση χρησιμοποιεί 4 εργάτες, να υπολογίσετε το μεταβλητό κόστος της επιχείρησης (μονάδες 4). Ποιο είναι το μεταβλητό κόστος της επιχείρησης, όταν αυτή παράγει 245 μονάδες προϊόντος (μονάδες 4);

Αφού η εργασία είναι ο μοναδικός μεταβλητός συντελεστής, το μεταβλητό κόστος της επιχείρησης θα προκύπτει από τη σχέση $VC=W \times L$. Γνωρίζουμε ότι για την παραγωγή 200 μονάδων προϊόντος απασχολούνται 4 εργάτες ($L=4$) και η αμοιβή της εργασίας είναι $W=900$ χρηματικές μονάδες, επομένως:

$$VC_{200}=W \times L \Leftrightarrow VC_{200}=900 \times 4 \Leftrightarrow VC_{200}=3.600 \text{ χρηματικές μονάδες.}$$

Γνωρίζουμε ότι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης του οριακού κόστους (MC), το οποίο βρίσκεται πάνω από την καμπύλη του μέσου μεταβλητού κόστους (AVC), αποτελεί τη βραχυχρόνια καμπύλη προσφοράς της επιχείρησης. Με άλλα λόγια, ο πίνακας προσφοράς της επιχείρησης προκύπτει από το τμήμα του πίνακα παραγωγής και κόστους όπου $P=MC \geq AVC$ και $Q=Q_s$, δηλαδή:

Τιμή (P) ↓ Οριακό Κόστος (MC)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _s) ↓ Παραγωγή (Q)
18	200
20	245

Με βάση τον παραπάνω πίνακα, κατασκευάζουμε πίνακα παραγωγής και κόστους ως εξής:

Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _s) ↓ Παραγωγή (Q)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Τιμή (P) ↓ Οριακό Κόστος (MC)
200	3.600	18
245	;	20

Το οριακό κόστος της επιχείρησης όταν παράγει 245 μονάδες προϊόντος είναι $MC_{245}=20$.

Υπολογίζουμε το μεταβλητό κόστος ($VC_{245}=;$), όταν η επιχείρηση παράγει 245 μονάδες προϊόντος ($Q=245$), ως εξής:

$$MC = \Delta(VC) / \Delta(Q) \Leftrightarrow 20 = (VC_{245} - 3.600) / (245 - 200) \Leftrightarrow 20 = (VC_{245} - 3.600) / 45 \Leftrightarrow 20 \times 45 = VC_{245} - 3.600 \Leftrightarrow 900 = VC_{245} - 3.600 \Leftrightarrow VC_{245} = 900 + 3.600 \Leftrightarrow VC_{245} = 4.500$$

Μονάδες 8

Δ2 Να κατασκευαστεί ο πίνακας αγοραίας προσφοράς, αν το προϊόν αυτό παράγεται από 20 πανομοιότυπες επιχειρήσεις.

Αφού το προϊόν παράγεται από 20 πανομοιότυπες επιχειρήσεις, πολλαπλασιάζουμε την προσφερόμενη ποσότητα για κάθε επίπεδο τιμής με τον αριθμό των επιχειρήσεων και έτσι ο αγοραίος πίνακας προσφοράς θα είναι:

Τιμή (MC \Rightarrow P)	Αγοραία Προσφερόμενη Ποσότητα (Q \Rightarrow Q _s)
18	$200 \times 20 = 4.000$
20	$245 \times 20 = 4.900$

Μονάδες 5

Δ3 Να βρεθεί η αγοραία συνάρτηση προσφοράς, η οποία είναι γραμμική.

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Από τον πίνακα έχουμε τα σημεία αυτά ($P=18$, $Q_S=4.000$) και ($P=20$, $Q_S=4.900$) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_S = \gamma + \delta P$$

$$4.000 = \gamma + 18\delta \quad (1)$$

$$4.900 = \gamma + 20\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$4.900 - 4.000 = \gamma - \gamma + 20\delta - 18\delta \Leftrightarrow 900 = 2\delta \Leftrightarrow \delta = 900/2 \Leftrightarrow \delta = 450$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 4.000 = \gamma + 18 \times 450 \Leftrightarrow 4.000 = \gamma + 8.100 \Leftrightarrow \gamma = 4.000 - 8.100 \Leftrightarrow \gamma = -4.100$$

Επομένως, η αγοραία συνάρτηση προσφοράς είναι η: $Q_S = -4.100 + 450P$.

Μονάδες 6

Δ4 Να προσδιοριστούν αλγεβρικά η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά του προϊόντος, αν η αγοραία συνάρτηση ζήτησης είναι $Q_D = 8.400 - 50P$, όπου Q_D είναι η ζητούμενη ποσότητα και P η τιμή.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$8.400 - 50P_0 = -4.100 + 450P_0 \Leftrightarrow 8.400 + 4.100 = 450P_0 + 50P_0 \Leftrightarrow 12.500 = 500P_0 \Leftrightarrow P_0 = 12.500/500 \Leftrightarrow P_0 = 25$$

$$Q_0 = -4.100 + 450 \times 25 \Leftrightarrow Q_0 = -4.100 + 11.250 \Leftrightarrow Q_0 = 7.150$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: 0 ($P_0=25$, $Q_0=7.150$)

Μονάδες 6

ΤΡΙΤΗ 8 ΙΟΥΛΙΟΥ 2008

Στον παρακάτω πίνακα τα δεδομένα αφορούν στην αγορά ενός αγαθού, του οποίου οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς είναι γραμμικές.

Τιμή (P)	Συνολική Δαπάνη Καταναλωτών (ΣΔ)	Πλεόνασμα
400	120.000	700
450	67.500	1.050

Δ1 Να βρείτε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς του αγαθού.

Για να προσδιορίσουμε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς χρειαζόμαστε δύο σημεία με τιμή και ζητούμενη ποσότητα καθώς και προσφερόμενη ποσότητα αντίστοιχα. Τα επίπεδα τιμής μας τα δίνει ο πίνακας, επομένως θα πρέπει να υπολογίσουμε τις ζητούμενες και τις προσφερόμενες ποσότητες. Με τη συνολική δαπάνη των καταναλωτών θα υπολογίσουμε τις ζητούμενες ποσότητες και με το πλεόνασμα θα υπολογίσουμε τις προσφερόμενες ποσότητες ως εξής:

$$\Sigma\Delta = P \times Q_D \Leftrightarrow Q_D = \Sigma\Delta / P$$

$$\text{Σημείο A: } Q_{DA} = 120.000/400 \Leftrightarrow Q_{DA} = 300$$

$$\text{Σημείο B: } Q_{DB} = 67.500/450 \Leftrightarrow Q_{DB} = 150$$

$$\text{Πλεόνασμα} = Q_S - Q_D \Leftrightarrow Q_S = \text{Πλεόνασμα} + Q_D$$

$$\text{Σημείο A: } Q_{SA} = 700 + 300 \Leftrightarrow Q_{SA} = 1.000$$

$$\text{Σημείο B: } Q_{SB} = 1.050 + 150 \Leftrightarrow Q_{SB} = 1.200$$

Επομένως, ο αρχικός πίνακας μπορεί να πάρει την ακόλουθη μορφή:

<http://users.sch.gr/dthalalaios>

Σημεία	Τιμή (P)	Ζητούμενη Ποσότητα (Q _D)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _S)
A	400	300	1.000
B	450	150	1.200

Τώρα πλέον μπορούμε να προσδιορίσουμε τις συναρτήσεις ως εξής:

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$300 = \alpha + 400\beta \quad (1)$$

$$150 = \alpha + 450\beta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$300 - 150 = \alpha - \alpha + 400\beta - 450\beta \Leftrightarrow 150 = -50\beta \Leftrightarrow \beta = 150 / (-50) \Leftrightarrow \beta = -3$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 300 = \alpha + 400(-3) \Leftrightarrow 300 = \alpha - 1.200 \Leftrightarrow \alpha = 300 + 1.200 \Leftrightarrow \alpha = 1.500$$

Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η $Q_D = 1.500 - 3P$.

$$Q_S = \gamma + \delta P$$

$$1.000 = \gamma + 400\delta \quad (1)$$

$$1.200 = \gamma + 450\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$1.200 - 1.000 = \gamma - \gamma + 450\delta - 400\delta \Leftrightarrow 200 = 50\delta \Leftrightarrow \delta = 200 / 50 \Leftrightarrow \delta = 4$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 1.000 = \gamma + 400 \cdot 4 \Leftrightarrow 1.000 = \gamma + 1.600 \Leftrightarrow \gamma = 1.000 - 1.600 \Leftrightarrow \gamma = -600$$

Επομένως, η συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_S = -600 + 4P$.

Μονάδες 8

Δ2 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q_S$:

$$1.500 - 3P_0 = -600 + 4P_0 \Leftrightarrow 1.500 + 600 = 3P_0 + 4P_0 \Leftrightarrow 2.100 = 7P_0 \Leftrightarrow P_0 = 2.100 / 7 \Leftrightarrow P_0 = 300$$

$$Q_0 = 1.500 - 3 \cdot 300 \Leftrightarrow Q_0 = 1.500 - 900 \Leftrightarrow Q_0 = 600$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **Ο** ($P_0 = 300, Q_0 = 600$)

Μονάδες 6

Δ3 Μια μείωση της τιμής (αμοιβής) των συντελεστών παραγωγής του αγαθού οδήγησε στη μετατόπιση της καμπύλης προσφοράς του, με αποτέλεσμα να μεταβληθεί η προσφερόμενη ποσότητα σε κάθε τιμή κατά 700 μονάδες. Να υπολογίσετε τη νέα τιμή και τη νέα ποσότητα ισορροπίας.

Η μείωση της τιμής (αμοιβής) των συντελεστών παραγωγής του αγαθού συνεπάγεται αύξηση της προσφοράς του. Επομένως, η μεταβολή της προσφερόμενης ποσότητας κατά 700 μονάδες στην ουσία είναι αύξηση κατά 700 μονάδες σε κάθε τιμή. Έτσι τα νέα δεδομένα του πίνακα είναι τα εξής:

Σημεία	Τιμή (P)	Ζητούμενη Ποσότητα (Q _D)	Νέα Προσφερόμενη Ποσότητα (Q' _S)
A	400	300	1.000 + 700 = 1.700
B	450	150	1.200 + 700 = 1.900

Προσδιορίζουμε εκ νέου την συνάρτηση προσφοράς ως εξής:

$$Q'_S = \gamma + \delta P$$

$$1.700 = \gamma + 400\delta \quad (1)$$

$$1.900 = \gamma + 450\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$1.900 - 1.700 = \gamma - \gamma + 450\delta - 400\delta \Leftrightarrow 200 = 50\delta \Leftrightarrow \delta = 200/50 \Leftrightarrow \delta = 4$$

Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: $1.700 = \gamma + 400 \times 4 \Leftrightarrow 1.700 = \gamma + 1.600 \Leftrightarrow \gamma = 1.700 - 1.600 \Leftrightarrow \gamma = 100$

Επομένως, η νέα συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q'_s = 100 + 4P$.

Η νέα τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά την αρχική συνάρτηση ζήτησης και τη νέα συνάρτηση προσφοράς, δηλαδή $Q_D = Q'_S$:

$$1.500 - 3P'_0 = 100 + 4P'_0 \Leftrightarrow 1.500 - 100 = 3P'_0 + 4P'_0 \Leftrightarrow 1.400 = 7P'_0 \Leftrightarrow P'_0 = 1.400/7 \Leftrightarrow P'_0 = 200$$

$$Q'_0 = 1.500 - 3 \times 200 \Leftrightarrow Q'_0 = 1.500 - 600 \Leftrightarrow Q'_0 = 900$$

Επομένως, η νέα τιμή και η νέα ποσότητα ισορροπίας είναι: $O' (P'_0 = 200, Q'_0 = 900)$

Μονάδες 6

Δ4 Χρησιμοποιώντας τη νέα συνάρτηση προσφοράς, να βρείτε την ελαστικότητα προσφοράς του αγαθού, όταν η τιμή του μειώνεται από 300 χρηματικές μονάδες σε 200 χρηματικές μονάδες.

$$\text{Για } P_1 = 300 \rightarrow Q_{S1} = 100 + 4 \times 300 \Leftrightarrow Q_{S1} = 100 + 1.200 \Leftrightarrow Q_{S1} = 1.300$$

$$\text{Για } P_2 = 200 \rightarrow Q_{S2} = 100 + 4 \times 200 \Leftrightarrow Q_{S2} = 100 + 800 \Leftrightarrow Q_{S2} = 900$$

Επομένως, η ελαστικότητα προσφοράς, όταν η τιμή μειώνεται από 300 σε 200 χρηματικές μονάδες θα είναι:

$$E_S = [(Q_{S2} - Q_{S1}) / (P_2 - P_1)] \times (P_1 / Q_{S1}) \Leftrightarrow E_S = [(900 - 1.300) / (200 - 300)] \times (300 / 1.300) \Leftrightarrow$$

$$E_S = [(-400) / (-100)] \times (300 / 1.300) \Leftrightarrow E_S = 120.000 / 130.000 \Leftrightarrow E_S = 12/13$$

Μονάδες 5

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 29 ΜΑΪΟΥ 2009

Τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα αναφέρονται σε μια επιχείρηση που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Η εργασία (L) αποτελεί τον μοναδικό μεταβλητό συντελεστή παραγωγής και η τιμή (αμοιβή) της είναι σταθερή.

Μονάδες Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
0	0	—	—	—	—
1	20	20	20	75	75
2	;	25	;	60	50
3	90	30	40	;	;
4	;	;	30	50	50
5	145	29	25	51,72	60

Δ1 Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά του παρουσιάζοντας τους σχετικούς υπολογισμούς.

Αρχικά υπολογίζουμε την τιμή (αμοιβή) της εργασίας (W) ως εξής:

Όταν η επιχείρηση απασχολεί 1 εργάτη (L=1), παράγει 20 μονάδες προϊόντος ($Q_1 = 20$) και το μέσο μεταβλητό κόστος είναι 75 χρηματικές μονάδες ($AVC_{20} = 75$). Επομένως, το μεταβλητό κόστος της επιχείρησης θα είναι:

$$AVC_{20} = VC_{20} / Q_1 \Leftrightarrow VC_{20} = AVC_{20} \times Q_1 \Leftrightarrow VC_{20} = 75 \times 20 \Leftrightarrow VC_{20} = 1.500$$

Αφού η εργασία είναι ο μοναδικός μεταβλητός συντελεστής της παραγωγής, το μεταβλητό κόστος της επιχείρησης θα δίνεται από την σχέση $VC = W \times L$, επομένως η τιμή (αμοιβή) της εργασίας θα είναι: $1.500 = 1 \times W \Leftrightarrow W = 1.500$ χρηματικές μονάδες.

Στη συνέχεια θα υπολογίσουμε γραμμή-γραμμή τα κενά του πίνακα ως εξής:

- $L = 2, AP_2 = 25, AVC_{20} = 60$ και $MC_{20} = 50$

$$AP_2=Q_2/L_2 \Leftrightarrow Q_2=AP_2 \times L_2 \Leftrightarrow Q_2=25 \times 2 \Leftrightarrow Q_2=50$$

$$MP_2=\Delta(Q)/\Delta(L) \Leftrightarrow MP_2=(Q_2-Q_1)/(L_2-L_1) \Leftrightarrow MP_2=(50-20)/(2-1) \Leftrightarrow MP_2=30/1 \Leftrightarrow MP_2=30$$

• $L=3, Q_3=90, AP_3=30$ και $MP_3=40$

$$VC_{90}=W \times L_3 \Leftrightarrow VC_{90}=1.500 \times 3 \Leftrightarrow VC_{90}=4.500$$

$$AVC_{90}=VC_{90}/Q_3 \Leftrightarrow AVC_{90}=4.500/90 \Leftrightarrow AVC_{90}=50$$

$$VC_{50}=W \times L_2 \Leftrightarrow VC_{50}=1.500 \times 2 \Leftrightarrow VC_{50}=3.000$$

$$MC_{90}=\Delta(VC)/\Delta(Q) \Leftrightarrow MC_{90}=(VC_{90}-VC_{50})/(Q_3-Q_2) \Leftrightarrow MC_{90}=(4.500-3.000)/(90-50) \Leftrightarrow MC_{90}=1.500/40 \Leftrightarrow$$

$$MC_{90}=37,5$$

• $L=4, MP_4=30, AVC_4=50$ και $MC_4=50$

$$MP_4=\Delta(Q)/\Delta(L) \Leftrightarrow MP_4=(Q_4-Q_3)/(L_4-L_3) \Leftrightarrow 30=(Q_4-90)/(4-3) \Leftrightarrow 30=(Q_4-90)/1 \Leftrightarrow 30 \times 1=Q_4-90 \Leftrightarrow$$

$$Q_4=30+90 \Leftrightarrow Q_4=120$$

$$AP_4=Q_4/L_4 \Leftrightarrow AP_4=120/4 \Leftrightarrow AP_4=30$$

Επομένως, ο πίνακας συμπληρωμένος θα έχει ως εξής:

Μονάδες Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
0	0	—	—	—	—
1	20	20	20	75	75
2	50	25	30	60	50
3	90	30	40	50	37,5
4	120	30	30	50	50
5	145	29	25	51,72	60

Μονάδες 6

Δ2 Να εξηγήσετε εάν ισχύει ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης και σε ποια ποσότητα του μεταβλητού συντελεστή «εργασία» φαίνεται η λειτουργία του και γιατί.

Πράγματι, ισχύει ο νόμος της φθίνουσας ή μη ανάλογης απόδοσης στην εν λόγω επιχείρηση, διότι η επιχείρηση, σύμφωνα με την άσκηση (εκφώνηση), λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο και υπάρχει ένα επίπεδο απασχόλησης ($L=3 \Rightarrow MP=40 \Rightarrow \max$) μέχρι το οποίο η διαδοχική προσθήκη μιας μονάδας κάθε φορά του μεταβλητού συντελεστή εργασία δίνει συνεχώς μεγαλύτερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν ($20 \Rightarrow 30 \Rightarrow 40$) και μετά από το επίπεδο αυτό κάθε διαδοχική ίση αύξηση του μεταβλητού συντελεστή εργασία κατά μια μονάδα δίνει συνεχώς μικρότερες αυξήσεις στο συνολικό προϊόν ($30 \Rightarrow 25$), δηλαδή το οριακό προϊόν του μεταβλητού συντελεστή εργασία αρχικά αυξάνεται και μετά μειώνεται. Επομένως, ο νόμος της φθίνουσας απόδοσης εμφανίζεται μετά τον 3^ο εργάτη ή αλλιώς με την προσθήκη του 4^{ου} εργάτη.

Μονάδες 5

Δ3 Να κατασκευαστεί ο πίνακας προσφοράς της επιχείρησης καθώς και ο πίνακας της αγοραίας προαφοράς του αγαθού, με δεδομένο ότι το αγαθό παράγεται από 40 όμοιες επιχειρήσεις.

Η καμπύλη προσφοράς μιας επιχείρησης (συνεπώς και ο πίνακας προσφοράς) είναι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης οριακού κόστους (MC), το οποίο βρίσκεται πάνω από την καμπύλη του μέσου μεταβλητού κόστους (AVC). Στον παραπάνω πίνακα εντοπίζουμε τη γραμμή εκείνη, όπου το οριακό κόστος ανερχόμενο είναι ίσο με το μέσο μεταβλητό κόστος και στη συνέχεια αποκόπτουμε από εκείνο το σημείο και μετά τον πίνακα. Παρατηρούμε ότι $AVC=MC \uparrow =50$, όταν $Q=120$, συνεπώς:

<http://users.sch.gr/dthalalaios>

Μονάδες Εργασίας (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
4	120	30	30	50	50
5	145	29	25	51,72	60

Επομένως, ο πίνακας προσφοράς της επιχείρησης θα είναι:

Σημεία	Τιμή (MC ⇒ P)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q ⇒ Q _S)
A	50	120
B	60	145

Αφού το προϊόν παράγεται από 40 όμοιες επιχειρήσεις, πολλαπλασιάζουμε την προσφερόμενη ποσότητα για κάθε επίπεδο τιμής με τον αριθμό των επιχειρήσεων και έτσι ο αγοραίος πίνακας προσφοράς θα είναι:

Σημεία	Τιμή (MC ⇒ P)	Αγοραία Προσφερόμενη Ποσότητα (Q ⇒ Q _S)
Γ	50	120x40=4.800
Δ	60	145x40=5.800

Μονάδες 5

Δ4 Να βρεθεί η αγοραία συνάρτηση προσφοράς, με δεδομένο ότι αυτή είναι γραμμική.

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία με τις συντεταγμένες τους. Από τον πίνακα της αγοραίας προσφοράς έχουμε τα σημεία αυτά Γ(P=50, Q_S=4.800) και Δ(P=60, Q_S=5.800) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_S = \gamma + \delta P$$

$$4.800 = \gamma + 50\delta \quad (1)$$

$$5.800 = \gamma + 60\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$4.800 - 5.800 = \gamma - \gamma + 50\delta - 60\delta \Leftrightarrow -1.000 = -10\delta \Leftrightarrow \delta = 1.000/10 \Leftrightarrow \delta = 100$$

Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: $4.800 = \gamma + 50 \times 100 \Leftrightarrow 4.800 = \gamma + 5.000 \Leftrightarrow \gamma = 4.800 - 5.000 \Leftrightarrow \gamma = -200$

Επομένως, η αγοραία συνάρτηση προσφοράς είναι η: $Q_S = -200 + 100P$.

Μονάδες 4

Δ5 Χρησιμοποιώντας την αγοραία συνάρτηση προσφοράς, να βρείτε την ελαστικότητα προσφοράς του αγαθού, όταν η τιμή του αυξάνεται από 52 χρηματικές μονάδες σε 55 χρηματικές μονάδες.

$$P_1 = 52 \Rightarrow Q_{S1} = -200 + 100 \times P_1 \Leftrightarrow Q_{S1} = -200 + 100 \times 52 \Leftrightarrow Q_{S1} = -200 + 5.200 \Leftrightarrow Q_{S1} = 5.000$$

$$P_2 = 55 \Rightarrow Q_{S2} = -200 + 100 \times P_2 \Leftrightarrow Q_{S2} = -200 + 100 \times 55 \Leftrightarrow Q_{S2} = -200 + 5.500 \Leftrightarrow Q_{S2} = 5.300$$

$$E_S = (Q_{S2} - Q_{S1}) / (P_2 - P_1) \times P_1 / Q_{S1} \Leftrightarrow E_S = (5.300 - 5.000) / (55 - 52) \times 52 / 5.000 \Leftrightarrow E_S = (300/3) \times (52/5.000) \Leftrightarrow$$

$$E_S = 5.200/5.000 \Leftrightarrow E_S = 1,04$$

Μονάδες 5

<http://users.sch.gr/dthalalaios>

ΔΕΥΤΕΡΑ 13 ΙΟΥΛΙΟΥ 2009

Στην αγορά ενός αγαθού με γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, στην τιμή των 100 χρηματικών μονάδων η ζητούμενη ποσότητα είναι 800 μονάδες και υπάρχει έλλειμμα 600 μονάδων. Όταν αυξάνεται η τιμή του αγαθού από τις 100 στις 150 χρηματικές μονάδες, η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή του είναι $-0,25$ και η ελαστικότητα προσφοράς του είναι 2.

Δ1 Να βρείτε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς του αγαθού.

Για να προσδιορίσουμε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς που είναι γραμμικές, χρειαζόμαστε δύο σημεία τους με τις αντίστοιχες τιμές και ποσότητες.

Γνωρίζουμε ότι:

$$\text{Έλλειμμα} = Q_D - Q_S \Leftrightarrow Q_S = Q_D - \text{Έλλειμμα} \Leftrightarrow Q_S = 800 - 600 \Leftrightarrow Q_S = 200$$

Επομένως, στην τιμή $P_1 = 100$ η ζητούμενη ποσότητα είναι $Q_{D1} = 800$ και η προσφερόμενη ποσότητα είναι $Q_{S1} = 200$.

Τα άλλα δύο σημεία θα τα προσδιορίσουμε με τη βοήθεια της ελαστικότητας ζήτησης και προσφοράς ως εξής:

Με την ελαστικότητα ζήτησης:

$$\begin{aligned} E_D &= [(Q_{D2} - Q_{D1}) / (P_2 - P_1)] \times (P_1 / Q_{D1}) \Leftrightarrow -0,25 = [(Q_{D2} - 800) / (150 - 100)] \times (100 / 800) \Leftrightarrow \\ &-0,25 = [(Q_{D2} - 800) / 50] \times (1/8) \Leftrightarrow -0,25 = (Q_{D2} - 800) / (50 \times 8) \Leftrightarrow -0,25 = (Q_{D2} - 800) / 400 \Leftrightarrow \\ &-0,25 \times 400 = Q_{D2} - 800 \Leftrightarrow -100 = Q_{D2} - 800 \Leftrightarrow Q_{D2} = 800 - 100 \Leftrightarrow Q_{D2} = 700 \end{aligned}$$

Με την ελαστικότητα προσφοράς:

$$\begin{aligned} E_S &= [(Q_{S2} - Q_{S1}) / (P_2 - P_1)] \times (P_1 / Q_{S1}) \Leftrightarrow 2 = [(Q_{S2} - 200) / (150 - 100)] \times (100 / 200) \Leftrightarrow 2 = [(Q_{S2} - 200) / 50] \times (1/2) \Leftrightarrow \\ &2 = (Q_{S2} - 200) / (50 \times 2) \Leftrightarrow 2 = (Q_{S2} - 200) / 100 \Leftrightarrow 2 \times 100 = Q_{S2} - 200 \Leftrightarrow 200 = Q_{S2} - 200 \Leftrightarrow Q_{S2} = 200 + 200 \Leftrightarrow \\ &Q_{S2} = 400 \end{aligned}$$

Τώρα πλέον έχουμε τα σημεία που μας χρειάζονται:

Για τη ζήτηση:

$$\text{Σημείο Α: } P_1 = 100 \text{ και } Q_{D1} = 800$$

$$\text{Σημείο Β: } P_2 = 150 \text{ και } Q_{D2} = 700$$

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$800 = \alpha + 100\beta \quad (1)$$

$$700 = \alpha + 150\beta \quad (2)$$

$$\text{Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής: } 800 - 700 = \alpha - \alpha + 100\beta - 150\beta \Leftrightarrow 100 = (-50)\beta \Leftrightarrow \beta = 100 / (-50) \Leftrightarrow \beta = -2$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 800 = \alpha + 100 \times (-2) \Leftrightarrow 800 = \alpha - 200 \Leftrightarrow \alpha = 800 + 200 \Leftrightarrow \alpha = 1.000$$

Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η $Q_D = 1.000 - 2P$.

Για την προσφορά:

$$\text{Σημείο Γ: } P_3 = 100 \text{ και } Q_{S3} = 200$$

$$\text{Σημείο Δ: } P_4 = 150 \text{ και } Q_{S4} = 400$$

$$Q_S = \gamma + \delta P$$

$$200 = \gamma + 100\delta \quad (1)$$

$$400 = \gamma + 150\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$200 - 400 = \gamma - \gamma + 100\delta - 150\delta \Leftrightarrow -200 = -50\delta \Leftrightarrow \delta = (-200) / (-50) \Leftrightarrow \delta = 4$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 200 = \gamma + 100 \times 4 \Leftrightarrow 200 = \gamma + 400 \Leftrightarrow \gamma = 200 - 400 \Leftrightarrow \gamma = -200$$

Επομένως, η συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_S = -200 + 4P$.

Μονάδες 12

Δ2 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D=Q_S$:

$$1.000-2P_0=-200+4P_0 \Leftrightarrow 1.000+200=2P_0+4P_0 \Leftrightarrow 1.200=6P_0 \Leftrightarrow P_0=1.200/6 \Leftrightarrow P_0=200$$

$$Q_0=1.000-2 \times 200 \Leftrightarrow Q_0=1.000-400 \Leftrightarrow Q_0=600$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι: **O** ($P_0=200$, $Q_0=600$)

Μονάδες 4

Δ3 Να εξηγήσετε, χρησιμοποιώντας την έννοια της ελαστικότητας ζήτησης του αγαθού ως προς την τιμή, πώς θα επηρεαστεί η συνολική δαπάνη των καταναλωτών για το αγαθό, όταν η τιμή του αυξηθεί από τις 100 στις 150 χρηματικές μονάδες.

Όταν η τιμή αυξάνεται από 100 σε 150 χρηματικές μονάδες, η ελαστικότητα ζήτησης είναι $-0,25$, δηλαδή η ζήτηση χαρακτηρίζεται ανελαστική ($E_D=-0,25 \Leftrightarrow |E_D|=0,25 < 1$). Στην ανελαστική ζήτηση η μεταβολή της συνολικής δαπάνης επηρεάζει η μεγαλύτερη ποσοστιαία μεταβολή, δηλαδή η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής, άρα η συνολική δαπάνη θα μεταβληθεί όπως μεταβάλλεται η τιμή και αφού η τιμή αυξάνεται (από 100 σε 150), θα αυξηθεί και η συνολική δαπάνη. Πράγματι, υπολογίζοντας τη συνολική δαπάνη:

$$\Sigma \Delta_1 = P_1 \times Q_{D1} \Leftrightarrow \Sigma \Delta_1 = 100 \times 800 \Leftrightarrow \Sigma \Delta_1 = 80.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

$$\Sigma \Delta_2 = P_2 \times Q_{D2} \Leftrightarrow \Sigma \Delta_2 = 150 \times 700 \Leftrightarrow \Sigma \Delta_2 = 105.000 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Μονάδες 5

Δ4 Να υπολογίσετε σε ποια τιμή του αγαθού παρουσιάζεται πλεόνασμα 180 μονάδων προϊόντος.

$$\text{Πλεόνασμα} = Q_S - Q_D \Leftrightarrow 180 = -200 + 4P - (1.000 - 2P) \Leftrightarrow 180 = -200 + 4P - 1.000 + 2P \Leftrightarrow$$

$$180 + 200 + 1.000 = 4P + 2P \Leftrightarrow 1.380 = 6P \Leftrightarrow P = 1.380/6 \Leftrightarrow P = 230$$

Μονάδες 4

ΔΕΥΤΕΡΑ 31 ΜΑΪΟΥ 2010

Οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού είναι γραμμικές. Όταν η τιμή (P_1) του αγαθού είναι 150 χρηματικές μονάδες, η ζητούμενη ποσότητά του (Q_{D1}) είναι 200 μονάδες. Καθώς η τιμή του αγαθού αυξάνεται από P_1 σε P_2 , η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή του είναι $E_D=-3$. Στην τιμή P_2 , η ζητούμενη ποσότητα του αγαθού (Q_{D2}) είναι κατά 60% μικρότερη από αυτήν που αντιστοιχεί στην τιμή P_1 .

Δ1 Να βρεθούν η τιμή P_2 (μονάδες 3) και η συνάρτηση ζήτησης του αγαθού (μονάδες 3).

• Υπολογισμός Τιμής P_2

$$Q_{D2} = Q_{D1} - 60\% Q_{D1} \Leftrightarrow Q_{D2} = 200 - (60/100) \times 200 \Leftrightarrow Q_{D2} = 200 - 120 \Leftrightarrow Q_{D2} = 80$$

$$E_D = \Delta(Q)/\Delta(L) \times (P_1/Q_{D1}) \Leftrightarrow E_D = (Q_{D2} - Q_{D1}) / (P_2 - P_1) \times (P_1/Q_{D1}) \Leftrightarrow -3 = (80 - 200) / (P_2 - 150) \times (150/200) \Leftrightarrow$$

$$-3 = -120 / (P_2 - 150) \times (3/4) \Leftrightarrow -3 = (-120 \times 3) / 4(P_2 - 150) \Leftrightarrow -3 = -360 / (4P_2 - 600) \Leftrightarrow -3(4P_2 - 600) = -360 \Leftrightarrow$$

$$-12P_2 + 1.800 = -360 \Leftrightarrow 12P_2 = 1.800 + 360 \Leftrightarrow 12P_2 = 2.160 \Leftrightarrow P_2 = 2.160/12 \Leftrightarrow P_2 = 180$$

• Προσδιορισμός Συνάρτησης Ζήτησης Q_D

Γραμμική $\rightarrow Q_D = \alpha + \beta P \rightarrow 200 = \alpha + 150\beta$ (1) & $80 = \alpha + 180\beta$ (2) \rightarrow Αφαίρεση κατά μέλη \rightarrow

$$200 - 80 = \alpha - \alpha + 150\beta - 180\beta \Leftrightarrow 120 = -30\beta \Leftrightarrow \beta = 120 / (-30) \Leftrightarrow \beta = -4 \rightarrow 200 = \alpha + 150 \times (-4) \Leftrightarrow 200 = \alpha - 600 \Leftrightarrow$$

$$\alpha = 200 + 600 \Leftrightarrow \alpha = 800 \rightarrow Q_D = 800 - 4P$$

Μονάδες 6

Δ2 Μία αύξηση του εισοδήματος των καταναλωτών κατά 25% είχε ως αποτέλεσμα να αυξηθεί η ζητούμενη ποσότητα του αγαθού σε κάθε τιμή του κατά 120 μονάδες. Να βρεθεί η νέα συνάρτηση ζήτησης του αγαθού (μονάδες 3) και να υπολογιστεί η εισοδηματική ελαστικότητα (E_Y) στην τιμή $P_1=150$ χρηματικές μονάδες (μονάδες 5).

• Προσδιορισμός Νέας Συνάρτησης Ζήτησης Q'_D

$$Q'_D = Q_D + 120 \Leftrightarrow Q'_D = 800 - 4P + 120 \Leftrightarrow Q'_D = 920 - 4P$$

• Υπολογισμός Εισοδηματικής Ελαστικότητας E_Y

$$P_1=150 \rightarrow Q_{D1}=200 \text{ και } Q'_{D1}=920-4 \times 150 \Leftrightarrow Q'_{D1}=920-600 \Leftrightarrow Q'_{D1}=320$$

$$\Delta Q\%=(Q'_{D1}-Q_{D1})/Q_{D1} \times 100 \Leftrightarrow \Delta Q\%=(320-200)/200 \times 100 \Leftrightarrow \Delta Q\%=120/2 \Leftrightarrow \Delta Q\%=60\%$$

$$E_Y=\Delta Q\%/\Delta Y\% \Leftrightarrow E_Y=60/25 \Leftrightarrow E_Y=2,4$$

Μονάδες 8

Δ3 Έστω ότι πριν την αύξηση του εισοδήματος η τιμή ισορροπίας του αγαθού ήταν 150 χρηματικές μονάδες και η ποσότητα ισορροπίας του 200 μονάδες. Μετά την αύξηση του εισοδήματος η τιμή ισορροπίας του αγαθού είναι ίση με 170 χρηματικές μονάδες και η ποσότητα ισορροπίας του είναι ίση με 240 μονάδες. Να βρεθούν η συνάρτηση προσφοράς του αγαθού (μονάδες 3) και η ελαστικότητα προσφοράς του, καθώς η τιμή του αγαθού αυξάνεται από 150 χρηματικές μονάδες σε 170 χρηματικές μονάδες (μονάδες 3).

• Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς Q_S

Γραμμική $\rightarrow Q_S=\gamma+\delta P \rightarrow 200=\gamma+150\delta$ (1) & $240=\gamma+170\delta$ (2) \rightarrow

\rightarrow Αφαίρεση κατά μέλη $\rightarrow 200-240=\gamma-\gamma+150\delta-170\delta \Leftrightarrow -40=-20\delta \Leftrightarrow \delta=-40/(-20) \Leftrightarrow \delta=2 \rightarrow$
 $200=\gamma+150 \times 2 \Leftrightarrow 200=\gamma+300 \Leftrightarrow \gamma=200-300 \Leftrightarrow \gamma=-100 \rightarrow Q_S=-100+2P$

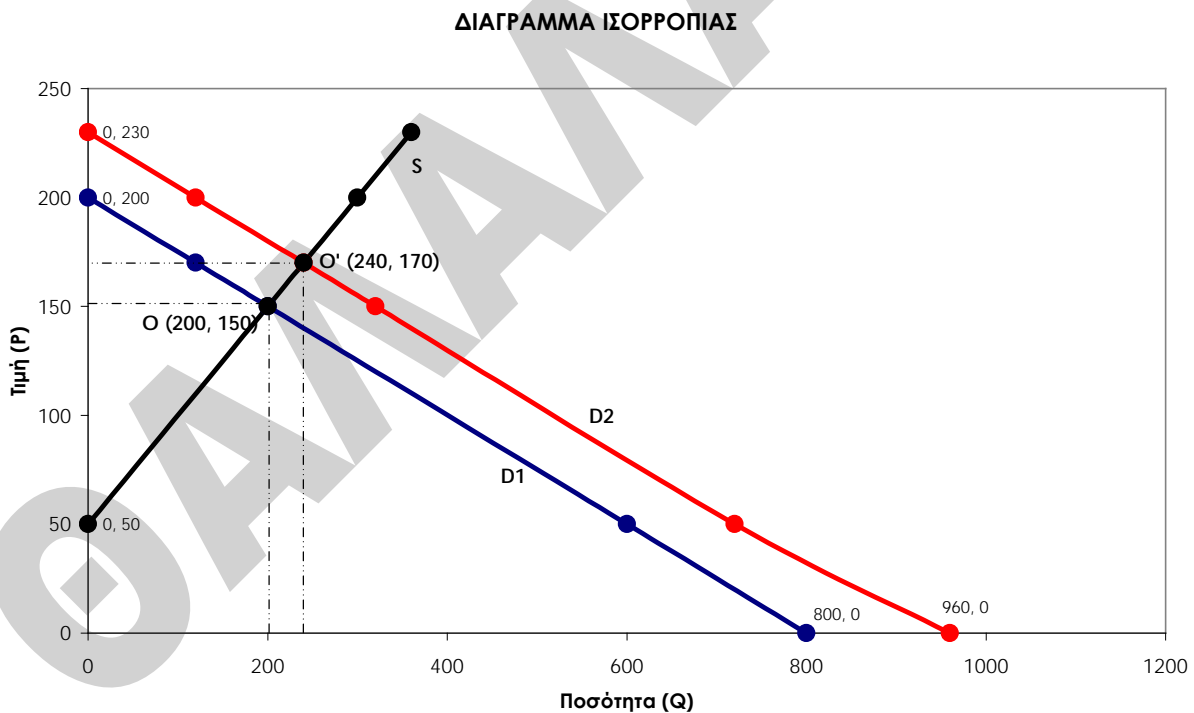
• Υπολογισμός Ελαστικότητας Προσφοράς E_S

$$E_S=\Delta(Q)/\Delta(L) \times (P_1/Q_{S1}) \Leftrightarrow E_S=(Q_{S2}-Q_{S1})/(P_2-P_1) \times (P_1/Q_{S1}) \Leftrightarrow E_S=(240-200)/(170-150) \times (150/200) \Leftrightarrow$$

$$E_S=40/20 \times (3/4) \Leftrightarrow E_S=6/4 \Leftrightarrow E_S=1,5$$

Μονάδες 6

Δ4 Να παρουσιάσετε στο ίδιο διάγραμμα (στο μιλιμετρέ) την ισορροπία της αγοράς του αγαθού πριν και μετά την αύξηση του εισοδήματος.



Μονάδες 5

ΣΑΒΒΑΤΟ 10 ΙΟΥΛΙΟΥ 2010

Στην αγορά ενός αγαθού με γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, στην τιμή των 600 χρηματικών μονάδων η ζητούμενη ποσότητα είναι 800 μονάδες και η προσφερόμενη ποσότητα είναι 2.000 μονάδες. Όταν αυξάνεται η τιμή του αγαθού από τις

600 στις 700 χρηματικές μονάδες, η ελαστικότητα ζήτησης του αγαθού ως προς την τιμή του είναι ίση με $-1,5$ ($E_D = -1,5$) και η ελαστικότητα προσφοράς του ίση με $1,2$ ($E_S = 1,2$).

Δ1 Να βρείτε τις συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς του αγαθού.

• **Συνάρτηση Ζήτησης ($Q_D = \alpha + \beta P$)**

$$(\Delta Q_D)/(\Delta P) = \beta \rightarrow E_D = (\Delta Q_D/\Delta P) \times (P_1/Q_{D1}) \Leftrightarrow -1,5 = (600/800) \times \beta \Leftrightarrow -1,5 \times 800 = 600\beta \Leftrightarrow -1.200 = 600\beta \Leftrightarrow \beta = -1.200/600 \Leftrightarrow \beta = -2$$

$$Q_D = \alpha + \beta P \Leftrightarrow 800 = \alpha - 2 \times 600 \Leftrightarrow 800 = \alpha - 1.200 \Leftrightarrow \alpha = 800 + 1.200 \Leftrightarrow \alpha = 2.000$$

Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η $Q_D = 2.000 - 2P$

• **Συνάρτηση Προσφοράς ($Q_S = \gamma + \delta P$)**

$$(\Delta Q_S)/(\Delta P) = \delta \rightarrow E_S = (\Delta Q_S/\Delta P) \times (P_1/Q_{S1}) \Leftrightarrow 1,2 = (600/2.000) \times \delta \Leftrightarrow 1,2 \times 2.000 = 600\delta \Leftrightarrow 2.400 = 600\delta \Leftrightarrow \delta = 2.400/600 \Leftrightarrow \delta = 4$$

$$Q_S = \gamma + \delta P \Leftrightarrow 2.000 = \gamma + 4 \times 600 \Leftrightarrow 2.000 = \gamma + 2.400 \Leftrightarrow \gamma = 2.000 - 2.400 \Leftrightarrow \gamma = -400$$

Επομένως, η συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_S = -400 + 4P$

Μονάδες 10

Δ2 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

$$Q_D = Q_S \Leftrightarrow 2.000 - 2P_0 = -400 + 4P_0 \Leftrightarrow 2.000 + 400 = 4P_0 + 2P_0 \Leftrightarrow 2.400 = 6P_0 \Leftrightarrow P_0 = 2.400/6 \Leftrightarrow P_0 = 400$$

$$Q_0 = 2.000 - 2P_0 \Leftrightarrow Q_0 = 2.000 - 2 \times 400 \Leftrightarrow Q_0 = 2.000 - 800 \Leftrightarrow Q_0 = 1.200$$

Επομένως, το σημείο ισορροπίας είναι το $O(P_0 = 400, Q_0 = 1.200)$

Μονάδες 4

Δ3 Αν το κράτος επιβάλει ως ανώτατη τιμή πώλησης του αγαθού την $P_A = 200$ χρηματικές μονάδες, να υπολογίσετε το μέγεθος του ελλείμματος που εμφανίζεται στην αγορά του αγαθού (μονάδες 3), καθώς και την τιμή την οποία οι καταναλωτές είναι διατεθειμένοι να καταβάλουν για να απορροφήσουν όλη την ποσότητα του αγαθού, η οποία προσφέρεται από τους παραγωγούς στην τιμή P_A (μονάδες 3).

• **Υπολογισμός Ελλείμματος**

$$\text{Για } P_A = 200 \rightarrow Q_{DA} = 2.000 - 2P_A \Leftrightarrow Q_{DA} = 2.000 - 2 \times 200 \Leftrightarrow Q_{DA} = 2.000 - 400 \Leftrightarrow Q_{DA} = 1.600$$

$$\text{Για } P_A = 200 \rightarrow Q_{SA} = -400 + 4P_A \Leftrightarrow Q_{SA} = -400 + 4 \times 200 \Leftrightarrow Q_{SA} = -400 + 800 \Leftrightarrow Q_{SA} = 400$$

$$\text{Έλλειμμα} = Q_{DA} - Q_{SA} \Leftrightarrow \text{Έλλειμμα} = 1.600 - 400 \Leftrightarrow \text{Έλλειμμα} = 1.200$$

• **Υπολογισμός Τιμής**

Έστω P_T η τιμή την οποία οι καταναλωτές είναι διατεθειμένοι να καταβάλουν για να απορροφήσουν όλη την ποσότητα του αγαθού, η οποία προσφέρεται από τους παραγωγούς στην τιμή P_A .

$$Q_{SA} = Q_{DT} = 400 \rightarrow Q_{DT} = 2.000 - 2P_T \Leftrightarrow 400 = 2.000 - 2P_T \Leftrightarrow 2P_T = 2.000 - 400 \Leftrightarrow 2P_T = 1.600 \Leftrightarrow P_T = 1.600/2 \Leftrightarrow P_T = 800$$

Μονάδες 6

Δ4 Να υπολογίσετε την ελαστικότητα προσφοράς του αγαθού καθώς η τιμή του αυξάνεται από τις 200 στις 400 χρηματικές μονάδες (μονάδες 3). Η προσφορά του αγαθού είναι ελαστική ή ανελαστική και γιατί (μονάδες 2);

$$\text{Για } P_1 = 200 \rightarrow Q_{S1} = -400 + 4P_1 \Leftrightarrow Q_{S1} = -400 + 4 \times 200 \Leftrightarrow Q_{S1} = -400 + 800 \Leftrightarrow Q_{S1} = 400$$

$$\text{Για } P_2 = 400 \rightarrow Q_{S2} = -400 + 4P_2 \Leftrightarrow Q_{S2} = -400 + 4 \times 400 \Leftrightarrow Q_{S2} = -400 + 1.600 \Leftrightarrow Q_{S2} = 1.200$$

$$E_S = (\Delta Q_S/\Delta P) \times (P_1/Q_{S1}) \Leftrightarrow E_S = (Q_{S2} - Q_{S1}) / (P_2 - P_1) \times (P_1/Q_{S1}) \Leftrightarrow E_S = (1.200 - 400) / (400 - 200) \times (200/400) \Leftrightarrow E_S = (800/200) \times (200/400) \Leftrightarrow E_S = 4 \times (1/2) \Leftrightarrow E_S = 2$$

Η προσφορά χαρακτηρίζεται **ελαστική**, διότι $E_S = 2 > 1$

Μονάδες 5

ΤΕΤΑΡΤΗ 25 ΜΑΪΟΥ 2011

Τα ακόλουθα στοιχεία προκύπτουν από μελέτη του Υπουργείου Οικονομικών για το αγαθό Χ στο σύνολο της επικράτειας της χώρας.

Συνδυασμοί	Τιμή (P)	Συνολική Δαπάνη (ΣΔ)	Εισόδημα (Υ)
A	5	200	800
B	5	500	1.600
Γ	6	216	800

Δ1 (α) Να υπολογίσετε την ελαστικότητα ζήτησης του αγαθού ως προς την τιμή (E_D) όταν η τιμή αυξάνεται από 5 σε 6 χρηματικές μονάδες, και να χαρακτηρίσετε τη ζήτηση του αγαθού με βάση την τιμή της ελαστικότητας (μονάδες 4).

$$\Sigma\Delta_A = P_A Q_{DA} \Leftrightarrow 200 = 5 Q_{DA} \Leftrightarrow Q_{DA} = 200/5 \Leftrightarrow Q_{DA} = 40$$

$$\Sigma\Delta_B = P_B Q_{DB} \Leftrightarrow 500 = 5 Q_{DB} \Leftrightarrow Q_{DB} = 500/5 \Leftrightarrow Q_{DB} = 100$$

$$\Sigma\Delta_\Gamma = P_\Gamma Q_{D\Gamma} \Leftrightarrow 216 = 6 Q_{D\Gamma} \Leftrightarrow Q_{D\Gamma} = 216/6 \Leftrightarrow Q_{D\Gamma} = 36$$

$$E_{D(A \rightarrow \Gamma)} = [\Delta(Q)/\Delta(P)] \times (P_A/Q_{DA}) \Leftrightarrow E_{D(A \rightarrow \Gamma)} = [(Q_{D\Gamma} - Q_{DA}) / (P_\Gamma - P_A)] \times (P_A/Q_{DA}) \Leftrightarrow$$

$$E_{D(A \rightarrow \Gamma)} = [(36 - 40) / (6 - 5)] \times (5/40) \Leftrightarrow E_{D(A \rightarrow \Gamma)} = -4 \times (5/40) \Leftrightarrow E_{D(A \rightarrow \Gamma)} = -20/40 \Leftrightarrow E_{D(A \rightarrow \Gamma)} = -0,5$$

$|E_{D(A \rightarrow \Gamma)}| = 0,5 < 1 \rightarrow$ **Η ζήτηση του αγαθού είναι ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ**

(β) Να δικαιολογήσετε τη μεταβολή στη Συνολική Δαπάνη (ΣΔ) των καταναλωτών, όταν η τιμή του αγαθού αυξάνεται από 5 σε 6 χρηματικές μονάδες (*ceteris paribus*) (μονάδες 3).

Τη συνολική δαπάνη θα επηρεάζει κάθε φορά το μέγεθος με τη μεγαλύτερη ποσοστιαία μεταβολή και επειδή η ζήτηση είναι ανελαστική η ποσοστιαία μεταβολή της τιμής είναι μεγαλύτερη από την ποσοστιαία μεταβολή της ζητούμενης ποσότητας (σε απόλυτες τιμές) ($|\Delta Q_D\%| < |\Delta P\%|$), επομένως η συνολική δαπάνη θα ακολουθήσει την πορεία της μεταβολής της τιμής (αύξηση τιμής \rightarrow αύξηση συνολικής δαπάνης).

Μονάδες 7

Δ2 Να υπολογίσετε την εισοδηματική ελαστικότητα (E_Y), όταν το εισόδημα των καταναλωτών μειώνεται από 1600 χρηματικές μονάδες σε 800 χρηματικές μονάδες, και να χαρακτηρίσετε το αγαθό με βάση την τιμή της εισοδηματικής ελαστικότητας.

$$E_{Y(B \rightarrow A)} = [\Delta(Q)/\Delta(Y)] \times (Y_B/Q_{DB}) \Leftrightarrow E_{Y(B \rightarrow A)} = [(Q_{DA} - Q_{DB}) / (Y_A - Y_B)] \times (Y_B/Q_{DB}) \Leftrightarrow$$

$$E_{Y(B \rightarrow A)} = [(40 - 100) / (800 - 1.600)] \times (1.600/100) \Leftrightarrow E_{Y(B \rightarrow A)} = (16 \times 60) / 800 \Leftrightarrow E_{Y(B \rightarrow A)} = 960/800 \Leftrightarrow E_{Y(B \rightarrow A)} = 1,2$$

$E_{Y(B \rightarrow A)} = 1,2 > 0 \rightarrow$ **Το αγαθό είναι ΚΑΝΟΝΙΚΟ**

Μονάδες 4

Δ3 Να προσδιοριστεί η γραμμική συνάρτηση ζήτησης του αγαθού, όταν το εισόδημα είναι 800 χρηματικές μονάδες.

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$40 = \alpha + 5\beta \quad (1)$$

$$36 = \alpha + 6\beta \quad (2)$$

Αφαιρούμε την (2) από την (1)

$$40 - 36 = \alpha - \alpha + 5\beta - 6\beta \Leftrightarrow 4 = -\beta \Leftrightarrow \beta = -4$$

Αντικαθιστούμε είτε στην (1) είτε στη (2)

$$40 = \alpha + 5(-4) \Leftrightarrow 40 = \alpha - 20 \Leftrightarrow \alpha = 40 + 20 \Leftrightarrow \alpha = 60$$

$$Q_D = 60 - 4P$$

Μονάδες 7

Δ4 Αν η συνάρτηση προσφοράς είναι $Q_S = -20 + 4P$ και το κράτος επιβάλλει ανώτατη τιμή πώλησης (P_A) για το αγαθό, οι καταναλωτές είναι διατεθειμένοι να καταβάλουν «καπέλο» ίσο με 5 χρηματικές μονάδες για να απορροφήσουν όλη την ποσότητα του αγαθού, να υπολογίσετε την ανώτατη τιμή P_A που επιβλήθηκε.

$$\text{καπέλο} = P_T - P_A \Leftrightarrow P_T = \text{καπέλο} + P_A \Leftrightarrow P_T = 5 + P_A \quad (1)$$

$$Q_{SA} = Q_{DT} \Leftrightarrow -20 + 4P_A = 60 - 4P_T \quad (2)$$

Αντικαθιστούμε την (1) στη (2)

$$-20 + 4P_A = 60 - 4(5 + P_A) \Leftrightarrow -20 + 4P_A = 60 - 20 - 4P_A \Leftrightarrow 8P_A = 60 \Leftrightarrow P_A = 60/8 \Leftrightarrow P_A = 7,5$$

Μονάδες 7

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2011

Δ1 Με βάση τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα που αφορούν σε μία επιχείρηση που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο, να κατασκευάσετε τον πίνακα προσφοράς της επιχείρησης (μονάδες 6) και να υπολογίσετε τη γραμμική συνάρτηση προσφοράς (μονάδες 3).

Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)
0	40
10	70
20	80
30	110
40	150

Α) Κατασκευή Πίνακα Προσφοράς

Η συνθήκη για να κατασκευάσουμε τον πίνακα προσφοράς μιας επιχείρησης είναι $P = MC \uparrow \geq AVC$, επομένως θα πρέπει να υπολογίσουμε το μέσο μεταβλητό κόστος (AVC) και το οριακό κόστος (MC), τα οποία με τη σειρά τους προκύπτουν από το μεταβλητό κόστος (VC). Επομένως, υπολογίζουμε για κάθε επίπεδο παραγωγής τις παραπάνω μεταβλητές ως εξής:

- $Q=0$

$$\text{Όταν } Q=0 \rightarrow VC=0 \text{ \& } TC=FC \Leftrightarrow VC_0=0 \text{ \& } TC_0=FC=40$$

$AVC_0 = \text{δεν ορίζεται}$

$MC_0 = \text{δεν ορίζεται}$

- $Q=10$

$$VC_{10} = TC_{10} - FC \Leftrightarrow VC_{10} = 70 - 40 \Leftrightarrow VC_{10} = 30$$

$$AVC_{10} = VC_{10}/Q_{10} \Leftrightarrow AVC_{10} = 30/10 \Leftrightarrow AVC_{10} = 3$$

$$MC_{10} = \Delta(VC)/\Delta(Q) \Leftrightarrow MC_{10} = (VC_{10} - VC_0)/(Q_{10} - Q_0) \Leftrightarrow MC_{10} = (30 - 0)/(10 - 0) \Leftrightarrow MC_{10} = 30/10 \Leftrightarrow MC_{10} = 3$$

- $Q=20$

$$VC_{20} = TC_{20} - FC \Leftrightarrow VC_{20} = 80 - 40 \Leftrightarrow VC_{20} = 40$$

$$AVC_{20} = VC_{20}/Q_{20} \Leftrightarrow AVC_{20} = 40/20 \Leftrightarrow AVC_{20} = 2$$

$$MC_{20} = \Delta(VC)/\Delta(Q) \Leftrightarrow MC_{20} = (VC_{20} - VC_{10})/(Q_{20} - Q_{10}) \Leftrightarrow MC_{20} = (40 - 30)/(20 - 10) \Leftrightarrow MC_{20} = 10/10 \Leftrightarrow MC_{20} = 1$$

- $Q=30$

$$VC_{30} = TC_{30} - FC \Leftrightarrow VC_{30} = 110 - 40 \Leftrightarrow VC_{30} = 70$$

$$AVC_{30} = VC_{30}/Q_{30} \Leftrightarrow AVC_{30} = 70/30 \Leftrightarrow AVC_{30} = 2,3$$

$$MC_{30} = \Delta(VC)/\Delta(Q) \Leftrightarrow MC_{30} = (VC_{30} - VC_{20})/(Q_{30} - Q_{20}) \Leftrightarrow MC_{30} = (70 - 40)/(30 - 20) \Leftrightarrow MC_{30} = 30/10 \Leftrightarrow MC_{30} = 3$$

- $Q=40$

$$VC_{40} = TC_{40} - FC \Leftrightarrow VC_{40} = 150 - 40 \Leftrightarrow VC_{40} = 110$$

$$AVC_{40} = VC_{40}/Q_{40} \Leftrightarrow AVC_{40} = 110/40 \Leftrightarrow AVC_{40} = 2,75$$

$$MC_{40} = \Delta(VC) / \Delta(Q) \Leftrightarrow MC_{40} = (VC_{40} - VC_{30}) / (Q_{40} - Q_{30}) \Leftrightarrow MC_{40} = (110 - 70) / (40 - 30) \Leftrightarrow MC_{40} = 40 / 10 \Leftrightarrow MC_{40} = 4$$

Επομένως, ο πίνακας συμπληρωμένος με τις στήλες του μεταβλητού κόστους (VC), το μέσου μεταβλητού κόστους (AVC) και του οριακού κόστους (MC) έχει ως εξής:

Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
0	40	0	–	–
10	70	30	3	3
20	80	40	2	1
30	110	70	2,3	3
40	150	110	2,7	4

Ο πίνακας προσφοράς προκύπτει από τη συνθήκη $P = MC \uparrow \geq AVC$, επομένως αποκόπτουμε τον πίνακα σε εκείνο το επίπεδο παραγωγής, όπου το οριακό κόστος (MC) ανερχόμενο είναι ίσο ή ξεπερνά για πρώτη φορά το μέσο μεταβλητό κόστος (AVC), δηλαδή:

Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Οριακό Κόστος (MC)
30	110	70	2,3	3
40	150	110	2,7	4

Κατασκευάζουμε τον πίνακα προσφοράς της επιχείρησης, μορφοποιώντας τον παραπάνω πίνακα επιλέγοντας τη στήλη του οριακού κόστους (MC) και τη στήλη του συνολικού προϊόντος (Q) μετονομάζοντάς τες σε τιμή (P) και προσφερόμενη ποσότητα (Q_s), αντίστοιχα ως εξής:

Οριακό Κόστος (MC) ↓ Τιμή (P)	Συνολικό Προϊόν (Q) ↓ Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _s)
3	30
4	40

Β) Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς

$$Q_s = \gamma + \delta P$$

$$30 = \gamma + 3\delta \quad (1)$$

$$40 = \gamma + 4\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε την (1) από την (2)

$$40 - 30 = \gamma - \gamma + 4\delta - 3\delta \Leftrightarrow \delta = 10$$

Αντικαθιστούμε είτε στην (1) είτε στη (2)

$$30 = \gamma + 3 \times 10 \Leftrightarrow 30 = \gamma + 30 \Leftrightarrow \gamma = 30 - 30 \Leftrightarrow \gamma = 0$$

$$Q_s = 10P$$

Μονάδες 9

Δ2 Να υπολογισθεί η τοξοειδής ελαστικότητα προσφοράς καθώς η τιμή αυξάνεται από 3 σε 4 μονάδες.

$$E_{S(\text{τοξοειδής})} = \left[\frac{\Delta(Q)}{\Delta(P)} \right] \times \left[\frac{(P_1 + P_2)}{(Q_1 + Q_2)} \right] \Leftrightarrow E_{S(\text{τοξοειδής})} = \left[\frac{(40-30)}{(4-3)} \right] \times \left[\frac{(4+3)}{(40+30)} \right] \Leftrightarrow E_{S(\text{τοξοειδής})} = (10/1) \times (7/70) \Leftrightarrow E_{S(\text{τοξοειδής})} = 70/70 \Leftrightarrow E_{S(\text{τοξοειδής})} = 1$$

Μονάδες 3

Δ3 Έστω η ευθύγραμμη καμπύλη ζήτησης ενός αγαθού X και $M(P=5, Q=150)$ το μέσον της. Να υπολογίσετε τη γραμμική συνάρτηση ζήτησης.

Αφού $M(P=5, Q_D=150)$ είναι το μέσο γραμμικής συνάρτησης ζήτησης, συνεπάγεται ότι:

$$E_{DM} = -1 \text{ και } \Delta Q / \Delta P = \beta$$

$$E_{DM} = (\Delta Q / \Delta P) \times (P_M / Q_{DM}) \Leftrightarrow E_{DM} = \beta (P_M / Q_{DM}) \Leftrightarrow -1 = \beta (5 / 150) \Leftrightarrow 5\beta = -150 \Leftrightarrow \beta = -150 / 5 \Leftrightarrow \beta = -30$$

$$Q_D = \alpha + \beta P \Leftrightarrow 150 = \alpha + (-30) \times 5 \Leftrightarrow 150 = \alpha - 150 \Leftrightarrow \alpha = 150 + 150 \Leftrightarrow \alpha = 300$$

$$Q_D = 300 - 30P$$

Μονάδες 5

Δ4 Να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

$$Q_S = Q_D \Leftrightarrow 10P_0 = 300 - 30P_0 \Leftrightarrow 10P_0 + 30P_0 = 300 \Leftrightarrow 40P_0 = 300 \Leftrightarrow P_0 = 300 / 40 \Leftrightarrow P_0 = 7,5$$

$$Q_0 = 10P_0 \Leftrightarrow Q_0 = 10 \times 7,5 \Leftrightarrow Q_0 = 75$$

Σημείο Ισορροπίας O ($P_0 = 7,5, Q_0 = 75$)

★ **Σημείωση:** Προφανώς στην εκφώνηση στο Δ1, εννοείται ότι η επιχείρηση παράγει το αγαθό X, διαφορετικά δεν θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε σημείο ισορροπίας.

Μονάδες 3

Δ5 Αν το εισόδημα των καταναλωτών αυξηθεί κατά 10% με εισοδηματική ελαστικότητα $E_Y = 2$ και ταυτόχρονα βελτιωθεί η τεχνολογία παραγωγής του αγαθού με αποτέλεσμα την αύξηση της προσφοράς του κατά 20%, να υπολογίσετε τη νέα τιμή και ποσότητα ισορροπίας του αγαθού.

$$E_Y = \Delta Q\% / \Delta Y\% \Leftrightarrow 2 = \Delta Q\% / 10 \Leftrightarrow \Delta Q\% = 2 \times 10 \Leftrightarrow \Delta Q\% = 20$$

Μεταβολή Εισοδήματος \rightarrow Ποσοστιαία Μεταβολή Ζήτησης = Ποσοστιαία Μεταβολή Ζητούμενης Ποσότητας

Προσδιορισμός Νέας Συνάρτησης Ζήτησης

$$Q'_D = Q_D + 20\% Q_D \Leftrightarrow Q'_D = Q_D + (20/100) Q_D \Leftrightarrow Q'_D = Q_D + 0,2 Q_D \Leftrightarrow Q'_D = (1 + 0,2) Q_D \Leftrightarrow Q'_D = 1,2 Q_D \Leftrightarrow$$

$$Q'_D = 1,2(300 - 30P) \Leftrightarrow Q'_D = 1,2 \times 300 - 1,2 \times 30P \Leftrightarrow Q'_D = 360 - 36P$$

Προσδιορισμός Νέας Συνάρτησης Προσφοράς

$$Q'_S = Q_S + 20\% Q_S \Leftrightarrow Q'_S = Q_S + (20/100) Q_S \Leftrightarrow Q'_S = Q_S + 0,2 Q_S \Leftrightarrow Q'_S = (1 + 0,2) Q_S \Leftrightarrow Q'_S = 1,2 Q_S \Leftrightarrow$$

$$Q'_S = 1,2 \times 10P \Leftrightarrow Q'_S = 12P$$

Προσδιορισμός Νέου Σημείου Ισορροπίας

$$Q'_S = Q'_D \Leftrightarrow 12P'_0 = 360 - 36P'_0 \Leftrightarrow 12P'_0 + 36P'_0 = 360 \Leftrightarrow 48P'_0 = 360 \Leftrightarrow P'_0 = 360 / 48 \Leftrightarrow P'_0 = 7,5$$

$$Q'_0 = 12P'_0 \Leftrightarrow Q'_0 = 12 \times 7,5 \Leftrightarrow Q'_0 = 90$$

Νέο Σημείο Ισορροπίας O' ($P'_0 = 7,5, Q'_0 = 90$)

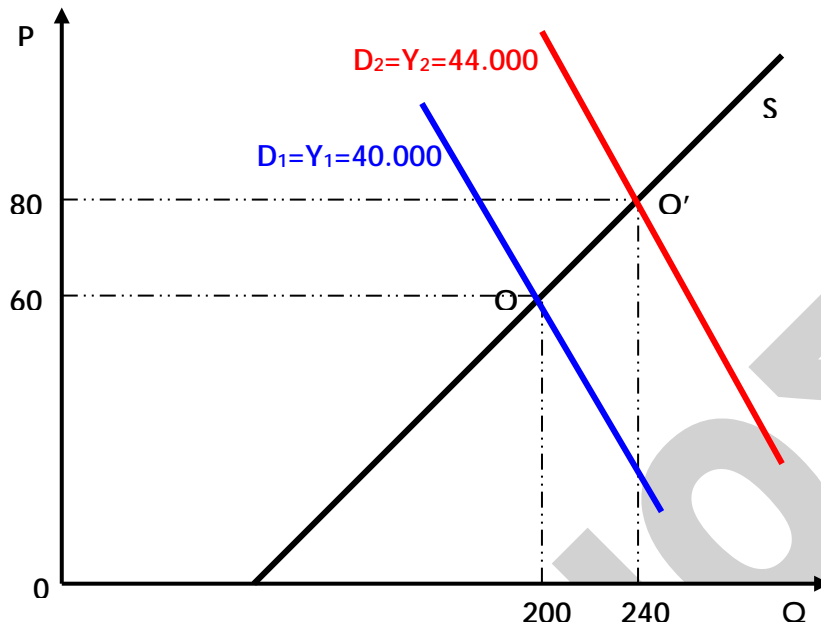
Μονάδες 5

ΤΡΙΤΗ 5 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Οι αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς ενός αγαθού είναι γραμμικές. Όταν το εισόδημα των καταναλωτών είναι 40.000 ευρώ, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας του αγαθού είναι 60 ευρώ και 200 κιλά αντίστοιχα. Αν το εισόδημα των καταναλωτών αυξηθεί από 40.000 σε 44.000 ευρώ, η νέα τιμή και ποσότητα ισορροπίας του αγαθού γίνονται 80 ευρώ και 240 κιλά αντίστοιχα.

Δ1 Να βρεθεί η αγοραία συνάρτηση προσφοράς του αγαθού.

Για να προσδιορίσουμε την γραμμική συνάρτηση προσφοράς ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία, στα οποία γνωρίζουμε την τιμή (P) και την προσφερόμενη ποσότητα (Q_s). Σύμφωνα με την εκφώνηση και για να κατανοήσουμε καλύτερα τα δεδομένα, κατασκευάζουμε το παρακάτω διάγραμμα ως εξής:



Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι τα δύο σημεία που χρειαζόμαστε είναι τα δύο σημεία ισορροπίας (που βρίσκονται πάνω στην γραμμική συνάρτηση προσφοράς), δηλαδή O ($P_0=60, Q_0=200$) και O' ($P'_0=80, Q'_0=240$) και υπολογίζουμε με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_s = \gamma + \delta P$$

$$200 = \gamma + 60\delta \quad (1)$$

$$240 = \gamma + 80\delta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

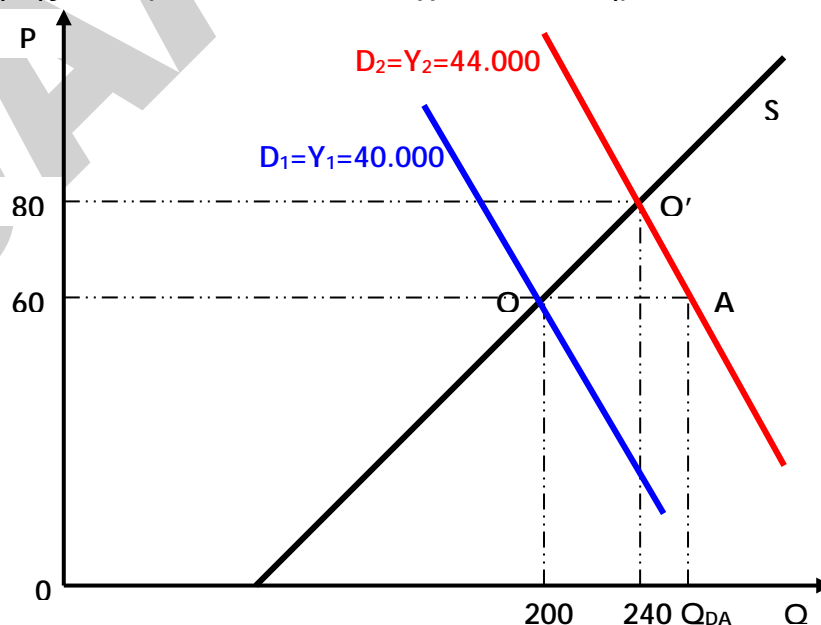
$$200 - 240 = \gamma - \gamma + 60\delta - 80\delta \Leftrightarrow -40 = -20\delta \Leftrightarrow \delta = -40 / (-20) \Leftrightarrow \delta = 2$$

Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: $200 = \gamma + 60 \times 2 \Leftrightarrow 200 = \gamma + 120 \Leftrightarrow \gamma = 200 - 120 \Leftrightarrow \gamma = 80$

Επομένως, η γραμμική συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_s = 80 + 2P$

Μονάδες 5

Δ2 Αν στην τιμή των 60 ευρώ η εισοδηματική ελαστικότητα είναι 3, να βρεθεί η αγοραία συνάρτηση ζήτησης του αγαθού που αντιστοιχεί στο εισόδημα των 44.000 ευρώ.



Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης ενός αγαθού χρειαζόμαστε δύο σημεία, στα οποία γνωρίζουμε την τιμή (P) και την ζητούμενη ποσότητα (Q_D). Προσαρμόζουμε το προηγούμενο διάγραμμα στα νέα δεδομένα ως εξής:

Τα δύο σημεία που χρειαζόμαστε για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση ζήτησης που αντιστοιχεί στο εισόδημα των €44.000 (D₂) είναι το Ο' (P'₀=80, Q'₀=240) και το Α (P=60, Q_{DA}=).

Υπολογισμός Ποσότητας Q_{DA}

Είναι απαραίτητο να υπολογίσουμε πρώτα την ποσότητα Q_{DA}. Με την βοήθεια της εισοδηματικής ελαστικότητας, υπολογίζουμε ως εξής:

$$E_Y = (Q_{DA} - Q_0)(Y_2 - Y_1) \times Y_1 / Q_0 \Leftrightarrow 3 = (Q_{DA} - 200) / (44.000 - 40.000) \times 40.000 / 200 \Leftrightarrow$$

$$3 = (Q_{DA} - 200) / 4.000 \times 200 \Leftrightarrow 3 \times 4.000 = 200(Q_{DA} - 200) \Leftrightarrow 12.000 = 200Q_{DA} - 200 \times 200 \Leftrightarrow$$

$$12.000 = 200Q_{DA} - 40.000 \Leftrightarrow 200Q_{DA} = 12.000 + 40.000 \Leftrightarrow 200Q_{DA} = 52.000 \Leftrightarrow Q_{DA} = 52.000 / 200 \Leftrightarrow Q_{DA} = 260$$

Προσδιορισμός Συνάρτησης Ζήτησης

Αφού πλέον έχουμε τα δύο σημεία Ο' (P'₀=80, Q'₀=240) και το Α (P_A=60, Q_{DA}=260) προσδιορίζουμε τη συνάρτηση ζήτησης με σύστημα εξισώσεων ως εξής:

$$Q_D = \alpha + \beta P$$

$$240 = \alpha + 80\beta \quad (1)$$

$$260 = \alpha + 60\beta \quad (2)$$

Αφαιρούμε τις παραπάνω εξισώσεις κατά μέλη ως εξής:

$$240 - 260 = \alpha - \alpha + 80\beta - 60\beta \Leftrightarrow -20 = 20\beta \Leftrightarrow \beta = (-20) / 20 \Leftrightarrow \beta = -1$$

$$\text{Αντικαθιστούμε στην (1) και έχουμε: } 240 = \alpha + 80(-1) \Leftrightarrow 240 = \alpha - 80 \Leftrightarrow \alpha = 240 + 80 \Leftrightarrow \alpha = 320$$

Επομένως, η συνάρτηση ζήτησης είναι η Q_{D2}=320-P

Μονάδες 10

Δ3 Να υπολογίσετε την ελαστικότητα προσφοράς του αγαθού, όταν η τιμή αυξάνεται από 60 σε 80 ευρώ. Να χαρακτηρίσετε την προσφορά του αγαθού.

$$E_S = (\Delta Q / \Delta P) \times (P / Q) \Leftrightarrow E_S = (Q'_0 - Q_0) / (P'_0 - P_0) \times P_0 / Q_0 \Leftrightarrow E_S = (240 - 200) / (80 - 60) \times 60 / 200 \Leftrightarrow$$

$$E_S = 40 / 20 \times 60 / 200 \Leftrightarrow E_S = (40 \times 60) / (20 \times 200) \Leftrightarrow E_S = 240 / 400 \Leftrightarrow E_S = 3/5 \text{ ή } E_S = 0,6$$

E_S=0,6 < 1 → η προσφορά χαρακτηρίζεται ανελαστική

Μονάδες 5

Δ4 Με βάση την αγοραία συνάρτηση ζήτησης που αντιστοιχεί στο εισόδημα των 44.000 ευρώ και την αγοραία συνάρτηση προσφοράς, να βρεθεί σε ποια τιμή παρουσιάζεται πλεόνασμα 60 κιλών.

$$\text{Πλεόνασμα} = Q_S - Q_{D2} \Leftrightarrow 60 = 80 + 2P - (320 - P) \Leftrightarrow 60 = 80 + 2P - 320 + P \Leftrightarrow 60 - 80 + 320 = 3P \Leftrightarrow 3P = 300 \Leftrightarrow$$

$$P = 300 / 3 \Leftrightarrow P = 100$$

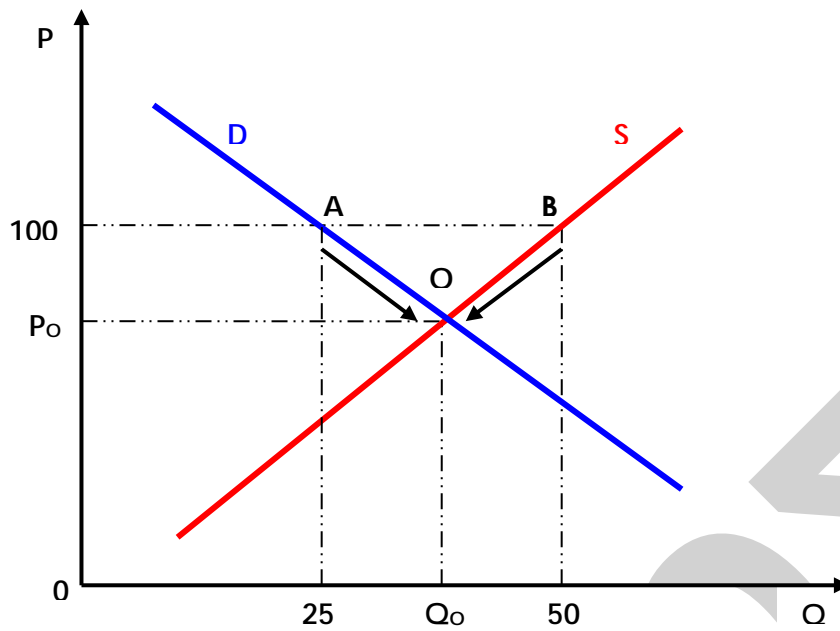
Μονάδες 5

ΤΕΤΑΡΤΗ 20 ΙΟΥΝΙΟΥ 2012

Για ένα αγαθό με γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, στη τιμή των 100 ευρώ η ζητούμενη ποσότητα είναι 25 μονάδες και η προσφερόμενη ποσότητα είναι 50 μονάδες. Όταν μεταβάλλεται η τιμή από τα 100 ευρώ προς την τιμή ισορροπίας, η ελαστικότητα ζήτησης είναι -3 και η ελαστικότητα προσφοράς είναι 1.

Δ1 Να βρεθούν οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς.

Τις γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης ή προσφοράς μπορούμε να τις προσδιορίσουμε, αρκεί να γνωρίζουμε σε ένα σημείο τους, την τιμή (P), την ζητούμενη ή προσφερόμενη ποσότητα (Q_D ή Q_S) και την ελαστικότητα ζήτησης ή προσφοράς στο σημείο αυτό (E_D ή E_S).



✚ Προσδιορισμός Συνάρτησης Ζήτησης

Σημείο A: $P_A=100$, $Q_{DA}=25$ και $E_{DA}=-3$.

Στον τύπο της ελαστικότητας ζήτησης $E_{DA}=(\Delta Q/\Delta P) \times P_A/Q_{DA}$ το πηλίκο $\Delta Q/\Delta P$ αποτελεί τον συντελεστή διεύθυνσης της συνάρτησης, δηλαδή στην γραμμική $Q_{DA}=\alpha+\beta P_A$ αποτελεί τον συντελεστή β . Επομένως, αφού $\Delta Q/\Delta P=\beta$, υπολογίζουμε ως εξής:

$$E_{DA}=\beta \times (P_A/Q_{DA}) \Leftrightarrow -3=\beta \times (100/25) \Leftrightarrow -3=4\beta \Leftrightarrow \beta=-3/4 \Leftrightarrow \beta=-0,75$$

$$Q_{DA}=\alpha+\beta P_A \Leftrightarrow 25=\alpha+(-0,75) \times 100 \Leftrightarrow 25=\alpha-75 \Leftrightarrow \alpha=25+75 \Leftrightarrow \alpha=100$$

Επομένως, η γραμμική συνάρτηση ζήτησης είναι η $Q_D=100-0,75P$.

✚ Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς

Σημείο B: $P_B=100$, $Q_{SB}=50$ και $E_{SB}=1$.

Στον τύπο της ελαστικότητας προσφοράς $E_{SB}=(\Delta Q/\Delta P) \times P_B/Q_{SB}$ το πηλίκο $\Delta Q/\Delta P$ αποτελεί τον συντελεστή διεύθυνσης της συνάρτησης, δηλαδή στην γραμμική $Q_{SB}=\gamma+\delta P_B$ αποτελεί τον συντελεστή δ . Επομένως, αφού $\Delta Q/\Delta P=\delta$, υπολογίζουμε ως εξής:

$$E_{SB}=\delta \times (P_B/Q_{SB}) \Leftrightarrow 1=\delta \times (100/50) \Leftrightarrow 1=2\delta \Leftrightarrow \delta=1/2 \Leftrightarrow \delta=0,5$$

$$Q_{SB}=\gamma+\delta P_B \Leftrightarrow 50=\gamma+0,5 \times 100 \Leftrightarrow 50=\gamma+50 \Leftrightarrow \gamma=50-50 \Leftrightarrow \gamma=0$$

Επομένως, η γραμμική συνάρτηση προσφοράς είναι η $Q_S=0,5P$

Μονάδες 12

Δ2 Να βρεθούν η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας.

Η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας στην αγορά προκύπτουν, αν εξισώσουμε αλγεβρικά τις αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς, δηλαδή $Q_D=Q_S$:

$$100-0,75P_o=0,5P_o \Leftrightarrow 100=0,5P_o+0,75P_o \Leftrightarrow 100=1,25P_o \Leftrightarrow P_o=100/1,25 \Leftrightarrow P_o=80$$

$$Q_o=0,5P_o \Leftrightarrow Q_o=0,5 \times 80 \Leftrightarrow Q_o=40$$

Επομένως, η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας είναι **O** ($P_o=80$, $Q_o=40$)

Μονάδες 6

Δ3 Σε ποια τιμή θα έχουμε πλεόνασμα 50 μονάδων; Στους υπολογισμούς σας να διατηρήσετε μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία.

$$\text{Πλεόνασμα}=Q_S-Q_D \Leftrightarrow 50=0,5P-(100-0,75P) \Leftrightarrow 50=0,5P-100+0,75P \Leftrightarrow 50+100=0,5P+0,75P \Leftrightarrow$$

$$150=1,25P \Leftrightarrow P=150/1,25 \Leftrightarrow P=120 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Μονάδες 7

<http://users.sch.gr/dthalalaios>

ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 31 ΜΑΪΟΥ 2013

Τα δεδομένα του παρακάτω πίνακα αναφέρονται σε μία επιχείρηση που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο. Η εργασία (L) αποτελεί τον μοναδικό μεταβλητό συντελεστή παραγωγής και η τιμή (αμοιβή) της είναι σταθερή.

Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)
30		10	–		10.800
40					
50				40	

Δ1 Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα. Με δεδομένο ότι το Μέσο Προϊόν (AP) γίνεται μέγιστο, όταν η επιχείρηση απασχολεί σαράντα (40) εργάτες, να συμπληρώσετε τα κενά του πίνακα, παρουσιάζοντας τους σχετικούς υπολογισμούς.

- Σημείο Α → L=30

$$AP_A = Q_A / L_A \Leftrightarrow Q_A = AP_A \times L_A \Leftrightarrow Q_A = 10 \times 30 \Leftrightarrow Q_A = 300$$

$$AVC_A = VC_A / Q_A \Leftrightarrow AVC_A = 10.800 / 300 \Leftrightarrow AVC_A = 36$$

$$VC_A = W \times L_A \Leftrightarrow 10.800 = 30W \Leftrightarrow W = 10.800 / 30 \Leftrightarrow W = 360$$

- Σημείο Β → L=40

$$AP_B \rightarrow \text{ΜΕΓΙΣΤΟ} \Leftrightarrow AP_B = MP_B \Leftrightarrow Q_B / L_B = (Q_B - Q_A) / (L_B - L_A) \Leftrightarrow Q_B / 40 = (Q_B - 300) / (40 - 30) \Leftrightarrow$$

$$10Q_B = 40(Q_B - 300) \Leftrightarrow 10Q_B = 40Q_B - 12.000 \Leftrightarrow 12.000 = 40Q_B - 10Q_B \Leftrightarrow 12.000 = 30Q_B \Leftrightarrow Q_B = 12.000 / 30 \Leftrightarrow$$

$$Q_B = 400$$

$$AP_B = Q_B / L_B \Leftrightarrow AP_B = 400 / 40 \Leftrightarrow AP_B = 10$$

$$AP_B = MP_B \Leftrightarrow MP_B = 10$$

$$VC_B = W \times L_B \Leftrightarrow VC_B = 360 \times 40 \Leftrightarrow VC_B = 14.400$$

$$AVC_B = VC_B / Q_B \Leftrightarrow AVC_B = 14.400 / 400 \Leftrightarrow AVC_B = 36$$

- Σημείο Γ → L=50

$$VC_\Gamma = W \times L_\Gamma \Leftrightarrow VC_\Gamma = 360 \times 50 \Leftrightarrow VC_\Gamma = 18.000$$

$$AVC_\Gamma = VC_\Gamma / Q_\Gamma \Leftrightarrow Q_\Gamma = VC_\Gamma / AVC_\Gamma \Leftrightarrow Q_\Gamma = 18.000 / 40 \Leftrightarrow Q_\Gamma = 450$$

$$AP_\Gamma = Q_\Gamma / L_\Gamma \Leftrightarrow AP_\Gamma = 450 / 50 \Leftrightarrow AP_\Gamma = 9$$

$$MP_\Gamma = \Delta Q / \Delta L \Leftrightarrow MP_\Gamma = (Q_\Gamma - Q_B) / (L_\Gamma - L_B) \Leftrightarrow MP_\Gamma = (450 - 400) / (50 - 40) \Leftrightarrow MP_\Gamma = 50 / 10 \Leftrightarrow MP_\Gamma = 5$$

Επομένως, ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής:

Σημεία	Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)
A	30	300	10	–	36	10.800
B	40	400	10	10	36	14.400
Γ	50	450	9	5	40	18.000

Μονάδες 11

Δ2 Αν η επιχείρηση αυξήσει την παραγωγή της από 330 μονάδες, σε 430 μονάδες με τι κόστος θα επιβαρυνθεί;

$$MC_{AB} = \Delta VC / \Delta Q \Leftrightarrow MC_{AB} = (VC_B - VC_A) / (Q_B - Q_A) \Leftrightarrow MC_{AB} = (14.400 - 10.800) / (400 - 300) \Leftrightarrow MC_{AB} = 3.600 / 100 \Leftrightarrow MC_{AB} = 36$$

Σημεία	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Οριακό Κόστος (MC)
A	300	10.800	36
A'	330	VC _{A'}	
B	400	14.400	

$$MC_{AB} = \Delta VC / \Delta Q \Leftrightarrow MC_{AB} = (VC_{A'} - VC_A) / (Q_{A'} - Q_A) \Leftrightarrow 36 = (VC_{A'} - 10.800) / (330 - 300) \Leftrightarrow 36 \times 30 = VC_{A'} - 10.800 \Leftrightarrow VC_{A'} = 1.080 + 10.800 \Leftrightarrow VC_{A'} = 11.880$$

$$MC_{BF} = \Delta VC / \Delta Q \Leftrightarrow MC_{BF} = (VC_{\Gamma} - VC_B) / (Q_{\Gamma} - Q_B) \Leftrightarrow MC_{BF} = (18.000 - 14.400) / (450 - 400) \Leftrightarrow MC_{BF} = 3.600 / 50 \Leftrightarrow MC_{BF} = 72$$

Σημεία	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Οριακό Κόστος (MC)
B	400	14.400	72
B'	430	VC _{B'}	
Γ	450	18.000	

$$MC_{BF} = \Delta VC / \Delta Q \Leftrightarrow MC_{BF} = (VC_{B'} - VC_B) / (Q_{B'} - Q_B) \Leftrightarrow 72 = (VC_{B'} - 14.400) / (430 - 400) \Leftrightarrow 72 \times 30 = VC_{B'} - 14.400 \Leftrightarrow VC_{B'} = 2.160 + 14.400 \Leftrightarrow VC_{B'} = 16.560$$

Επομένως, η επιχείρηση θα επιβαρυνθεί με:

$$\Delta VC = VC_{B'} - VC_{A'} \Leftrightarrow \Delta VC = 16.560 - 11.880 \Leftrightarrow \Delta VC = 4.680 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Μονάδες 6

Δ3 (α) Να κατασκευάσετε τον πίνακα προσφοράς της επιχείρησης (μονάδες 4).

Η καμπύλη προσφοράς μιας επιχείρησης (συνεπώς και ο πίνακας προσφοράς) είναι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης οριακού κόστους (MC), το οποίο βρίσκεται πάνω από την καμπύλη του μέσου μεταβλητού κόστους (AVC), δηλαδή ισχύει η συνθήκη $P = MC \uparrow \geq AVC$. Στον παραπάνω πίνακα παραγωγής και κόστους της επιχείρησης εντοπίζουμε τη γραμμή εκείνη, όπου το οριακό κόστος ανερχόμενο είναι ίσο ή μεγαλύτερο από το μέσο μεταβλητό κόστος. Αυτό συμβαίνει, όταν Σημείο B $\rightarrow L=40 \Leftrightarrow Q_B=400 \Leftrightarrow AVC_B = MC_B = 36$, δηλαδή:

Σημεία	Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Οριακό Κόστος (MC)
A	30	300	10	–	36	10.800	–
B	40	400	10	10	36	14.400	36
Γ	50	450	9	5	40	18.000	72

Στη συνέχεια αποκόπτουμε από εκείνο το σημείο και μετά τον πίνακα, συνεπώς:

<http://users.sch.gr/dthalalaios>

Σημεία	Αριθμός Εργατών (L)	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Προϊόν (AP)	Οριακό Προϊόν (MP)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μεταβλητό Κόστος (VC)	Οριακό Κόστος (MC)
Β	40	400	10	10	36	14.400	36
Γ	50	450	9	5	40	18.000	72

Επομένως, ο πίνακας προσφοράς της επιχείρησης θα είναι:

Σημεία	Οριακό Κόστος (MC) ↓ Τιμή (P)	Συνολικό Προϊόν (Q) ↓ Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _s)
Δ	36	400
Ε	72	450

(β) Αν ο κλάδος παραγωγής περιλαμβάνει 100 όμοιες επιχειρήσεις, να κατασκευάσετε τον πίνακα αγοραίας προσφοράς (μονάδες 2).

Για να κατασκευάσουμε τον πίνακα της αγοραίας προσφοράς πολλαπλασιάζουμε την προσφερομένη ποσότητα με τον αριθμό των επιχειρήσεων, δηλαδή:

Σημεία	Οριακό Κόστος (MC) ↓ Τιμή (P)	Συνολικό Προϊόν (Q) ↓ Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _s)
Δ	36	400 x 100 = 40.000
Ε	72	450 x 100 = 45.000

Μονάδες 6

Δ4 Αν η τιμή ισορροπίας στην αγορά είναι 72 χρηματικές μονάδες, ποια ποσότητα πρέπει να παράγει η επιχείρηση για να μεγιστοποιεί τα κέρδη της;

Η επιχείρηση μεγιστοποιεί το κέρδος της στην ποσότητα εκείνη, για την οποία η τιμή της αγοράς είναι ίση με το οριακό της κόστος. Αφού λοιπόν η τιμή της αγοράς είναι 72, άρα η ποσότητα που μεγιστοποιεί τα κέρδη της είναι εκείνη που αντιστοιχεί σε $P=MC=72$, δηλαδή 450 μονάδες προϊόντος.

Μονάδες 2

ΣΑΒΒΑΤΟ 15 ΙΟΥΝΙΟΥ 2013

Στην αγορά ενός αγαθού X, οι αγοραίες γραμμικές συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς είναι αντίστοιχα $Q_D=100-5P$ και $Q_{S1}=40+5P$. Λόγω μεταβολής των καιρικών συνθηκών η νέα τιμή ισορροπίας είναι 8 χρηματικές μονάδες και η νέα ποσότητα ισορροπίας 60 μονάδες. Ζητούνται:

Δ1 Να διερευνήσετε αν οι καιρικές συνθήκες ήταν ευνοϊκές ή δυσμενείς για την παραγωγή του αγαθού X, αιτιολογώντας την απάντησή σας.

- Υπολογισμός Αρχικού Σημείου Ισορροπίας

$$Q_D=Q_{S1} \Leftrightarrow 100-5P_0=40+5P_0 \Leftrightarrow 5P_0+5P_0=100-40 \Leftrightarrow 10P_0=60 \Leftrightarrow P_0=60/10 \Leftrightarrow P_0=6$$

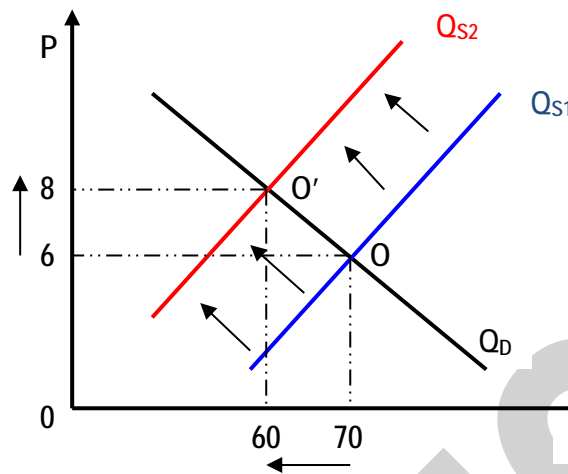
$$Q_0=40+5P_0 \Leftrightarrow Q_0=40+5 \times 6 \Leftrightarrow Q_0=40+30 \Leftrightarrow Q_0=70$$

Αρχικό Σημείο Ισορροπίας O ($P_0=6, Q_0=70$)

Νέο Σημείο Ισορροπίας O' ($P_0'=8, Q_0'=60$)

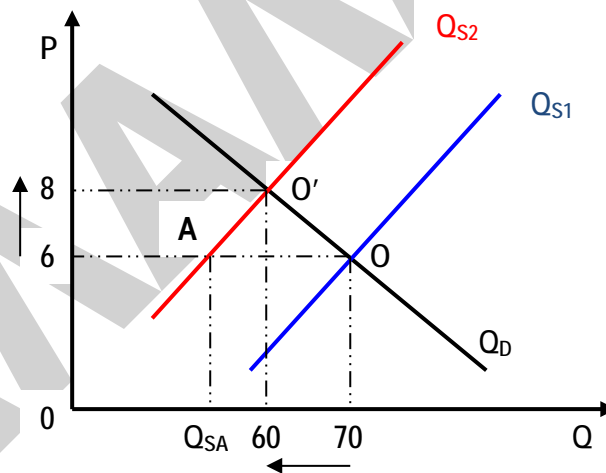
• Αιτιολόγηση Καιρικών Συνθηκών

Παρατηρούμε ότι μεταξύ των δύο σημείων ισορροπίας αυξήθηκε η τιμή ισορροπίας ($P_0=6 \rightarrow P_{0'}=8$) και μειώθηκε η ποσότητα ισορροπίας ($Q_0=70 \rightarrow Q_{0'}=60$) και αυτό μπορεί να συμβεί, όταν με σταθερή την ζήτηση, μειώνεται η προσφορά και μετατοπίζεται η καμπύλη προσφοράς πάνω και αριστερά, **επομένως οι καιρικές συνθήκες ήταν δυσμενείς και μείωσαν την προσφορά.**



Μονάδες 4

Δ2 Αν το έλλειμμα που προέκυψε από τη μεταβολή της προσφοράς στην αρχική τιμή ισορροπίας είναι 20 μονάδες, να βρεθεί η νέα γραμμική συνάρτηση προσφοράς Q_{S2} . Για να προσδιορίσουμε μια γραμμική συνάρτηση προσφοράς χρειαζόμαστε δύο σημεία της, στα οποία να γνωρίζουμε την τιμή και την προσφερόμενη ποσότητα. Τα σημεία αυτά, σύμφωνα με το παρακάτω διάγραμμα, είναι το O' και το A.



• Υπολογισμός Προσφερόμενης Ποσότητας Q_{SA}

Έλλειμμα = $Q_0 - Q_{SA} \Leftrightarrow 20 = 70 - Q_{SA} \Leftrightarrow Q_{SA} = 70 - 20 \Leftrightarrow Q_{SA} = 50$

• Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς Q_{S2}

Σημείο A ($P_A=6, Q_{SA}=50$)

Σημείο O' ($P_{O'}=8, Q_{O'}=60$)

$60 = \gamma + 8\delta$ (1)

$50 = \gamma + 6\delta$ (2) (αφαιρούμε κατά μέλη)

$60 - 50 = \gamma - \gamma + 8\delta - 6\delta \Leftrightarrow 10 = 2\delta \Leftrightarrow \delta = 10/2 \Leftrightarrow \delta = 5$ (αντικαθιστούμε είτε στην (1) είτε στην (2))

$60 = \gamma + 5 \times 8 \Leftrightarrow 60 = \gamma + 40 \Leftrightarrow \gamma = 60 - 40 \Leftrightarrow \gamma = 20$

Επομένως η συνάρτηση προσφοράς Q_{S2} θα είναι η $Q_{S2} = 20 + 5P$

Μονάδες 7

Δ3 Να υπολογισθεί και να χαρακτηριστεί η ελαστικότητα προσφοράς, καθώς η τιμή αυξάνεται από την αρχική τιμή ισορροπίας στη νέα τιμή ισορροπίας.

Πραφανώς η εκφώνηση αναφέρεται στη συνάρτηση προσφοράς Q_{S2} , επομένως τα σημεία είναι το Α και το Ο', δηλαδή:

Σημείο Α ($P_A=6, Q_{SA}=50$)

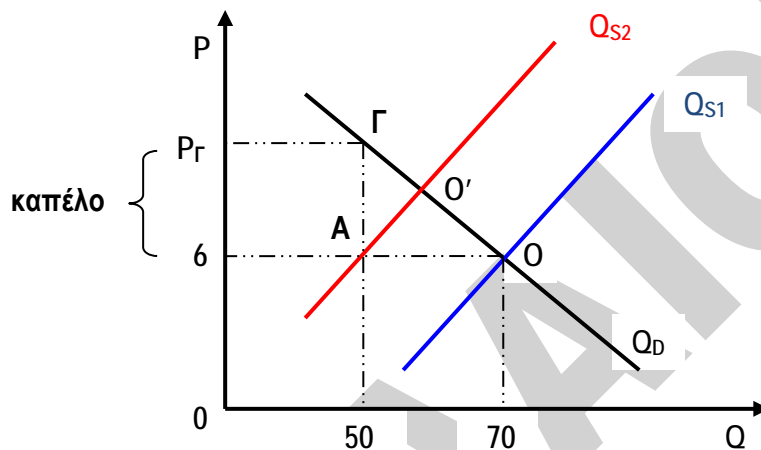
Σημείο Ο' ($P_{O'}=8, Q_{O'}=60$)

$$E_S = (\Delta Q / \Delta P) (P_0 / Q_{SA}) \Leftrightarrow E_S = (Q_{O'} - Q_{SA}) / (P_{O'} - P_A) \times (P_A / Q_{SA}) \Leftrightarrow E_S = (60 - 50) / (8 - 6) \times (6 / 50) \Leftrightarrow E_S = (10/2) (6/50) \Leftrightarrow$$

$$E_S = 60/100 \Leftrightarrow E_S = 0,6 < 1 \rightarrow \text{Ανελαστική Προσφορά}$$

Μονάδες 4

Δ4 Αν το κράτος για την προστασία των καταναλωτών επιβάλλει ως ανώτατη τιμή την αρχική τιμή ισορροπίας, να υπολογισθεί το πιθανό «καπέλο» που προκύπτει από την κρατική παρέμβαση.



- **Βήμα 1^ο:** Υπολογισμός προσφερόμενης ποσότητας Q_{SA} στην τιμή P_A

Την υπολογίσαμε σε προηγούμενο ερώτημα και είναι $Q_{SA}=50$

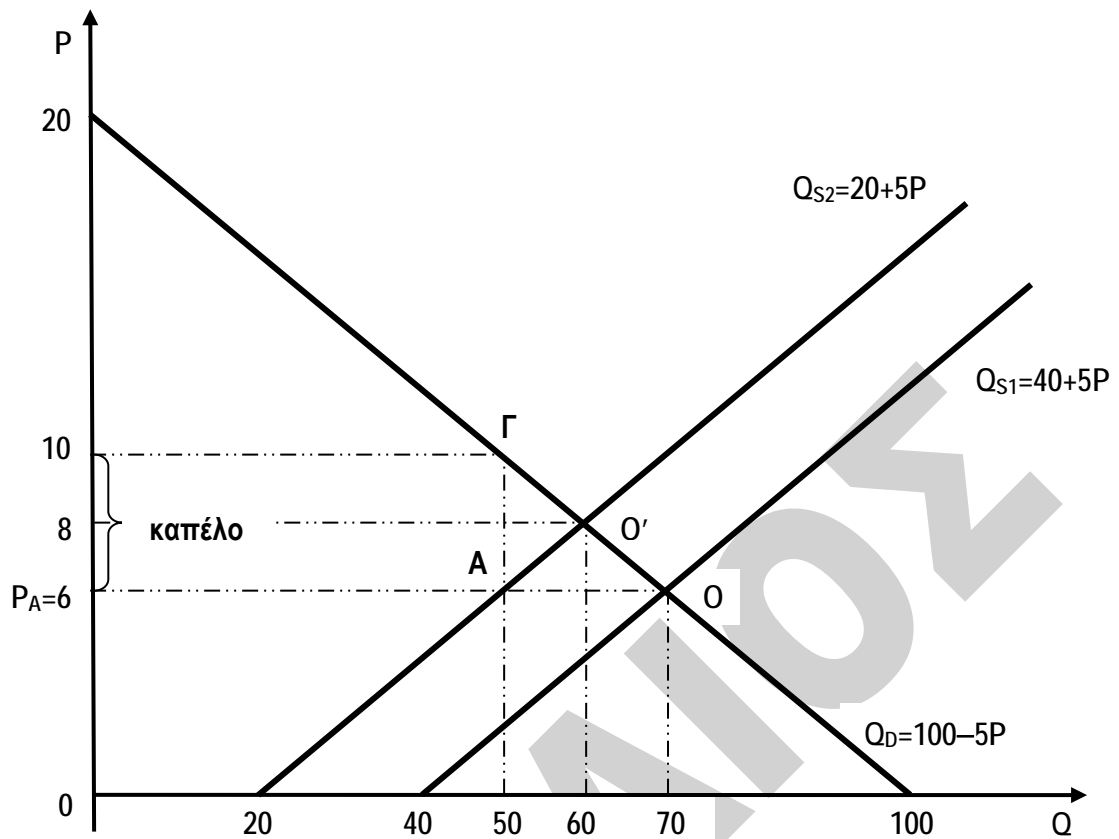
- **Βήμα 2^ο:** Υπολογισμός μέγιστης τιμής (P_Γ) που είναι διατεθειμένοι να πληρώσουν οι καταναλωτές $Q_{D\Gamma} = Q_{SA} \Leftrightarrow 50 = 100 - 5P_\Gamma \Leftrightarrow 5P_\Gamma = 100 - 50 \Leftrightarrow 5P_\Gamma = 50 \Leftrightarrow P_\Gamma = 50/5 \Leftrightarrow P_\Gamma = 10$

- **Βήμα 3^ο:** Υπολογισμός μέγιστου δυνατού καπέλου

$$\text{καπέλο} = P_\Gamma - P_A \Leftrightarrow \text{καπέλο} = 10 - 6 \Leftrightarrow \text{καπέλο} = 4 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Μονάδες 4

Δ5 Να παραστήσετε γραφικά στο ίδιο διάγραμμα τις συναρτήσεις αγοραίας ζήτησης (Q_D), προσφοράς (Q_{S1}, Q_{S2}), τα σημεία ισορροπίας, την ανώτατη τιμή (P_A) και το πιθανό «καπέλο».

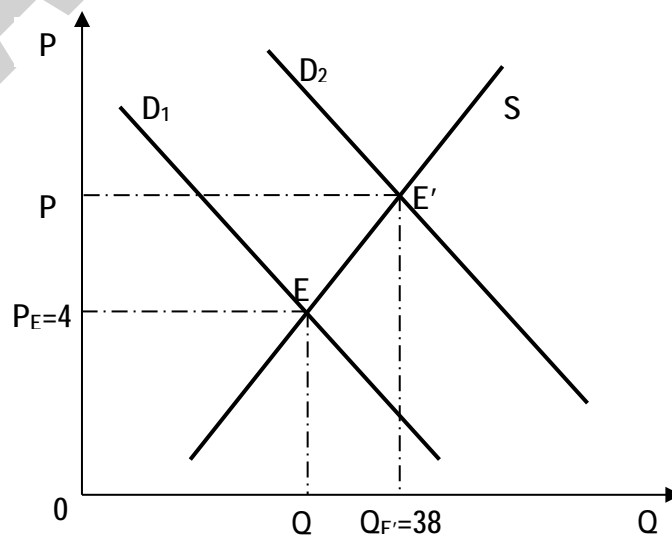


Μονάδες 6

ΠΕΜΠΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Οι αγοραίες συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς προϊόντων είναι γραμμικές. Στην αγορά ενός αγαθού X, η αγοραία συνάρτηση ζήτησης είναι $Q_D=400-20P$ και η τιμή ισορροπίας $P_E=4$ χρηματικές μονάδες. Η αλλαγή των προτιμήσεων των καταναλωτών έχει ως συνέπεια να αυξηθεί η ζητούμενη ποσότητα σε κάθε τιμή κατά 100 μονάδες προϊόντος. Η ποσότητα ισορροπίας που προκύπτει διαμορφώνεται στις 380 μονάδες προϊόντος.

Δ1 Να βρείτε την εξίσωση προσφοράς.



Χωρίς να το ζητάει η άσκηση, κατασκευάζουμε στο πρόχειρο ένα διάγραμμα, για να καταλάβουμε καλύτερα τα δεδομένα της εκφώνησης.

Για να προσδιορίσουμε τη συνάρτηση προσφοράς που είναι γραμμική, χρειαζόμαστε δύο σημεία της, στα οποία να γνωρίζουμε την τιμή και την ποσότητα. Με βάση το διάγραμμα, τα σημεία αυτά είναι τα σημεία ισοροπίας E και E'.

• **Σημείο E**

$$Q_D=400-20P \Leftrightarrow Q_E=400-20P_E \Leftrightarrow Q_E=400-20 \times 4 \Leftrightarrow Q_E=400-80 \Leftrightarrow Q_E=320$$

• **Νέα Συνάρτηση Ζήτησης**

Αλλαγή προτιμήσεων καταναλωτών \Rightarrow Αύξηση ζητούμενης ποσότητας σε κάθε τιμή κατά 100 μονάδες προϊόντος $\Rightarrow Q_D=Q_D+100 \Leftrightarrow Q_D=400-20P+100 \Leftrightarrow Q_D=500-20P$

• **Σημείο E'**

$$Q_D=500-20P \Leftrightarrow 380=500-20P_{E'} \Leftrightarrow 500-380=20P_{E'} \Leftrightarrow 120=20P_{E'} \Leftrightarrow P_{E'}=120/20 \Leftrightarrow P_{E'}=6$$

• **Προσδιορισμός Συνάρτησης Προσφοράς**

Σημείο E ($P_E=4, Q_E=320$)

Σημείο E' ($P_{E'}=6, Q_{E'}=380$)

$$Q_S=\gamma+\delta P$$

Δημιουργούμε σύστημα εξισώσεων και αφαιρούμε κατά μέλη ως εξής:

$$380 = \gamma + 6\delta \text{ (εξίσωση 1)}$$

$$320 = \gamma + 4\delta \text{ (εξίσωση 2)}$$

$$380 - 320 = \gamma - \gamma + 6\delta - 4\delta \Leftrightarrow 60 = 2\delta \Leftrightarrow \delta = 60/2 \Leftrightarrow \delta=30$$

Αντικαθιστούμε τον συντελεστή δ σε μία από τις δύο εξισώσεις και υπολογίζουμε την σταθερά γ ως εξής:

$$380 = \gamma + 6 \times 30 \Leftrightarrow 380 = \gamma + 180 \Leftrightarrow \gamma = 380 - 180 \Leftrightarrow \gamma=200$$

Επομένως, η συνάρτηση προσφοράς είναι η: $Q_S=200+30P$

Μονάδες 10

Δ2 Να υπολογίσετε την ελαστικότητα της προσφοράς, ως προς την τιμή, στο τόξο που δημιουργούν τα σημεία ισοροπίας και να χαρακτηρίσετε την προσφορά ως προς την ελαστικότητα.

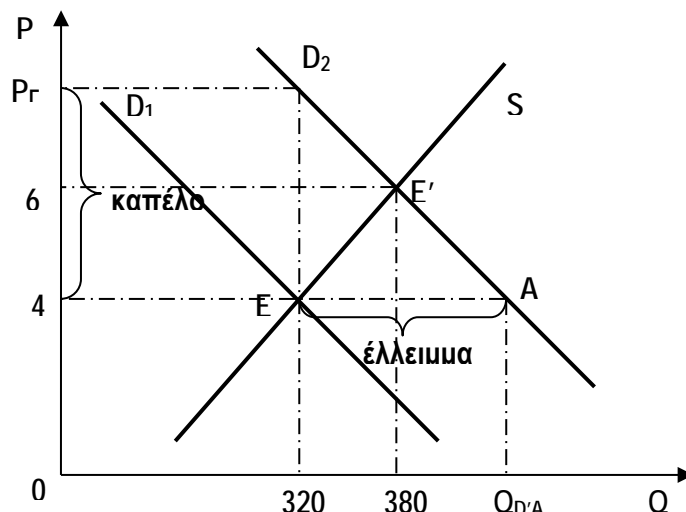
$$E_{S(\text{τοξογ})}=(\Delta Q/\Delta P) \times [(P_E+P_{E'})/(Q_E+Q_{E'})] \Leftrightarrow E_{S(\text{τοξογ})}=[(380-320)/(6-4)] \times [(6+4)/(380+320)] \Leftrightarrow$$

$$E_{S(\text{τοξογ})}=(60/2) \times (10/700) \Leftrightarrow E_{S(\text{τοξογ})}=6/14 \text{ ή } E_{S(\text{τοξογ})}=3/7 \text{ ή } E_{S(\text{τοξογ})}=0,43$$

$E_{S(\text{τοξογ})} = 0,43 < 1 \Rightarrow$ προσφορά ανελαστική

Μονάδες 5

Δ3 Εάν το κράτος επιβάλει ως ανώτατη τιμή την αρχική τιμή ισοροπίας, να υπολογίσετε:
(α) το έλλειμμα στην αγορά του αγαθού X (μονάδες 4).



$$Q_D = 500 - 20P \Leftrightarrow Q_{D'A} = 500 - 20 \times 4 \Leftrightarrow Q_{D'A} = 500 - 80 \Leftrightarrow Q_{D'A} = 420$$

$$\text{Έλλειμμα} = 420 - 320 \Leftrightarrow \text{Έλλειμμα} = 100 \text{ μονάδες}$$

(β) το μέγιστο δυνατό «καπέλο» (μονάδες 4).

$$Q_D = 500 - 20P \Leftrightarrow 320 = 500 - 20P \Leftrightarrow 20P = 500 - 320 \Leftrightarrow 20P = 180 \Leftrightarrow P = 180/20 \Leftrightarrow P = 9$$

$$\text{Καπέλο} = P - P_E \Leftrightarrow \text{Καπέλο} = 9 - 4 \Leftrightarrow \text{Καπέλο} = 5 \text{ χρηματικές μονάδες}$$

Μονάδες 8

Δ4 Η επιβολή ανώτατης τιμής από το κράτος πρέπει να είναι βραχυχρόνια ή μακροχρόνια και γιατί;

Με την επιβολή ανώτατης τιμής μπορεί να ανατρέπεται η ισορροπία στην αγορά και να δημιουργούνται ελλείμματα και παράνομες αγορές. Αυτό δε σημαίνει ότι το κράτος δεν πρέπει να παρεμβαίνει στη λειτουργία της αγοράς. Η επιβολή ανώτατης τιμής πρέπει να είναι βραχυχρόνια, για να αποφεύγεται η «μαύρη αγορά».

Μονάδες 2

(Στους υπολογισμούς να διατηρήσετε μέχρι δύο δεκαδικά ψηφία)

ΠΕΜΠΤΗ 26 ΙΟΥΝΙΟΥ 2014

Μία επιχείρηση που λειτουργεί στη βραχυχρόνια περίοδο παραγωγής, σε επίπεδο παραγωγής 80 μονάδων παρουσιάζει μέσο μεταβλητό κόστος ίσο με 50 ευρώ και οριακό κόστος ίσο με 50 ευρώ. Η αύξηση της παραγωγής, στη συνέχεια της παραγωγικής διαδικασίας, δείχνει ότι η τιμή του οριακού κόστους είναι 120 ευρώ και του μέσου μεταβλητού κόστους 85 ευρώ. Μια νέα αύξηση της παραγωγής κατά 40 μονάδες διαμορφώνει το μέσο συνολικό κόστος στα 180 ευρώ. Το μέσο σταθερό κόστος στο επίπεδο παραγωγής των 80 μονάδων είναι 200 ευρώ.

Δ1 Να υπολογίσετε το συνολικό κόστος της 120^{ης} μονάδας παραγωγής.

Με βάση τα δεδομένα της εκφώνησης, κατασκευάζουμε σχετικό πίνακα ως εξής:

Συνδυασμοί	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Σταθερό Κόστος (AFC)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Συνολικό Κόστος (ATC)	Οριακό Κόστος (MC)
A	80	200	50		50
B	Q _B		85		120
Γ	Q _B +40			180	

Υπολογίζουμε ως εξής:

• **Συνδυασμός A**

$$AVC_A = VC_A / Q_A \Leftrightarrow VC_A = AVC_A \times Q_A \Leftrightarrow VC_A = 80 \times 50 \Leftrightarrow VC_A = 4.000$$

$$AFC_A = FC / Q_A \Leftrightarrow FC = AFC_A \times Q_A \Leftrightarrow FC = 80 \times 200 \Leftrightarrow FC = 16.000$$

$$TC_A = VC_A + FC \Leftrightarrow TC_A = 4.000 + 16.000 \Leftrightarrow TC_A = 20.000$$

• **Συνδυασμός B**

$$MC_B = \Delta VC / \Delta Q \Leftrightarrow MC_B = (VC_B - VC_A) / (Q_B - Q_A) \Leftrightarrow 120 = (VC_B - 4.000) / (Q_B - 80) \Leftrightarrow$$

$$120 \times (Q_B - 80) = VC_B - 4.000 \Leftrightarrow 120Q_B - 120 \times 80 = VC_B - 4.000 \Leftrightarrow 120Q_B - 9.600 = VC_B - 4.000 \Leftrightarrow$$

$$VC_B = 120Q_B - 9.600 + 4.000 \Leftrightarrow VC_B = 120Q_B - 5.600 \text{ (εξίσωση 1)}$$

$$AVC_B = VC_B / Q_B \Leftrightarrow VC_B = AVC_B \times Q_B \Leftrightarrow VC_B = 85Q_B \text{ (εξίσωση 2)}$$

Επιλύουμε τις εξισώσεις (1) και (2) ως εξής:

$$120Q_B - 5.600 = 85Q_B \Leftrightarrow 120Q_B - 85Q_B = 5.600 \Leftrightarrow 35Q_B = 5.600 \Leftrightarrow Q_B = 5.600/35 \Leftrightarrow Q_B = 160$$

$$VC_B = 85Q_B \Leftrightarrow VC_B = 85 \times 160 \Leftrightarrow VC_B = 13.600$$

$$TC_B = VC_B + FC \Leftrightarrow TC_B = 13.600 + 16.000 \Leftrightarrow TC_B = 29.600$$

Κατασκευάζουμε τμήμα του πίνακα παραγωγής και κόστους με έναν ενδιάμεσο συνδυασμό Α' με $Q_{A'} = 120$ και $TC_{A'}$; και με τη βοήθεια του οριακού κόστους υπολογίζουμε ως εξής:

Συνδυασμοί	Συνολικό Προϊόν (Q)	Συνολικό Κόστος (TC)	Οριακό Κόστος (MC)
A	80	20.000	120
A'	120	$TC_{A'}$	
B	160	29.600	

$$MC_B = \Delta TC / \Delta Q \Leftrightarrow MC_B = (TC_{A'} - TC_A) / (Q_{A'} - Q_A) \Leftrightarrow 120 = (TC_{A'} - 20.000) / (120 - 80) \Leftrightarrow$$

$$120 = (TC_{A'} - 20.000) / 40 \Leftrightarrow TC_{A'} - 20.000 = 120 \times 40 \Leftrightarrow TC_{A'} - 20.000 = 4.800 \Leftrightarrow TC_{A'} = 4.800 + 20.000 \Leftrightarrow$$

$$TC_{A'} = 24.800$$

Μονάδες 12

Δ2 Να κατασκευάσετε τον πίνακα προσφοράς της επιχείρησης (μονάδες 6) καθώς και τον πίνακα αγοραίας προσφοράς του αγαθού, όταν υπάρχουν 200 όμοιες επιχειρήσεις. (μονάδες 2).

Η καμπύλη προσφοράς μιας επιχείρησης (συνεπώς και ο πίνακας προσφοράς) είναι το ανερχόμενο τμήμα της καμπύλης οριακού κόστους (MC), το οποίο βρίσκεται πάνω από την καμπύλη του μέσου μεταβλητού κόστους (AVC), δηλαδή ισχύει η συνθήκη $P = MC \uparrow \geq AVC$.

Συνδυασμοί	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Συνολικό Κόστος (ATC)	Οριακό Κόστος (MC)
A	80	50		50
B	160	85		120
Γ	$Q_B + 40$		180	

Στον παραπάνω πίνακα παραγωγής και κόστους της επιχείρησης υπολογίζουμε τα ζητούμενα που μας λείπουν για τον συνδυασμό Γ ως εξής:

• **Συνδυασμός Γ**

$$Q_\Gamma = Q_B + 40 \Leftrightarrow Q_\Gamma = 160 + 40 \Leftrightarrow Q_\Gamma = 200$$

$$ATC_\Gamma = TC_\Gamma / Q_\Gamma \Leftrightarrow TC_\Gamma = ATC_\Gamma \times Q_\Gamma \Leftrightarrow TC_\Gamma = 180 \times 200 \Leftrightarrow TC_\Gamma = 36.000$$

$$TC_\Gamma = FC + VC_\Gamma \Leftrightarrow VC_\Gamma = TC_\Gamma - FC \Leftrightarrow VC_\Gamma = 36.000 - 16.000 \Leftrightarrow VC_\Gamma = 20.000$$

$$AVC_\Gamma = VC_\Gamma / Q_\Gamma \Leftrightarrow AVC_\Gamma = 20.000 / 200 \Leftrightarrow AVC_\Gamma = 100$$

$$MC_\Gamma = \Delta VC / \Delta Q \Leftrightarrow MC_\Gamma = (VC_\Gamma - VC_B) / (Q_\Gamma - Q_B) \Leftrightarrow MC_\Gamma = (20.000 - 13.600) / (200 - 160) \Leftrightarrow MC_\Gamma = 6.400 / 40 \Leftrightarrow$$

$$MC_\Gamma = 160$$

Επομένως, ο πίνακας συμπληρωμένος έχει ως εξής:

<http://users.sch.gr/dthalalaios>

Συνδυασμοί	Συνολικό Προϊόν (Q)	Μέσο Μεταβλητό Κόστος (AVC)	Μέσο Συνολικό Κόστος (ATC)	Οριακό Κόστος (MC)
A	80	50		50
B	160	85		120
Γ	200	100	180	160

Με βάση την συνθήκη $P=MC \uparrow \geq AVC$, ο πίνακας προσφοράς της επιχείρησης θα είναι:

Σημεία	Οριακό Κόστος (MC) ↓ Τιμή (P)	Συνολικό Προϊόν (Q) ↓ Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _S)
Δ	50	80
Ε	120	160
Ζ	160	200

Για να κατασκευάσουμε τον πίνακα της αγοραίας προσφοράς πολλαπλασιάζουμε την προσφερομένη ποσότητα της επιχείρησης με τον αριθμό των επιχειρήσεων, δηλαδή:

Σημεία	Οριακό Κόστος (MC) ↓ Τιμή (P)	Συνολικό Προϊόν (Q) ↓ Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _S)
Η	50	80 x 200 = 16.000
Θ	120	160 x 200 = 32.000
Ι	160	200 x 200 = 40.000

Μονάδες 8

Δ3 Με δεδομένο ότι η συνολική δαπάνη των καταναλωτών για το αγαθό αυτό είναι σταθερή για κάθε τιμή και ίση με 6.400.000 ευρώ:

(α) να προσδιορίσετε την αλγεβρική μορφή της αγοραίας συνάρτησης ζήτησης και να δικαιολογήσετε τη μορφή της (μονάδες 3).

Αφού η συνολική δαπάνη των καταναλωτών για το αγαθό είναι σταθερή για κάθε τιμή αυτό σημαίνει ότι η αγοραία συνάρτηση ζήτησης είναι ισοσκελής υπερβολή και έχει τη μορφή $Q_D=A/P$, όπου A σταθερός αριθμός και ίσος με $A=Q_D \times P = \Sigma \Delta$ (συνολική δαπάνη) επομένως $Q_D=6.400.00/P$.

(β) να υπολογίσετε την τιμή και την ποσότητα ισορροπίας (μονάδες 2).

Για τιμές $P=50$, $P=120$ και $P=160$ υπολογίζουμε την αγοραία ζητούμενη ποσότητα και συγκρίνουμε με την αγοραία προσφερόμενη ποσότητα ως εξής:

Σημεία	Τιμή (P)	Προσφερόμενη Ποσότητα (Q _S)	Ζητούμενη Ποσότητα (Q _D)
Η	50	80 x 200 = 16.000	6.400.000 / 50 = 128.000
Θ	120	160 x 200 = 32.000	6.400.000 / 120 = 53.333
Ι	160	200 x 200 = <u>40.000</u>	6.400.000 / 160 = <u>40.000</u>

Επομένως, το σημείο ισορροπίας της αγοράς είναι το Ι ($P_I=160$, $Q_I=40.000$)

Μονάδες 5

ΘΑΛΑΛΑΙΟΣ

<http://users.sch.gr/dthalalaios>