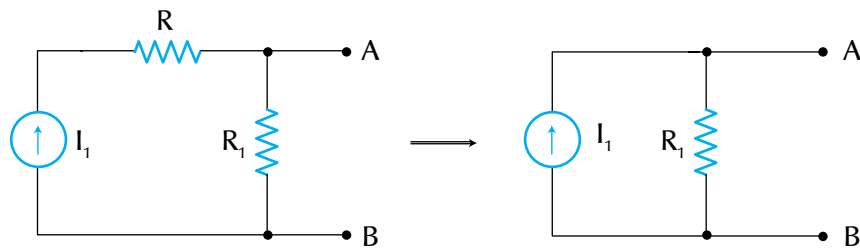


Παρατηρείστε ότι, η αντίσταση R είναι κυκλωματικά ανύπαρκτη.

δ) Αντίσταση σε σειρά με πηγή ρεύματος



Σχήμα 3.20. Αντίσταση σε σειρά με πηγή ρεύματος και το ισοδύναμο κύκλωμα

Παρατηρείστε και πάλι ότι, η αντίσταση R είναι κυκλωματικά ανύπαρκτη.

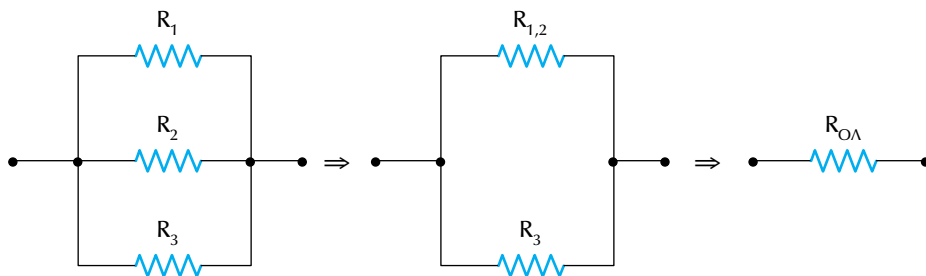
3 – 5. Εφαρμογές

Εφαρμογή 1η

Τρεις αντιστάσεις $R_1 = 30 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$ συνδέονται παράλληλα. Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση.

Λύση

Για την εύρεση της ισοδύναμης αντίστασης (ή ολικής αντίστασης), υπολογίζουμε πρώτα την ισοδύναμη αντίσταση $R_{1,2}$ εφαρμόζοντας τον τύπο της παράλληλης συνδεσμολογίας και στη συνέχεια εφαρμόζουμε και πάλι παράλληλη συνδεσμολογία μεταξύ των αντιστάσεων $R_{1,2}$ και R_3 όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



όπου

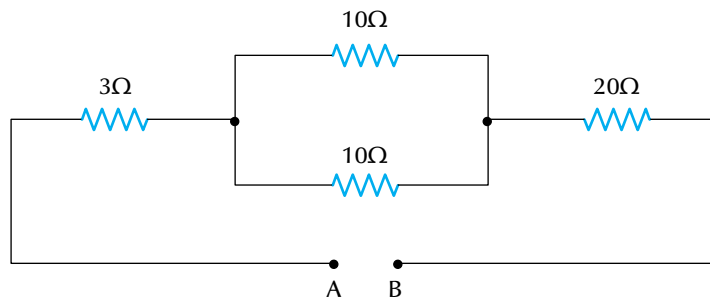
$$R_{1,2} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{30 \cdot 20}{30 + 20} = \frac{600}{50} \Rightarrow R_{1,2} = 12 \text{ (}\Omega\text{)}$$

$$R_{O\Lambda} = R_{1,2} // R_3 = \frac{R_{1,2} \cdot R_3}{R_{1,2} + R_3} = \frac{12 \cdot 6}{12 + 6} \Rightarrow R_{O\Lambda} = 4 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Επομένως η ισοδύναμη αντίσταση είναι 4 (Ω).

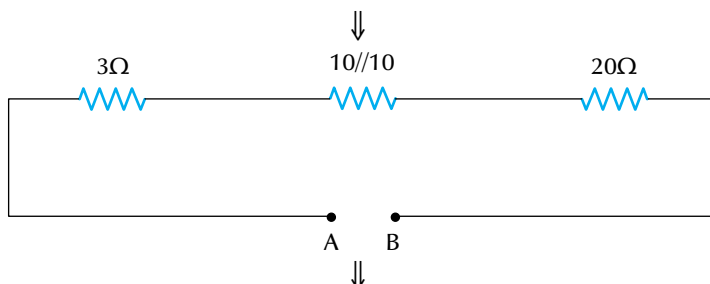
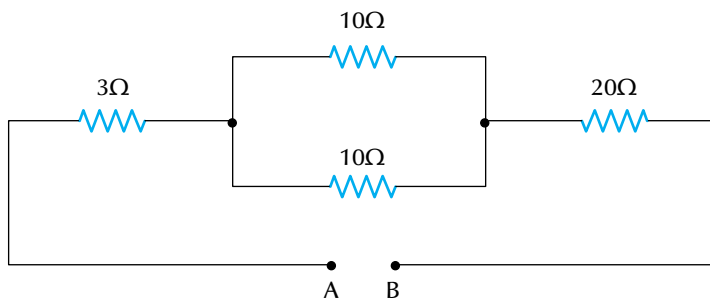
Εφαρμογή 2η

Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} στο παρακάτω κύκλωμα.

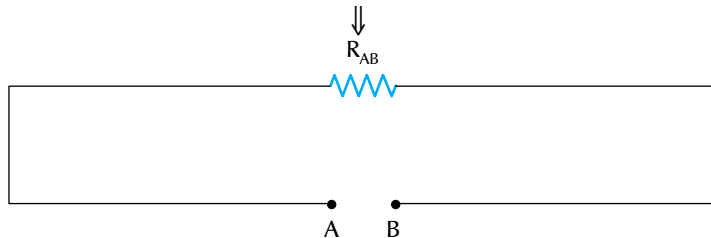


Λύση

Απλοποιώντας διαδοχικά το κύκλωμα (με τη σειρά που επιβάλλεται) προκύπτει:



$$10 // 10 = \frac{10 \cdot 10}{10 + 10} = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$$



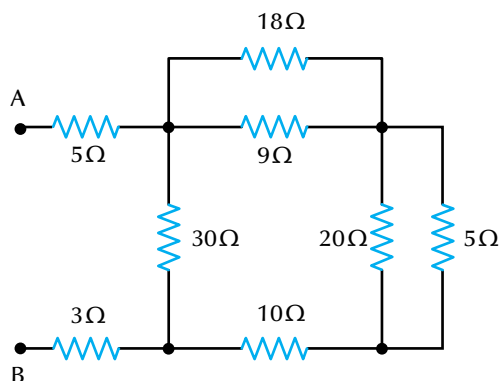
$$R_{AB} = 3 + 5 + 20 \Rightarrow$$

$$R_{AB} = 28 (\Omega)$$

Επομένως, η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} είναι 28 (Ω).

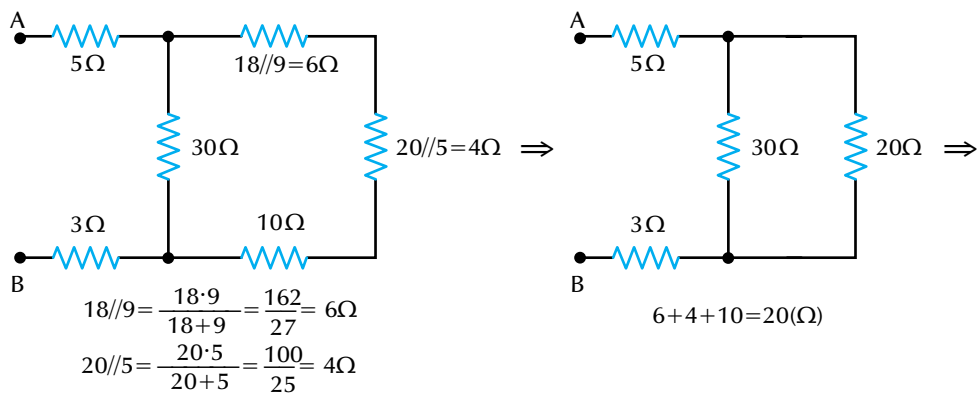
Εφαρμογή 3η

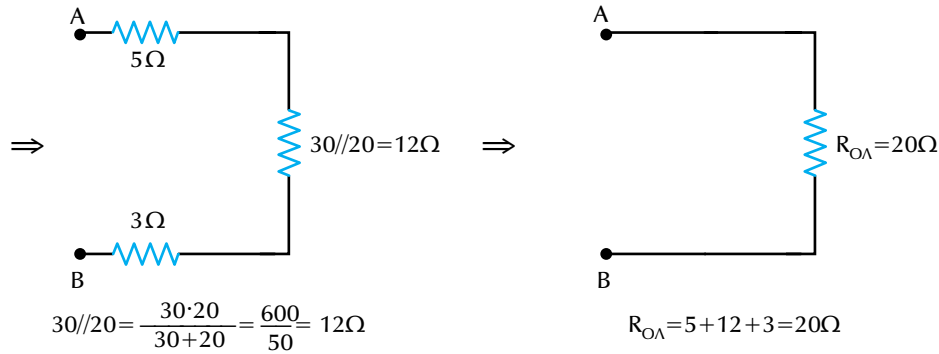
Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος.



Λύση

Απλοποιώντας διαδοχικά το κύκλωμα, προκύπτει:





Επομένως, η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} είναι 20 (Ω).

Εφαρμογή 4η

Συσκευή τροφοδοτείται από ηλεκτρικά στοιχεία και λειτουργεί με τάση 54 V και ρεύμα 2 A. Αν η ηλεκτρεγερτική δύναμη κάθε στοιχείου είναι 1,8 V και η εσωτερική αντίσταση αυτού 0,6 Ω, είναι δε συνδεδεμένα έτσι, ώστε καθένα να διαρρέεται από ρεύμα έντασης 0,5 A, να βρεθεί ο αριθμός των στοιχείων.

Λύση

Εφόσον η συσκευή λειτουργεί με τάση 54 V και ρεύμα 2 A και τα διαθέσιμα ηλεκτρικά στοιχεία έχουν το καθένα ηλεκτρεγερτική δύναμη 1,8 V και διαρρέονται από ρεύμα 0,5 A, συμπεραίνουμε ότι η συνδεσμολογία αυτών είναι μικτή, έτσι ώστε να προκύψουν τα ηλεκτρικά μεγέθη που απαιτεί για τη λειτουργία της η συσκευή.

Έστω, λοιπόν, n πηγές τάσης σε κάθε κλάδο και m το πλήθος των κλάδων (βλέπε παρ. 3 – 4.2, γ)

Επειδή το ρεύμα κάθε κλάδου είναι 0,5 A και το ολικό ρεύμα είναι 2 A, θα έχουμε:

$$0,5 \cdot m = 2 \Rightarrow m = \frac{2}{0,5} \Rightarrow m = 4$$

Επίσης, γνωρίζουμε ότι όλο το σύστημα ισοδυναμεί με μια πηγή τάσης ηλεκτρογεννητικής δύναμης $E_{ολ} = n \cdot E$ και εσωτερικής αντίστασης $r_{ολ} = \frac{n \cdot r}{m}$.

Επομένως θα ισχύει:

$$E_{ολ} - I_{ολ} \cdot r_{ολ} = 54 \Rightarrow n \cdot 1,8 - 2 \cdot \frac{n \cdot 0,6}{4} = 54 \Rightarrow 1,8 \cdot n - 0,3 \cdot n = 54 \Rightarrow \\ \Rightarrow 1,5 n = 54 \Rightarrow n = 36$$

Άρα, ο αριθμός των απαιτούμενων ηλεκτρικών στοιχείων είναι:

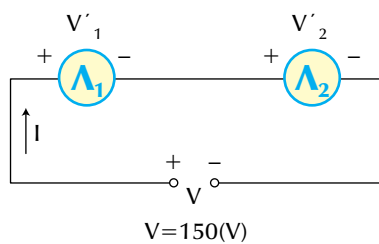
$$m \cdot n = 4 \cdot 36 = 144$$

Εφαρμογή 5η

Δύο λαμπτήρες των 60 (V) και 200 (W) η μία και 60 (V) και 300 (W) η άλλη συνδέονται σε σειρά και στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση 150 (V). Να εξετασθεί εάν οι λαμπτήρες εργάζονται κανονικά.

Λύση

Από τα κατασκευαστικά στοιχεία των λαμπτήρων υπολογίζονται μέσω της σχέσης $P = \frac{V^2}{R}$ οι αντιστάσεις των.



Έτσι,

$$P_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V_1^2}{P_1} = \frac{60^2}{200} \Rightarrow R_1 = 18 (\Omega)$$

$$P_2 = \frac{V_2^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = \frac{V_2^2}{P_2} = \frac{60^2}{300} \Rightarrow R_2 = 12 (\Omega)$$

Εφόσον οι λαμπτήρες συνδέονται σε σειρά, $R_{ΟΛ} = R_1 + R_2 = 18 + 12 = 30 (\Omega)$ και κατά συνέπεια, το ρεύμα του κυκλώματος είναι:

$$I = \frac{V}{R_{ΟΛ}} = \frac{150}{30} \Rightarrow I = 5 (A)$$

Άρα οι τάσεις V'_1 και V'_2 που επικρατούν στα άκρα των λαμπτήρων είναι:

$$V'_1 = I \cdot R_1 = 5 \cdot 18 \Rightarrow V'_1 = 90 (V)$$

$$\text{και } V'_2 = I \cdot R_2 = 5 \cdot 12 \Rightarrow V'_2 = 60 (V)$$

Επειδή δε, η τάση που επικρατεί στα άκρα του πρώτου λαμπτήρα είναι μεγαλύτερη από αυτήν του κατασκευαστή ($90 > 60$), προκύπτει ότι δεν εργάζεται κανονικά και κινδυνεύει να καεί, ενώ ο δεύτερος λαμπτήρας εργάζεται κανονικά διότι βρίσκεται σε τάση ίση με αυτήν του κατασκευαστή.

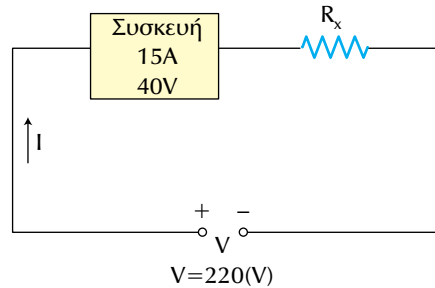
Εφαρμογή 6η

Συσκευή λειτουργεί με ρεύμα 15 (A) και τάση 40 (V). Πρόκειται όμως να συνδεθεί σε τάση 220 (V). Ποια η τιμή της αντίστασης που πρέπει να συνδεθεί, ώστε η συσκευή να λειτουργήσει κανονικά;

Λύση

Εάν δεν συνδεθεί κάποια αντίσταση, προφανώς η συσκευή δεν θα λειτουργήσει κανονικά αλλά θα καταστραφεί, γιατί η τάση των 220 (V) είναι πολύ μεγαλύτερη από την τάση των 40 (V) του κατασκευαστή.

Πρέπει λοιπόν, να συνδεθεί σε σειρά μία αντίσταση R_x η οποία θα προκαλέσει πτώση τάσης ίση με τη διαφορά $220 - 40 = 180 (V)$.

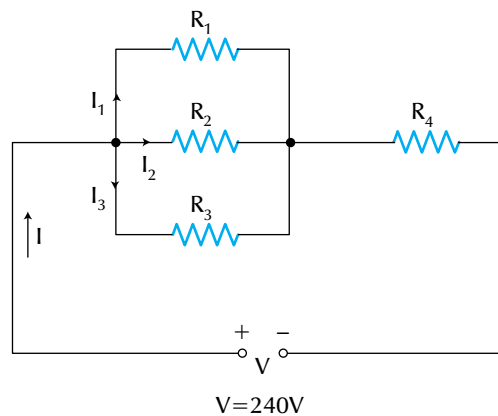


Άρα η τιμή της αντίστασης R_x είναι:

$$R_x = \frac{180}{15} \Leftrightarrow R_x = 12 (\Omega)$$

Εφαρμογή 7η

Τρεις αντιστάσεις $R_1 = 10 (\Omega)$, $R_2 = 20 (\Omega)$, $R_3 = 60 (\Omega)$ συνδέονται παράλληλα και σε σειρά μ' αυτές συνδέεται αντίσταση $R_4 = 18 (\Omega)$. Στα άκρα του συστήματος εφαρμόζεται τάση 240 (V). Να βρεθούν α) Το ολικό ρεύμα β) Η ένταση του ρεύματος που περνάει από κάθε αντίσταση και γ) η τάση σε κάθε αντίσταση.



Λύση

Οι τρεις αντιστάσεις δίνουν ισοδύναμη αντίσταση

$$\frac{1}{R_{1,2,3}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{60} = \frac{1}{6} \Rightarrow R_{1,2,3} = 6 (\Omega).$$

Άρα $R_{O\Lambda} = R_{1,2,3} + R_4 = 6 + 18 \Rightarrow R_{O\Lambda} = 24 (\Omega)$

Επομένως

α) Το ολικό ρεύμα είναι ίσο με: $I = \frac{V}{R_{\text{ολ}}} = \frac{240}{24} \Rightarrow I = 10 \text{ (A)}$.

β) Στα άκρα των τριών αντιστάσεων εφαρμόζεται τάση:

$$V_{1,2,3} = I \cdot R_{1,2,3} = 10 \cdot 6 = 60 \text{ (V)}$$

Επομένως

$$I_1 = \frac{V_{1,2,3}}{R_1} = \frac{60}{10} = 6 \text{ (A)}$$

$$I_2 = \frac{V_{1,2,3}}{R_2} = \frac{60}{20} = 3 \text{ (A)}$$

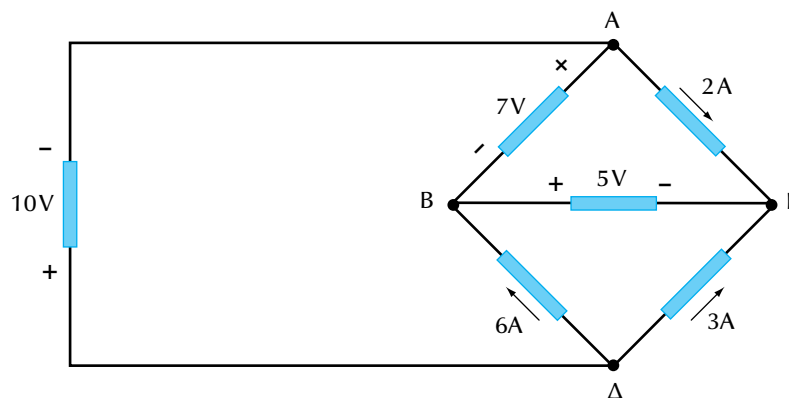
$$I_3 = \frac{V_{1,2,3}}{R_3} = \frac{60}{60} = 1 \text{ (A)}$$

και $I_4 = 10 \text{ (A)}$

γ) Στις τρεις παράλληλες αντιστάσεις επικρατεί τάση $V_{1,2,3} = 60 \text{ (V)}$ και στην R_4 , τάση $V_4 = I_4 \cdot R_4 = 10 \cdot 18 = 180 \text{ (V)}$.

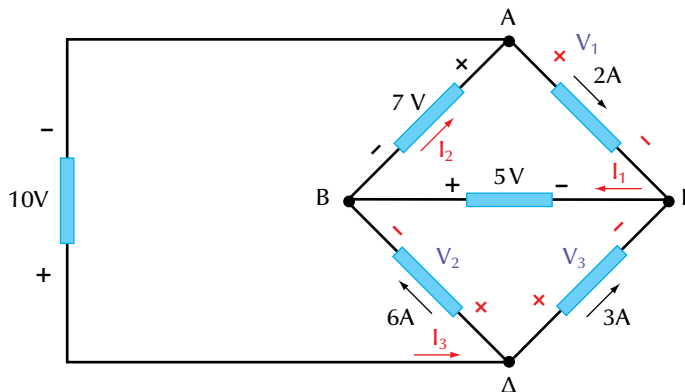
Εφαρμογή 8η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος να βρείτε τις τάσεις και τα ρεύμα όλων των κλάδων χρησιμοποιώντας τους νόμους του Kirchhoff.



Λύση

Εφαρμόζοντας τους Ν.Ρ.Κ. και Ν.Τ.Κ. έχουμε:



Κόμβος Γ: Από το Ν.Ρ.Κ. $\Rightarrow 2 + 3 - I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = 5$ (A)

Κόμβος Β: Από το Ν.Ρ.Κ. $\Rightarrow 6 + I_1 - I_2 = 0 \Rightarrow 6 + 5 - I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = 11$ (A)

Κόμβος Δ: Από το Ν.Ρ.Κ. $\Rightarrow I_3 - 6 - 3 = 0 \Rightarrow I_3 = 9$ (A)

Βρόχος ΑΓΒΑ: Από το Ν.Τ.Κ. $\Rightarrow V_1 - 5 - 7 = 0 \Rightarrow V_1 = 12$ (V)

Βρόχος ΑΒΔΑ: Από το Ν.Τ.Κ. $\Rightarrow 7 - V_2 + 10 = 0 \Rightarrow V_2 = 17$ (V)

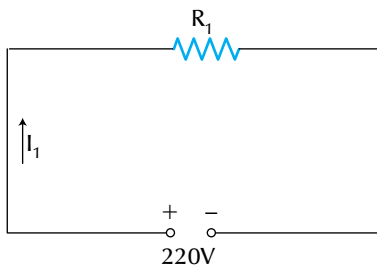
Βρόχος ΒΓΔΒ: Από το Ν.Τ.Κ. $\Rightarrow 5 - V_3 + V_2 = 0 \Rightarrow 5 - V_3 + 17 = 0 \Rightarrow V_3 = 22$ (V)

Εφαρμογή 9η

Ηλεκτρική θερμάστρα δυο αντιστάσεων R_1 και R_2 τροφοδοτείται με τάση 220 V. Όταν λειτουργεί η R_1 η θερμάστρα ξοδεύει ισχύ 800 W, ενώ όταν λειτουργούν και οι δύο αντιστάσεις (παράλληλα) η θερμάστρα ξοδεύει ισχύ 2000 W. Να υπολογιστούν οι R_1 και R_2 .

Λύση

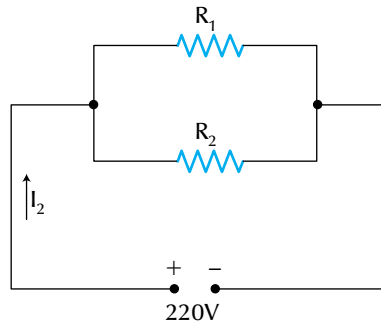
Όταν λειτουργεί μόνο η R_1 το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:



Επομένως

$$P_1 = V \cdot I_1 = V \cdot \frac{V}{R_1} = \frac{V^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{V^2}{P_1} = \frac{220^2}{800} \Rightarrow R_1 = 60,5 \text{ (}\Omega\text{)}.$$

Όταν λειτουργούν και οι δύο παράλληλα το ισοδύναμο κύκλωμα είναι:



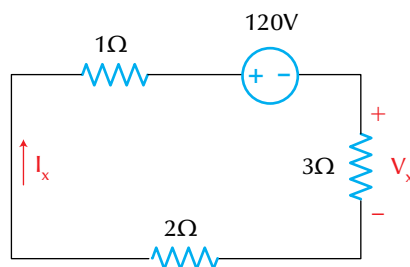
Επομένως

$$P_2 = V \cdot I_2 = V \cdot \frac{V}{R_{1,2}} = \frac{V^2}{R_{1,2}} \Rightarrow R_{1,2} = \frac{V^2}{P_2} = \frac{220^2}{2000} = 24,2 \Rightarrow \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 24,2 \Rightarrow$$

$$\frac{60,5 \cdot R_2}{60,5 + R_2} = 24,2 \Rightarrow R_2 = 40,25 \text{ (}\Omega\text{)}$$

Εφαρμογή 10η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος βρείτε την τάση V_x και το ρεύμα I_x με χρήση του διαιρέτη τάσης και του νόμου του Ohm.



Λύση

Εφαρμόζοντας το διαιρέτη τάσης (παράγρ. 3 – 4.3, α)) για τρεις αντιστάσεις προκύπτει:

$$V_x = -120 \cdot \frac{3}{3+2+1} = -120 \cdot \frac{3}{6} \Rightarrow V_x = -60 \text{ (V)}$$

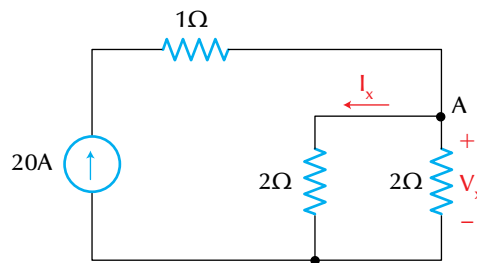
Το ρεύμα I_x προκύπτει με εφαρμογή του νόμου του Ohm

$$I_x = -\frac{V_{O\Lambda}}{R_{O\Lambda}} = -\frac{120}{3+2+1} = -\frac{120}{6} \Rightarrow I_x = -20 \text{ (A)}$$

Σχόλιο: Το πρόσημο (-) της τάσης V_x φανερώνει ότι, η πολικότητά της είναι αντίθετη μ' αυτήν που δίνεται στην εκφώνηση. Το πρόσημο (-) του ρεύματος I_x φανερώνει ότι, η φορά του είναι αντίθετη απ' αυτήν που δίνεται στην εκφώνηση.

Εφαρμογή 11η

Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος βρείτε το ρεύμα I_x και την τάση V_x με χρήση του διαιρέτη ρεύματος και του νόμου του Ohm.



Λύση

Εφαρμόζοντας το διαιρέτη ρεύματος (παράγρ. 3 – 4.3, β)) στον κόμβο A προκύπτει:

$$I_x = 20 \cdot \frac{2}{2+2} = 20 \cdot \frac{2}{4} \Rightarrow I_x = 10 \text{ (A)}$$

Άρα, και το ρεύμα στην αντίσταση των 2 (Ω) στην οποία ζητείται η V_x είναι ίσο με 10 (A) όπως προκύπτει εύκολα με εφαρμογή και πάλι του διαιρέτη ρεύματος.

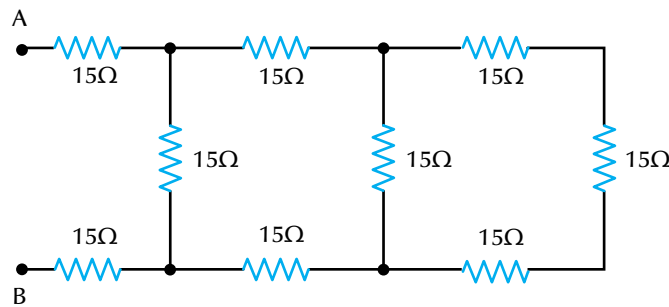
Κατά συνέπεια, η τάση V_x με εφαρμογή του νόμου του Ohm είναι:

$$V_x = 10 \cdot 2 = 20 \text{ (V)}$$

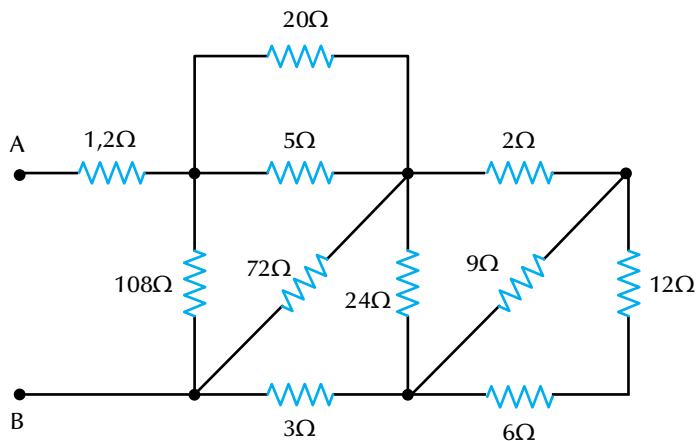
3 – 6. Προβλήματα προς λύση

1^ο Τρεις αντιστάσεις $R_1 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$, $R_2 = 10 \text{ (}\Omega\text{)}$, $R_3 = 5 \text{ (}\Omega\text{)}$ συνδέονται παράλληλα και το σύστημά τους σε σειρά με αντίσταση $R_4 = 15 \text{ (}\Omega\text{)}$. Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση. (17,5 (Ω)).

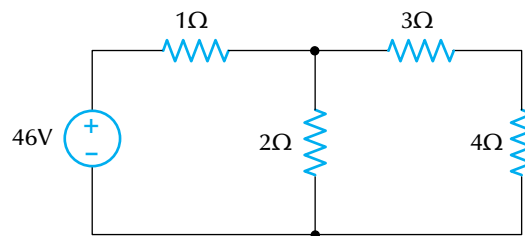
2^ο Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} στο παρακάτω κύκλωμα. ($R_{AB} = 41 \text{ (}\Omega\text{)}$).



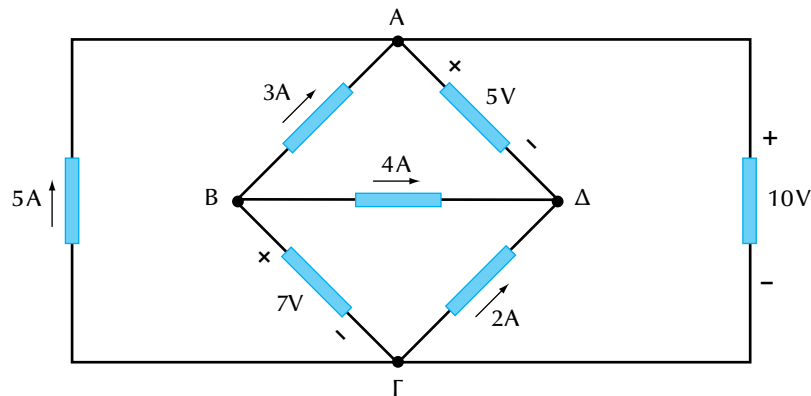
3^ο Βρείτε την ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} στο παρακάτω κύκλωμα (12 Ω).



- 4^ο** 12 λάμπες με αντίσταση 6Ω η καθεμιά σχηματίζουν τρεις όμοιες σειρές συνδεδεμένες παράλληλα. α) Να υπολογιστεί η ολική αντίσταση. β) Πόσα στοιχεία ΗΕΔ = $1,8 \text{ V}$ και $r = 0,2 \Omega$ συνδεόμενα σε σειρά πρέπει να τροφοδοτήσουν το κύκλωμα, ώστε το ρεύμα κάθε λάμπας να μην είναι μικρότερο των $1,2 \text{ A}$; (α) $R_{ολ} = 8 \Omega$, β) $n \geq 27$).
- 5^ο** Πόσες παράλληλα συνδεδεμένες λάμπες τάσης 110 V και έντασης $0,5 \text{ A}$ μπορούμε να τροφοδοτήσουμε κανονικά με τη βοήθεια συστοιχίας, η οποία αποτελείται από 60 σε σειρά συνδεδεμένα στοιχεία, εάν το καθένα έχει ΗΕΔ = $1,86 \text{ V}$ και εσωτερική αντίσταση $r = 0,005 \Omega$; (11)
- 6^ο** Ηλεκτρική λάμπα με ισχύ 45 W και τάση λειτουργίας 6 V συνδέεται σε σειρά με ηλεκτρική θερμάστρα με ισχύ 870 W και τάση λειτουργίας 110 V . Να εξεταστεί αν η λάμπα λειτουργεί κανονικά ή όχι. (απάντ. λειτουργεί κανονικά).
- 7^ο** Συσκευή λειτουργεί με τάση 120 (V) και καταναλίσκει ισχύ 600 (W) . Ποια αντίσταση πρέπει να συνδεθεί με τη συσκευή και με ποιο τρόπο ώστε το σύστημα να καταναλώνει 900 (W) ; (48Ω παράλληλα).
- 8^ο** Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος βρείτε: α) Το ολικό ρεύμα β) Η ένταση του ρεύματος που περνάει από κάθε αντίσταση και γ) η τάση σε κάθε αντίσταση.
(α) $I_{ολ} = 18 \text{ A}$, β, γ) Αντίσταση 1Ω : 18 A , 18 V , Αντίσταση 2Ω : 14 A , 28 V
Αντίσταση 4Ω : 4 A , 16 V , Αντίσταση 3Ω : 4 A , 12 V



9^ο Στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος να βρείτε με χρήση των νόμων του Kirchhoff τις τάσεις και τα ρεύματα όλων των κλάδων.



10^ο Ηλεκτρική θερμάστρα τριών αντιστάσεων R_1 , R_2 , R_3 τροφοδοτείται με τάση 220 V. Όταν λειτουργεί η R_1 η θερμάστρα ξοδεύει 880 (W). Όταν λειτουργούν οι R_1 , R_2 (παράλληλα) η θερμάστρα ξοδεύει 1280 (W). Τέλος, όταν λειτουργούν και οι τρεις αντιστάσεις (παράλληλα) η θερμάστρα ξοδεύει 2280 (W). Να υπολογισθούν οι αντιστάσεις R_1 , R_2 , R_3 .
(55 Ω, 121 Ω, 48,8 Ω).

11^ο Για καθένα από τα παρακάτω κυκλώματα να βρείτε την τάση V_x και το ρεύμα I_x με χρήση διαιρετών τάσης και ρεύματος.
(α) $V_x = 9V$, $I_x = 6A$, (β) $V_x = 16V$, $I_x = 14A$)

