

# Βάδιση ή κύλιση

Δημήτρης Τσαούσης  
Φυσικός PhD

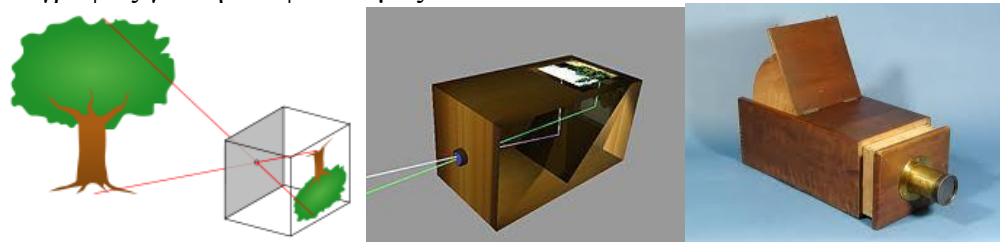
## Περίληψη

Ο πίνακας στο Αχιλλείο της Κέρκυρας που απεικονίζει τον Αχιλλέα να σέρνει το πτώμα του Έκτορα με το άρμα του, στο οποίο ο τροχός δεν φαίνεται να περιστρέφεται ήταν η αφορμή για να μελετήσουμε πως απεικονίζονται τα διάφορα αντικείμενα που κινούνται, περιστρέφονται ή κυλίσουν. Μερικές ομοιότητες μεταξύ της κύλισης του τροχού και της βάδισης του ανθρώπου μας οδήγησαν στην μελέτη και τη σύγκριση των δυο αυτών φαινομένων. Με βάση τα συμπεράσματα που βγάλαμε από την μελέτη της περιστροφής του τροχού ερμηνεύουμε την απεικόνιση της μπαλαρίνας η οποία περιστρέφεται με έναν ιδιόμορφο τρόπο γνωστό στο χώρο του χορού με το όνομα *spotting*. Ενώ τα αποτελέσματα από την ανάλυση της κύλισης του τροχού μας βοήθησαν να εξηγήσουμε το σύστημα πέδησης αυτοκινήτων που είναι γνωστό με το όνομα ABS. Επίσης από τον συσχετισμό της κύλισης του τροχού με την βάδιση ερμηνεύουμε τον ιδιαίτερο τρόπο με τον οποίο χορεύει το χορευτικό συγκρότημα Berzenka που δίνει την εντύπωση ότι οι χορευτές δεν περπατούν, αλλά γλιστρούν στο έδαφος ή ότι μετακινούνται σαν να έχουν στα πόδια τους ρόδες. Επιλέξαμε να δουλέψουμε αποκλειστικά και μόνον με την ανάλυση φωτογραφιών κινουμένων αντικειμένων. Τελικό συμπέρασμα που προέκυψε είναι ότι η κύλιση ενός τροχού γίνεται με τέτοιο τρόπο που μιμείται το βήδισμα μιας χιλιοποδαρούσας.

**Λέξεις κλειδιά:** εικόνα κίνησης, περιστροφή, κύλιση, *spotting*, βάδιση.

## Εισαγωγή

Στην σημερινή εποχή καθημερινά όλοι μας κρατάμε στα χέρια μας μια φωτογραφική μηχανή ή μια ενσωματωμένη camera στο κινητό μας τηλέφωνο. Φωτογραφίζουμε τα πάντα, κινητά και ακίνητα, όσα βρίσκονται στη ξηρά στον αέρα και στη θάλασσα. Και όταν δεν φωτογραφίζουμε εμείς, υπάρχουν πάρα πολλές φωτογραφικές μηχανές σε δρόμους και καταστήματα που συνεχώς τραβάνε φωτογραφίες για την ασφάλειά μας.



α

β

**Σχήμα 1.** α. Αρχή της φωτογραφίας. β. Camera obscura.

Ως πρώτη φωτογραφική "μηχανή" μπορεί να θεωρηθεί ένα σκοτεινό δωμάτιο ή ένα κουτί (*camera obscura*) που στη μία άκρη διαθέτει μια γυαλιστερή επιφάνεια και στην απέναντι άκρη μια πολύ μικρή οπή, όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Σε μία τέτοια κατασκευή, οι ακτίνες του φωτός διαδίδονται μέσα από την οπή και σχηματίζουν πάνω στην γυαλιστερή επιφάνεια ένα είδωλο των αντικειμένων που βρίσκονται έξω

από το δωμάτιο ή το κουτί. Τον 4ο π.Χ. αιώνα (γύρω στο 350) ο Αριστοτέλης περιγράφει τον τρόπο που λειτουργεί η απλούστερη φωτογραφική μηχανή, η γνωστή ως camera obscura. Αργότερα, στον 11 αιώνα, ο Άραβας επιστήμονας Αλχαζέν περιγράφει το ίδιο φαινόμενο.

Το 1839 η φωτογραφία γίνεται πραγματικότητα και τον Ιούλιο του 1888 πραγματοποιήθηκε η επαναστατική για την εποχή ανακάλυψη του φιλμ σε ρολό. Η ιδέα ανήκε στον Τζορτζ Ίστμαν (George Eastman), τραπεζικό υπάλληλο, ο οποίος κατασκεύασε έτσι την πρώτη φωτογραφική μηχανή-κουτί (*box camera*), την οποία και ονόμασε Kodak. Έκτοτε η φωτογραφική μηχανή έχει εξελιχτεί. Στις φωτογραφίες που βγάζαμε μέχρι και πρόσφατα, τα αντικείμενα που φωτογραφίζαμε έπρεπε να παραμένουν ακίνητα, αν θέλαμε την φωτογραφία να βγει αξιόπιστη. Σήμερα έχουν βγει ευαίσθητα φιλμ και ηλεκτρονικές μηχανές και οι φωτογραφίες που βγάζουμε πλέον ικανοποιούν όλες τις απαιτήσεις.

### Φωτογράφιση κινούμενου αντικειμένου

Όπως αναφέραμε, αν και οι φωτογραφικές μηχανές δουλεύουν με πολύ μεγάλες ταχύτητες, μέχρι πρόσφατα ζητούσαμε από τους ανθρώπους που φωτογραφίζαμε να στέκονται ακίνητοι σαν κούκλες αν θέλαμε η φωτογραφία να βγει καλή, αλλιώς το είδωλό τους στη φωτογραφία δεν έβγαινε ευκρινές. Συνήθως μια τέτοια φωτογραφία λέμε ότι βγήκε “φλου”.

Συμβαίνει όταν φωτογραφίζουμε ένα αντικείμενο που κινείται, αντί να βγάλουμε το ίδιο το αντικείμενο, να βγάζουμε την τροχιά του αντικειμένου. Αν θέλουμε να φωτογραφίσουμε κάποιο αστέρι που έχει αμυδρό φως, πρέπει να κρατήσουμε το διάφραγμα της μηχανής αρκετή ώρα ανοιχτό. Επειδή στο μεσοδιάστημα το αστέρι έχει μετακινηθεί αρκετά, για να βγει η φωτογραφία καλή πρέπει να προσαρμόσουμε τη φωτογραφική μηχανή σε αστροστάτη, ο οποίος παρακολουθεί το αστέρι στην πορεία του. Σε διαφορετική περίπτωση, αντί για το αστέρι παίρνουμε την τροχιά του αστεριού, που τελευταία αποτελεί και κάποιο είδος καλλιτεχνικής φωτογραφίας όπως φαίνεται στο σχήμα 2.



**Σχήμα 2.** Καλλιτεχνικές φωτογραφίες του ουρανού. Όλος ο κόσμος μας περιστρέφεται γύρω από ένα νοητό άξονα που περνά από τον πολικό αστέρα.

Ο Πολικός Αστέρας, (Polaris), είναι η ιδιαίτερη ονομασία του αστέρα **α** (άλφα) του αστερισμού της Μικράς Άρκτου. Το όνομα αυτό, όπως και το συνώνυμο «Αστέρι του Βορρά», προέρχεται από μία προσωρινή κατάσταση, το γεγονός ότι στην εποχή μας απέχει μόνο περί τα 40 λεπτά του τόξου από τον Βόρειο Ουράνιο Πόλο, οπότε όλοι οι αστέρες στον ουρανό φαίνονται να περιστρέφονται (να *περι-πολούν*) γύρω του.

Παρ' όλη την τεχνολογία που μας επιτρέπει να βγάζουμε φωτογραφίες με λεπτομέρεια, ακόμη και σήμερα η κίνηση ενός αντικειμένου επηρεάζει την ποιότητα της φωτογράφισης που θα κάνουμε. Τα κινούμενα αντικείμενα βγαίνουν φλου όπως λέμε στην ορολογία της φωτογραφικής τέχνης (σχήμα 3).



**Σχήμα 3.** Όταν η φωτογραφική μηχανή είναι σταθερή, το κινούμενο όχημα δεν φωτογραφίζεται καθαρά σε αντίθεση με το ακίνητο περιβάλλον του.

Εάν στρέφουμε κατάλληλα τη φωτογραφική μηχανή, ώστε να παρακολουθούμε το αντικείμενο στην κίνησή του, μπορούμε να επιτύχουμε καθαρό είδωλο του κινούμενου αντικειμένου, αλλά θα μας βγει φλου το περιβάλλον, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.



**Σχήμα 4.** Όταν η φωτογραφική μηχανή παρακολουθεί το κινούμενο όχημα, αυτό φωτογραφίζεται καθαρό σε αντίθεση με το ακίνητο περιβάλλον του που βγαίνει θολό.

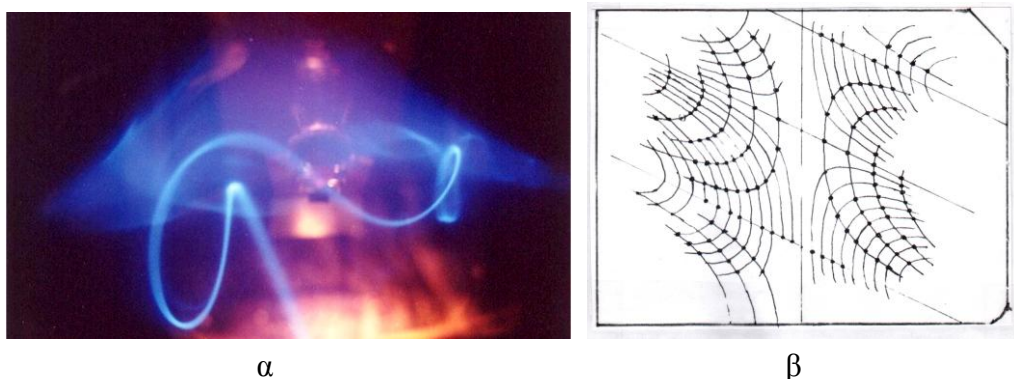
Όταν η φωτογραφική μηχανή είναι σταθερή και το κινούμενο αντικείμενο φωτογραφίζεται με φλας που αναβοσβήνει προκύπτει μια φωτογραφία με πολλαπλό είδωλο. Μια τέτοια φωτογραφία την ονομάζουμε χρονοφωτογραφία. Μια τέτοια φωτογραφία φαίνεται στο σχήμα 5.



**Σχήμα 5.** Με κατάλληλα φλας μπορούμε να βγάλουμε χρονοφωτογραφίες.

Η φωτογραφική τέχνη μας δίνει τη δυνατότητα να φωτογραφίσουμε την τροχιά και από αόρατα αντικείμενα που κινούνται. Αρκεί τα αντικείμενα αυτά να κάνουν με

κάποιο τρόπο φανερά την τροχιά τους, όπως ταχέως κινούμενα ηλεκτρόνια που ιονίζουν την ατμόσφαιρα μέσα στην οποία κινούνται, όπως φαίνεται στην πρώτη φωτογραφία του σχήματος 6. Ενδιαφέρουσα είναι και η φωτογράφιση μονοκρυστάλλου με ακτίνες X για να μελετήσουμε τη δομή μιας χημικής ένωσης, δηλαδή να προσδιορίσουμε τη σχετική θέση των ατόμων του μορίου κάποιου υλικού όπως φαίνεται στην δεύτερη φωτογραφία του σχήματος 6.



**Σχήμα 6.** α. Φωτογραφία από το ίχνος της πορείας ηλεκτρονίων.  
β. Ακτινογράφημα ακτίνων X μονοκρυστάλλου από θάλαμο Weissenberg της εταιρίας Enraf-Nonius Diffractis 590 με λυχνία Cu. Ο μονοκρύσταλλος περιστρέφεται ενώ η κάμερα κάνει μια συγκεκριμένη παλινδρομική κίνηση.

#### Φωτογράφιση περιστρεφόμενου αντικειμένου



**Σχήμα 7.** Ένα τροχός που περιστρέφεται οι ακτίνες του δεν φαίνονται καθαρά. Ανάλογα με την ταχύτητα του κλείστρου φωτογράφισης οι ακτίνες όλες διακρίνονται λίγο ή περισσότερο ομοιόμορφα θολά.

Ωστε λοιπόν ένα κινούμενο σώμα γενικά απεικονίζεται θολό, ενώ αν το περιβάλλον του είναι ακίνητο αυτό απεικονίζεται καλά εστιασμένο και άρα πολύ καθαρό. Έτσι, σε μια φωτογραφία όταν θέλουμε να διευκρινίσουμε αν ένα αντικείμενο κινείται, ελέγχουμε αν αυτό απεικονίζεται θολό. Η φωτογραφία ενός

τροχού που περιστρέφεται θα εμφανίζεται με τις ακτίνες του ομοιόμορφα θολές. Όλες οι ακτίνες θα παρουσιάζουν την ίδια ασάφεια, αφού όλες οι ακτίνες κάνουν την ίδια κίνηση. Στο σχήμα 7, ο τροχός μπροστά στην κυρία της φωτογραφίας περιστρέφεται, ενώ ο τροχός πίσω από την κυρία είναι ακίνητος. Επίσης οι τροχοί στο σχήμα 8 περιστρέφονται και οι ακτίνες τους είναι ομοιόμορφα θολές στην φωτογραφία.



**Σχήμα 8.** Αν σηκώσουμε τη ρόδα ενός αυτοκινήτου και την θέσουμε σε περιστροφή οι ακτίνες του τροχού φαίνονται θολές γιατί κινούνται, ενώ το τμήμα του αυτοκινήτου γύρω από τη ρόδα διακρίνεται καθαρά.

### Φωτογράφιση μπαλαρίνας που περιστρέφεται



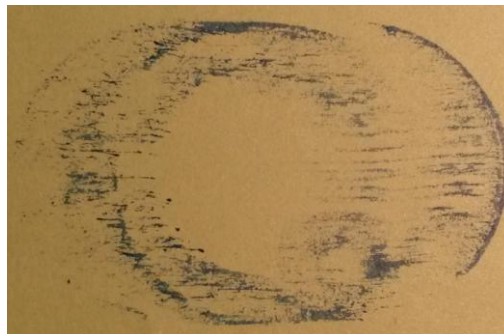
**Σχήμα 9.** Φωτογραφία μιας χορεύτριας που περιστρέφεται, το πρόσωπο και το κορμί της έχουν διαφορετική ταχύτητα.

Όπως αποδείξαμε, όταν τα διάφορα αντικείμενα έχουν διαφορετική ταχύτητα απεικονίζονται διαφορετικά. Παρόμοια είναι και η περίπτωση της περιστροφής της μπαλαρίνας. Το κορμί της μπαλαρίνας περιστρέφεται με διαφορετικό τρόπο από το κεφάλι της. Ο τρόπος αυτός με τον οποίο κινείται η μπαλαρίνα στον καλλιτεχνικό κόσμο λέγεται *sporting* και ο λόγος που κινούνται με τον τρόπο αυτό είναι για να μη ζαλίζεται η μπαλαρίνα κατά την περιστροφή. Στο σχήμα 9 φαίνεται μια μπαλαρίνα να περιστρέφεται και ενώ το κορμί της αποτυπώνεται φλου, το πρόσωπό της φαίνεται πεντακάθαρα, απόδειξη της διαφορετικής περιστροφής του κορμιού και του προσώπου της μπαλαρίνας.

### Σφράγιση ενός εγγράφου

Όταν σφραγίζουμε ένα έγγραφο θα πρέπει να προσέχουμε η σφραγίδα να μη συρθεί επάνω στο χαρτί. Δηλαδή να πιέσουμε τη σφραγίδα στο χαρτί χωρίς αυτή να κινείται παράλληλα με το χαρτί. Σε αντίθετη περίπτωση, όταν η σφραγίδα κινείται

παράλληλα με το χαρτί, το αποτύπωμα της σφραγίδας δεν είναι ευκρινές όπως φαίνεται στο σχήμα 10. Με αυτόν τον τρόπο από το αποτύπωμα που αφήνει ένα κινητό επάνω σε μια επιφάνεια με την οποία έρχεται σε επαφή καταλαβαίνουμε αν αυτό το αντικείμενο έχει κάποια ταχύτητα παράλληλη προς αυτή την επιφάνεια.



α

β

**Σχήμα 10** . Αποτύπωμα της σφραγίδας σε χαρτί. α η σφραγίδα δεν κινείται παράλληλα με το χαρτί. β. η σφραγίδα κινείται παράλληλα με το χαρτί.

#### Φωτογράφιση κυλιόμενου τροχού

Όταν ένα τροχοφόρο μετακινείται οι τροχοί του περιστρέφονται αλλά συγχρόνως οι άξονες των τροχών τους μετακινούνται μαζί με το όχημα. Σε αυτή την περίπτωση ο κάθε τροχός κάνει μια σύνθετη κίνηση, μια περιστροφική και μια μεταφορική. Την σύνθετη αυτή κίνηση την ονομάζουμε κύλιση.



**Σχήμα 11**. Ο περίφημος πίνακας στο Αχιλλείο της Κέρκυρας.

Στο σχήμα 4 η μοτοσυκλέτα τρέχει, αλλά η κάμερα που έβγαλε τη φωτογραφία κινείται και αυτή και με αυτόν τον τρόπο έχει αναιρέσει την κίνηση της μοτοσυκλέτας. Ο σκελετός της μοτοσυκλέτας φαίνεται καλά νεταρισμένος σαν να ήταν ακίνητος, ενώ στις ρόδες που περιστρέφονται έχουν χαθεί οι ακτίνες με ομοιόμορφο τρόπο, αφού όλες οι ακτίνες έχουν την ίδια κίνηση. Πως θα φαινόνταν

άραγε ένας τροχός που δεν θα έκανε μόνον περιστροφική κίνηση; Πώς θα φαινόταν ένα τροχός που θα έκανε κύλιση; Δηλαδή πως θα έβγαινε μια φωτογραφία με την προηγούμενη μοτοσικλέτα που όμως η φωτογραφική μηχανή θα έμενε ακίνητη ώστε να μη ακυρώσουμε έτσι την μεταφορική ταχύτητα της μοτοσικλέτας; Πως θα έβγαινε ο τροχός σε ένα άρμα που θα έτρεχε γρήγορα;

Στο Αχίλλειο της Κέρκυρας υπάρχει ένας μεγάλος ζωγραφικός πίνακας, μια ελαιογραφία που απεικονίζει τον Αχιλλέα να σέρνει το πτώμα του Έκτορα με το άρμα του (Σχήμα 11). Ο πίνακας αποτελεί πόλο έλξης στο Αχίλλειο και είναι πραγματικά εντυπωσιακός. Η μεγαλειώδης παράσταση είναι ζωγραφισμένη πάνω σε μουσαμά από τον Αυστριακό καλλιτέχνη Franz Matsch το 1892.

Καλύπτει όλο τον τοίχο μιας σκάλας και φαίνεται καλύτερα από τη μεγάλη σιδερένια πόρτα που βγάζει στο περιστύλιο και στους κήπους του Αχίλλειου. Το επικό αυτό έργο αποτελεί το επίκεντρο του ενδιαφέροντος στο Ανάκτορο, τόσο για την αξία του, όσο και για την φημολογία, που το ακολουθεί. Σύμφωνα με αυτή, ο ζωγράφος αυτοκτόνησε, γιατί δεν πέτυχε να δώσει κίνηση στον τροχό του άρματος του Αχιλλέα, που φαίνεται να παραμένει στάσιμος.

Και τίθεται το ερώτημα:

Ο τροχός που κυλιέται πως πρέπει να φαίνεται; Πώς θα τον ζωγραφίσει ένας ζωγράφος ώστε να μην αυτοκτονήσει;

Πώς θα βγει σε φωτογραφία; Θα είναι ίδια η φωτογραφία του περιστρεφόμενου τροχού και εκείνου που κυλιέται;

Ο τροχός αποτελεί την μεγαλύτερη ανακάλυψη του ανθρώπου. Με την προσθήκη τροχών σε διάφορα αντικείμενα, τα μετέτρεψε σε τροχοφόρα οχήματα, που μπορούν να μετακινούνται με την ίδια ευκολία και ασφάλεια που ο ίδιος μετακινείται με τα πόδια του. Αν και η κύλιση ενός τροχού μοιάζει τελείως διαφορετική του βηματισμού του ανθρώπου ο τροχός και ο άνθρωπος όταν κινούνται έχουν μερικά κοινά χαρακτηριστικά.



**Σχήμα 12.** Αποτυπώματα από το βάδιση ανθρώπου σε μαλακό έδαφος.



**Σχήμα 13.** Όταν ο άνθρωπος γλιστρά δεν περπατάει με ασφάλεια

Όταν ένας άνθρωπος περπατά γρήγορα ή αργά, το σώμα του κινείται με κάποια ταχύτητα, αλλά τα πέλματα των ποδιών του σε σχέση με το έδαφος παραμένουν ακίνητα. Τα καθαρά ίχνη που αφήνει όταν περπατά σε μαλακό χωμάτινο δρόμο όπως φαίνεται στο σχήμα 12, μαρτυρούν ότι τα παπούτσια του πατούν στο έδαφος με τον ίδιο τρόπο που σφραγίζουμε ένα έγγραφο όταν η σφραγίδα βγαίνει καθαρή.

Δηλαδή το πόδι του δεν γλιστρά επάνω στο έδαφος, δεν σέρνεται, αλλά είναι ακίνητο ή όπως λέμε στη φυσική έχει σχετική ταχύτητα μηδέν ως προς το έδαφος. Όταν ένας δρομέας τρέχει με μεγάλη ταχύτητα, τα πόδια του στιγμιαία έχουν μηδενική ταχύτητα ως προς το έδαφος, εξασφαλίζοντάς του έτσι μεγάλη σταθερότητα και ασφάλεια στη μετακίνηση. Αν δεν βάδιζε με τέτοιο τρόπο, τα πόδια του θα γλίστραγαν (θα ολίσθαιναν) στο έδαφος όπως γλιστράνε σε παγωμένο δρόμο, με αποτέλεσμα την ασταθή και χωρίς ασφάλεια μετακίνησή του. Αυτό συμβαίνει γιατί στην ολίσθηση ο συντελεστής τριβής ολίσθησης είναι πολύ μικρότερος από την τριβή που έχουμε μεταξύ δυο αντικειμένων που δεν κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο, την τριβή αυτή αποκαλούμε στατική τριβή.

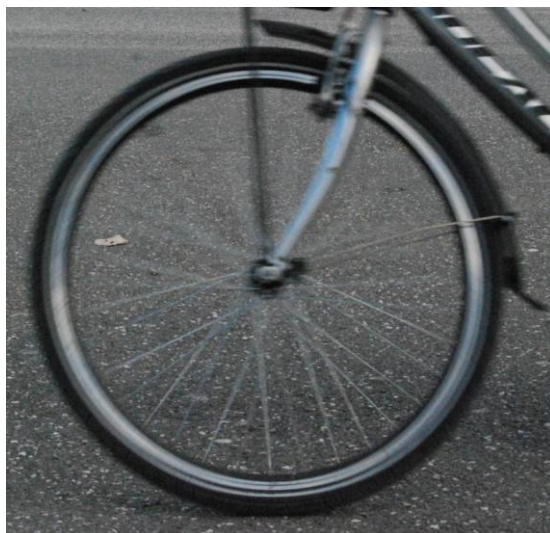
Η κύλιση του τροχού ενός οχήματος γίνεται με εντελώς ανάλογο τρόπο. Όταν ένα τροχοφόρο όχημα τρέχει με κάποια ταχύτητα, ο άξονας του τροχού του μετακινείται με την ίδια ταχύτητα. Το τμήμα όμως του τροχού που στιγμιαία έρχεται σε επαφή με τον δρόμο είναι ακίνητο ως προς το δρόμο. Αυτό μπορούμε να το διαπιστώσουμε από τα ίχνη που αφήνει ένα αυτοκίνητο όταν κινείται σε μαλακό χωμάτινο δρόμο όπως φαίνεται στο σχήμα 14, που είναι ανάλογα των ιχνών που αφήνει ο άνθρωπος όταν βαδίζει. Δηλαδή το κατώτερο τμήμα του τροχού έχει στιγμιαία ταχύτητα μηδέν ως προς το δρόμο, όπως τα πόδια του δρομαία.



**Σχήμα 14.** Ίχνη τροχών κατά την κύλισή τους σε μαλακό έδαφος.

Το αυτοκίνητο που τρέχει στο δρόμο με κάποια ταχύτητα, μετακινείται με σταθερότητα και ασφάλεια εφόσον οι τροχοί του κυλίσουν. Δεν έχει σημασία αν το όχημα τρέχει με μεγάλη ταχύτητα, οι τροχοί του πατούν σταθερά στο έδαφος, αφού το σημείο του τροχού που ακουμπά στο έδαφος έχει ταχύτητα μηδέν. Ένας τροχός που κινείται κυλιόμενος, για το έδαφος είναι σαν να είναι ακίνητος. Η κίνηση του αυτοκινήτου με κύλιση των τροχών του διέπεται από στατική τριβή! Είναι τόσο σταθερό σαν να ήταν ακίνητο! Αν το αυτοκίνητο τρέχει με ταχύτητα 100 Km/h, ο άξονάς του επίσης έχει την ίδια ταχύτητα, το κατώτερο σημείο από τους τροχούς του που ακουμπά στο δρόμο έχει μηδενική ταχύτητα και το ανώτερό του σημείο έχει ταχύτητα 200 Km/h. Όλα αυτά επιβεβαιώνονται από την φυσική όπως φαίνεται στην ανάλυση που ακολουθεί στο παράρτημα και αυτό συμβαίνει επειδή η κύλιση είναι σύνθετη κίνηση. Η κύλιση είναι το άθροισμα μιας μεταφορικής κίνησης, ίδιας για όλα τα σημεία του τροχού και μιας περιστροφικής που είναι διαφορετική για τα διάφορα σημεία του τροχού. Έτσι κάθε σημείο ενός κυλιόμενου τροχού έχει διαφορετική ταχύτητα.





**Σχήμα 15.** Φωτογραφία ενός τροχού ποδηλάτου που κινείται.

Όταν λοιπόν παρατηρούμε ένα τροχό που κυλιέται, αφού τα διάφορα σημεία του τροχού έχουν διαφορετική ταχύτητα και επομένως θα έχουν διαφορετική απεικόνιση. Μερικά σημεία του θα φαίνονται περισσότερο θολά από μερικά άλλα. Δηλαδή θα πρέπει το κατώτερο τμήμα του τροχού να απεικονίζεται καθαρό, αφού αυτό έχει μηδενική ταχύτητα και τα ανώτερα τμήματα του τροχού να γίνονται προοδευτικά όλο και πιο ασαφή.



**Σχήμα 16.** Φωτογραφία μιας άμαξας που κινείται με ταχύτητα.

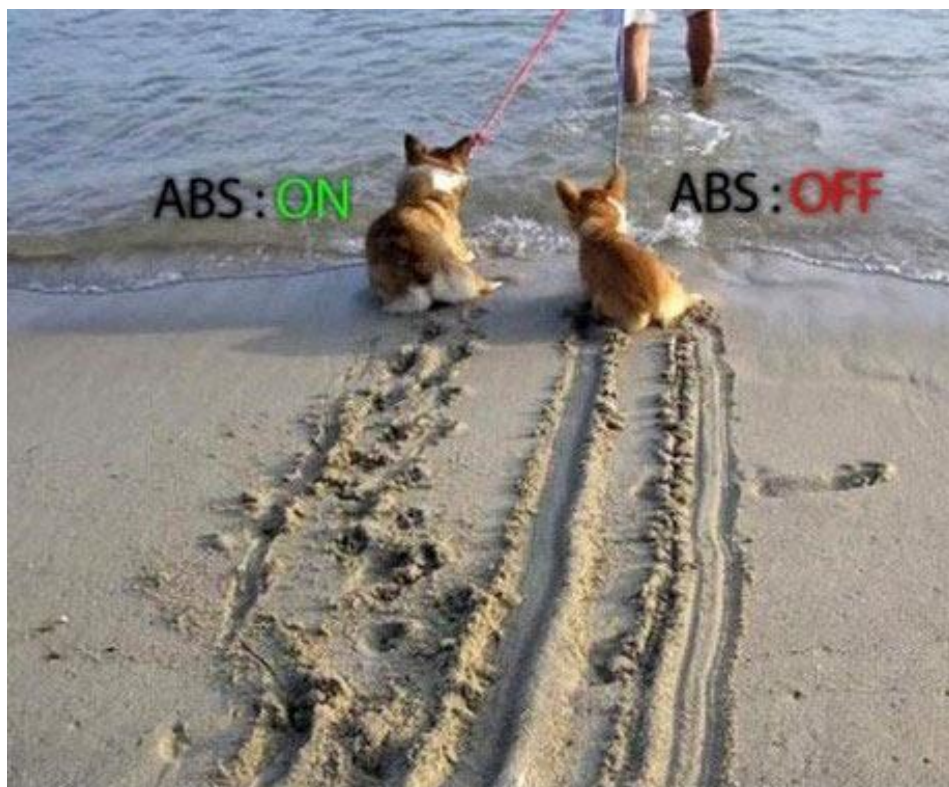
Η φωτογραφία του σχήματος 15 δείχνει ένα τροχό ποδηλάτου που κυλά. Το κατώτερο σημείο του τροχού διακρίνεται πολύ καθαρά, επειδή εκεί η ταχύτητα είναι μηδέν. Οι ακτίνες στο πάνω μέρος του τροχού και τα υπόλοιπα μέρη του ποδηλάτου δεν διακρίνονται καθαρά, επειδή κινούνται με κάποια ταχύτητα. Αυτές οι παρατηρήσεις στη φωτογραφία επιβεβαιώνουν την ανάλυση που κάναμε για την κύλιση του τροχού. Τις ίδιες παρατηρήσεις μπορούμε να κάνουμε στη φωτογραφία του σχήματος 16. Ο φωτογράφος που έβγαλε αυτή τη φωτογραφία έχει χρησιμοποιήσει τέτοια ταχύτητα στο κλείστρο της φωτογραφικής μηχανής, που το φλου φαίνεται μόνον στις επάνω ακτίνες των τροχών, όπου η ταχύτητα είναι διπλάσια από την ταχύτητα της άμαξας. Η άμαξα και τα άλογα διακρίνονται καθαρά.



**Σχήμα 17.** Ο πίνακας της Βασιλικής Νικολού, ελαιογραφία σε μουσαμά (μεταξωτό) διαστάσεων 3X1,5 μέτρα, βρίσκεται στη Δημοτική βιβλιοθήκη των Ιωαννίνων και κοσμεί την κεντρική είσοδο.

Αν ο θρίαμβος του Αχιλλέα στην Κέρκυρα, μας έδωσε την ευκαιρία να δούμε την κίνηση του τροχού από τη σκοπιά της φυσικής, η Ζωγράφος Βασιλική Νικολού πιστεύω ότι έκανε παρόμοιες σκέψεις από τη σκοπιά του ζωγράφου και ξαναζωγράφησε τον ίδιο πίνακα δίνοντας τη δική της άποψη για την απεικόνιση της κύλισης του τροχού, όπως φαίνεται στο σχήμα 17.

Όταν τρέχουμε με το αυτοκίνητο και πατήσουμε φρένο ακινητοποιώντας τους τροχούς, τους εξαναγκάζουμε σε ολίσθηση (γλίστρημα) και επομένως σε ασταθή και χωρίς ασφάλεια κίνηση, αφού πλέον οι τροχοί κινούνται με τριβή ολίσθησης που είναι όπως είπαμε μικρότερη από τη στατική τριβή. Η τεχνολογία έχει εφεύρει το σύστημα πέδησης ABS, που δεν επιτρέπει κατά την πέδηση να ακινητοποιηθεί ο τροχός αλλά εξασκεί επάνω τόση δύναμη ώστε οριακά να μην αρχίσει να ολισθαίνει. Με τον τρόπο αυτό σταματάμε στο μικρότερο δυνατό διάστημα και φρενάρουμε με ασφάλεια επειδή κάνουμε χρήση της στατικής τριβής. Μια χιουμοριστική απεικόνιση του συστήματος πέδησης ABS φαίνεται στο σχήμα 18.



**Σχήμα 18.** Χιουμοριστική παρουσίαση του συστήματος πέδησης ABS.

### **Η βάδιση.**

Όπως αναφέραμε πιο πάνω, όταν βαδίζουμε χωρίς να γλιστράμε τα πόδια μας αφήνουμε στο έδαφος καθαρά ίχνη, που σημαίνει ότι οι πατούσες μας είναι ακίνητες ως προς το έδαφος. Το κορμί μας όμως κινείται. Άρα σε μια φωτογραφία ενός ανθρώπου που βαδίζει δεν θα απεικονίζονται όλα τα σημεία του σώματος με τον ίδιο τρόπο. Το ένα πόδι που πατά στο έδαφος θα απεικονίζεται καθαρά και τα υπόλοιπα μέλη του σώματος θα εμφανίζονται λιγότερο καθαρά, ανάλογα με την ταχύτητά τους.

Βγάλαμε μια φωτογραφία μιας γυναίκας που βαδίζει. Είναι εντυπωσιακή! Όπως φαίνεται στο σχήμα 19, το βάδισμα της μοιάζει με την κύλιση της ρόδας! Εκ των υστέρων βέβαια φαίνεται λογικό. Αν όμως παρατηρούσαμε αυτή τη φωτογραφία χωρίς την προηγούμενη ανάλυση που κάναμε, ίσως να μη προσέχαμε αυτή τη λεπτομέρεια.

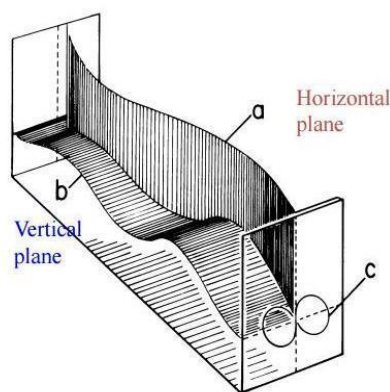


**Σχήμα 19.** Φωτογραφία μιας γυναίκας που βαδίζει σε κεντρικό δρόμο στα Γιάννενα.

Όπως αναφέραμε προηγουμένως η φωτογραφία της ρόδας που κυλιέται και οι φωτογραφία από το βάδισμα του ανθρώπου παρουσιάζουν ομοιότητες. Βέβαια το βάδισμα διαφέρει από την κύλιση του τροχού διότι κατά την κύλιση του τροχού ο άξονάς του κινείται πάντα μόνον παράλληλα με τον δρόμο χωρίς διακύμανση, ενώ όταν ο άνθρωπος βαδίζει, το κέντρο βάρους του ανεβοκατεβαίνει σε σχέση με τον δρόμο όπως φαίνεται στο σχήμα 20.



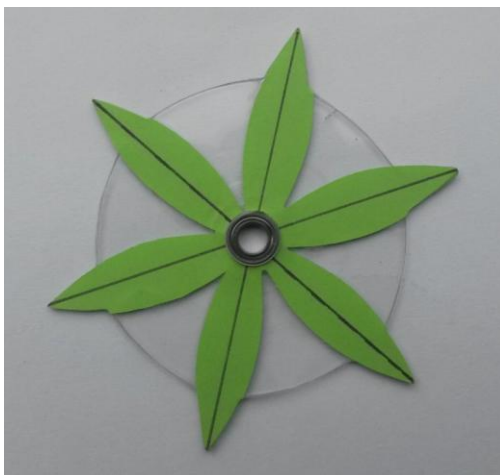
α



β

**Σχήμα 20.** α. Η γραμμή στην βιτρίνα παριστάνει την τροχιά του κ.β. του ανθρώπου κατά την βάδιση. β. Κατακόρυφη και οριζόντια μετατόπιση του κ.β του ανθρώπου κατά την βάδιση.

Κατασκευάσαμε έναν εικονικό τροχό στον οποίο οι ακτίνες να είναι μεγαλύτερες από ότι συμβαίνει σε ένα κανονικό τροχό, όπως φαίνεται στο σχήμα 21.



**Σχήμα 21.** Εικονικός τροχός με ακτίνες μεγαλύτερες από ότι σε ένα κανονικό.



**Σχήμα 22.** Γραφική παράσταση του άξονα του εικονικού τροχού κατά την κίνησή του σε οριζόντιο επίπεδο δρόμο.

Ένα όχημα με τέτοιους εικονικούς τροχούς όταν κινείται μιμείται το βάδισμα του ανθρώπου και ο άξονάς του ανεβοκατεβαίνει. Από την κίνηση του εικονικού τροχού του σχήματος 21 πήραμε το γράφημα του σχήματος 22.

Παρατηρούμε ότι κατά την βάδιση το κ.β. του ανθρώπου περιγράφεται από μια ημιτονοειδή καμπύλη. Η καμπύλη του εικονικού τροχού δεν είναι ημιτονοειδής καμπύλη με την μαθηματική έννοια του όρου, αλλά η μορφή της είναι τέτοια που έχουμε περιοδικό ανεβοκατέβασμα του άξονα όπως και στη βάδιση του ανθρώπου. Βλέπουμε λοιπόν άλλο ένα κοινό χαρακτηριστικό ανάμεσα στην κύλιση και το βάδισμα. Αν στον εικονικό τροχό πολλαπλασιάσουμε το πλήθος των ακτίνων θα έχει αποτέλεσμα την ελάττωση του «πλάτους της ταλάντωσης». Για να επιφέρουμε αντίστοιχη μεταβολή στο βάδισμα θα πρέπει να μικρύνουμε το διασκελισμό στη βάδιση. Αν το πλήθος των ακτίνων στον εικονικό τροχό γίνει πάρα πολύ μεγάλο, το «πλάτος της ταλάντωσης» θα ελαχιστοποιηθεί και δεν θα ανιχνεύεται το ανεβοκατέβασμα του άξονα. Για να επιτύχουμε το ίδιο αποτέλεσμα στο βάδισμα θα πρέπει ο διασκελισμός να τείνει στο μηδέν, οπότε ένας άνθρωπος που θα βαδίζει με αυτόν τον τρόπο θα δίνει την εντύπωση ότι γλιστράει ή ότι κινείται σε ρόδες αφού το κ. β. του δεν θα ανεβοκατεβαίνει καθόλου.

Αυτό θα πρέπει να συμβαίνει με το χορευτικό συγκρότημα Berezka από την Ρωσία που φαίνεται στο σχήμα 23. Το συγκρότημα Berezka ιδρύθηκε το 1948, από τη χορογράφο Nadezhda Nadezhkina. Από τότε, έχει γίνει ένα σύμβολο του είδους. Κάθε παρουσίαση που διοργανώνεται από το συγκρότημα Berezka ξεκινά με ένα κυκλικό χορό, που ονομάζεται Khoronod, στον οποίο εκτελούν το βήμα ολίσθησης. Εκείνο που είναι τόσο ειδικό σχετικά με αυτό το βήμα είναι ότι μετά βίας φαίνονται να κινούνται, στην πραγματικότητα, φαίνεται να στέκονται ακίνητοι, ενώ το στάδιο από κάτω τους φαίνεται να κινείται. Ακόμη και οι φούστες που φορούν οι χορευτές δεν φαίνεται να κουνιούνται.



**Σχήμα 23.** Το χορευτικό συγκρότημα Berezka

Έχοντας ταξιδέψει σε περισσότερες από 80 χώρες για παραστάσεις, ο θίασος έχει γίνει περίφημος και για κάτι άλλο εκτός από το κυλιόμενο βήμα τους. Οι χορευτές έχουν καλύψει πάνω από 47 χιλιάδες χορευτικά χιλιόμετρα, με το χαρακτηριστικό τους βήμα. Αυτό είναι μεγαλύτερο από τη διάμετρο της Γης! Η συγκεκριμένη ομάδα χορού κρατά μυστική την τεχνική για το κυλιόμενο βήμα που κανείς δεν μπορεί να δει πραγματικά. Μυστικά στο χορό; Πώς θα μπορούσε να είναι δυνατό για έναν χορευτή να έχει ένα μυστικό βήμα, όταν η τέχνη τους είναι απλά για να τη δουν όλοι. Η ερμηνεία μας για τον χορό τους είναι ότι οι χορευτές κάνουν πολύ μικρά βήματα και ο θεατής νομίζει ότι δεν περπατούν αλλά κατά κάποιον τρόπο γλιστρούν στο δάπεδο ή ότι έχουν βάλει στα πόδια τους ρόδες! Όπως ο εικονικός τροχός σταματά να ανεβοκατεβαίνει όταν αυξήσουμε πολύ τον αριθμό των ακτίνων του.



**Σχήμα 24.** Τροχός με παπούτσια.

Τελικά η βάδιση και η κύλιση είναι παρόμοιες διεργασίες μεταφοράς. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η βάδιση είναι μια δίποδη διαδικασία ενώ η κύλιση μια πολύποδη. Οπωσδήποτε όμως ο τροχός ήταν μια από τις μεγαλύτερες ανακαλύψεις

του ανθρώπου αφού με τον τροχό έβαλε «πόδια» στα διάφορα αντικείμενα και τα έκανε ικανά να βαδίζουν. Η φωτογραφία του σχήματος 24 έχει επιλεγεί από το διαδίκτυο. Ο καλλιτέχνης δεν είχε στο μυαλό του τη δική μας θεώρηση, αλλά δίνει μια τέτοια διάσταση, δηλαδή τη μίμηση της βάδισης με την κύλιση.

### Ευχαριστίες

1. Την Ειρήνη Μπενέκου, Πτυχιούχο Τμήματος Τεχνών Ήχου και Εικόνας, για τη λήψη των φωτογραφιών του περιστρεφόμενου τροχού και της γυναίκας που βαδίζει των σχημάτων 13 και 15.
2. Τη Ζωγράφο Βασιλική Νικολού, για την φωτογραφία του πίνακά της με τον θρίαμβο του Αχιλλέα του σχήματος 17.
3. Τον Ιωάννη Μπενέκο, Αρχιτέκτονα, για την φωτογραφία της περιστρεφόμενης μπαλαρίνας του σχήματος 18.

### Βιβλιογραφία:

1. <http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A6%CF%89%CF%84%CE%BF%CE%B3%CF%81%CE%B1%CF%86%CE%AF%CE%B1>
2. [http://en.wikipedia.org/wiki/Spotting\\_\(dance\\_technique\)](http://en.wikipedia.org/wiki/Spotting_(dance_technique))
3. [http://www.ballroomdancers.com/learning\\_center/Lesson/2/Default.asp?page=5](http://www.ballroomdancers.com/learning_center/Lesson/2/Default.asp?page=5)
4. [http://www.ballroomdancers.com/learning\\_center/Lesson/2/images/spotting.gif](http://www.ballroomdancers.com/learning_center/Lesson/2/images/spotting.gif)
5. <https://www.youtube.com/watch?v=88bsYB9i6Mc> Ballet Glossary - Spotting
6. Raymond A. Serway, PHYSICS For Scientists & Engineers, Saunders Colleg Publishing, Philadelphia, Απόδοση στα Ελληνικά Λεωνίδα Κ. Ρεσβάνη, Αθήνα, 1990,σελ. 267.
7. [http://api.ning.com/files/-cuV9ywh5JOfVyboNa0MqJLD4Y0w\\*PNO76s4JPETbM-8shYXgt1ZNO4GGInq2opM1rBn\\*UWM85o5PhPvwmqySLtbJQWArHgI/file.pdf](http://api.ning.com/files/-cuV9ywh5JOfVyboNa0MqJLD4Y0w*PNO76s4JPETbM-8shYXgt1ZNO4GGInq2opM1rBn*UWM85o5PhPvwmqySLtbJQWArHgI/file.pdf) κύλιση τροχού
8. [http://www.seilias.gr/index.php?option=com\\_content&task=view&id=101&Itemid=32&catid=21](http://www.seilias.gr/index.php?option=com_content&task=view&id=101&Itemid=32&catid=21) τροχός που κυλιέται
9. [http://tsaklis.com/yahoo\\_site\\_admin/assets/docs/%CE%92%CE%AC%CE%B4%CE%B9%CF%83%CE%B7.14924846.pdf](http://tsaklis.com/yahoo_site_admin/assets/docs/%CE%92%CE%AC%CE%B4%CE%B9%CF%83%CE%B7.14924846.pdf) Βάδιση
10. <http://encyclopedia2.thefreedictionary.com/Berezka>
11. <http://www.odditycentral.com/videos/the-berezka-ensemble-russias-floating-dance-group.html>
12. <http://rise.gr/wp-content/uploads/2016/03/Bike-papoutsia.jpg>

## ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

### Η κύλιση του τροχού.

Όταν κρατάμε έναν τροχό ακτίνας  $R$  από τον άξονά του στο αέρα και τον θέσουμε σε περιστροφή, τότε ο τροχός αυτός μόνο περιστρέφεται. Ο άξονάς του είναι ακίνητος και όλα τα σημεία της περιφέρειάς του έχουν την ίδια ταχύτητα περιστροφής  $v_{\text{περ}}$ . Ο τροχός εκτελεί μια απλή κίνηση, την περιστροφή. Ο τροχός περιστρέφεται γύρω από τον άξονά του με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Η γραμμική ταχύτητα  $v_{\text{περ}}$  κάποιου σημείου της περιφέρειας λόγω περιστροφής του τροχού δίνεται από τη σχέση,

$$v_{\text{περ}} = \omega R \quad (1)$$

Όταν ένας τροχός γλιστράει σε ένα δρόμο χωρίς να περιστρέφεται, ο τροχός αυτός μόνο μεταφέρεται. Ο άξονάς του και όλα τα σημεία του τροχού έχουν την ίδια ταχύτητα μεταφοράς  $v_{\text{μετ}}$ . Ο τροχός εκτελεί μια απλή κίνηση, την μεταφορά.

Ο τροχός ενός ποδηλάτου που κυλά στο έδαφος χωρίς να ολισθαίνει, εκτελεί συγχρόνως δυο κινήσεις,

- α) μια μεταφορική κίνηση, αυτή του άξονα που είναι ίδια με την ταχύτητα του ποδηλάτου και
- β) μια περιστροφική κίνηση γύρω από τον άξονά του.

Το ίδιο συμβαίνει και με τον τροχό ενός αυτοκινήτου. Μια τέτοια σύνθετη κίνηση ονομάζεται κύλιση.

Η συνολική ταχύτητα  $v$  κάθε σημείου του τροχού, βρίσκεται με σύνθεση της ταχύτητας  $v_{\text{μετ}}$  λόγω μεταφορικής κίνησης, και της γραμμικής ταχύτητας  $v_{\text{περ}}$  λόγω περιστροφικής κίνησης.

Ας υποθέσουμε ότι ο τροχός ενός ποδηλάτου ακτίνας  $R$  κυλά στο έδαφος χωρίς ολίσθηση, με μεταφορική ταχύτητα  $v_{\text{μετ}}$  και γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Σε χρόνο που απαιτείται για να κάνει μια περιστροφή, δηλαδή σε μια περίοδο  $T$ , ο τροχός διανύει διάστημα  $s$  ίσο με το μήκος της περιφέρειας  $2\pi R$ .

Επομένως η μεταφορική ταχύτητα του τροχού είναι,

$$v_{\text{μετ}} = \frac{s}{T} \quad \text{ή} \quad v_{\text{μετ}} = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{ή} \quad v_{\text{μετ}} = \omega R \quad \text{ή} \quad v_{\text{μετ}} = v_{\text{περ}} \quad (2)$$

<sup>1</sup> Γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  είναι η γωνία που διαγράφει μια ακτίνα του τροχού σε ένα δευτερόλεπτο

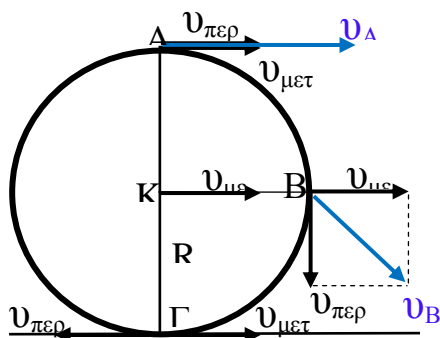


Άρα το μέτρο της γραμμικής ταχύτητας λόγω περιστροφής κάθε σημείου της περιφέρειας του τροχού ισούται με το μέτρο της μεταφορικής ταχύτητας του άξονα του τροχού.

**Η ταχύτητα  $v_K$  του σημείου K (άξονα):**

Όπως φαίνεται από το σχήμα 1, η ταχύτητα  $v_K$  του σημείου K, δηλαδή του άξονα, ισούται με τη μεταφορική ταχύτητα  $v_{μετ}$  του ποδηλάτου, επειδή η ταχύτητα λόγω περιστροφής είναι μηδέν, δηλαδή

$$v_K = v_{μετ}$$



Σχήμα 1. Κύλιση του τροχού.

**Η ταχύτητα  $v_B$  του σημείου B**

$$v_{μετ} = \sqrt{v_{μετ}^2 + v_{περ}^2} \rightarrow v_{μετ} = \sqrt{v_{μετ}^2 + v_{μετ}^2}$$

$$\rightarrow v_B = v_{μετ} \sqrt{2} \quad (3)$$

**Η ταχύτητα  $v_A$  του σημείου A**

$$v_A = v_{μετ} + v_{περ} \rightarrow v_A = v_{μετ} + v_{μετ} \rightarrow v_A = 2v_{μετ} \quad (4)$$

**Η ταχύτητα  $v_\Gamma$  του σημείου Γ**

$$v_\Gamma = v_{μετ} - v_{περ} \rightarrow v_\Gamma = v_{μετ} - v_{μετ} \rightarrow v_\Gamma = 0. \quad (5)$$