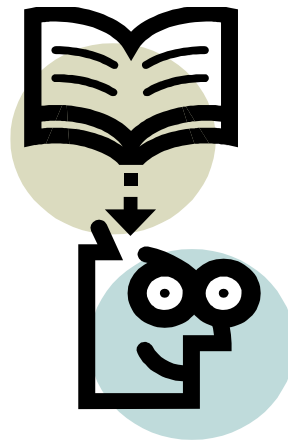


2013

**ΘΕΩΡΙΑ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ**



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

Η ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

**Βαγγέλης Α Νικολακάκης
Μαθηματικός**

<http://cutemaths.wordpress.com/>

ΛΙΓΑ ΛΟΓΑ

Η παρούσα εργασία μου δεν στοχεύει απλά στο κυνήγι του 20, δηλαδή το σύνολο των μονάδων των απολυτήριων εξετάσεων της Α Γυμνασίου στα Μαθηματικά.

Φιλοδοξεί να φέρει τον μαθητή της Α Γυμνασίου :

- Σε επαφή με θέματα που έχουν δοθεί σε εξετάσεις Γυμνασίων από Ελλάδα και Κύπρο.
- Σε διαδικασία αυτοαξιολόγησης ,απαντώντας στα διαγωνίσματα της Δ ενότητας.

Βαγγέλης Α Νικολακάκης

Μαθηματικός

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- A.** Ερωτήσεις με απαντήσεις Θεωρίας
- B.** Ερωτήσεις Θεωρίας από εξετάσεις Γυμνασίων
- Γ.** Ασκήσεις από εξετάσεις Γυμνασίων (Ελλάδας – Κύπρου)
- Δ.** Διαγωνίσματα για αυτοαξιολόγηση

Σχόλιο-υπενθύμιση

- Από τα δύο θέματα θεωρίας γράφουμε το ένα και από τα τρία θέματα ασκήσεων γράφουμε τα δύο.
- Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Όλες οι απαντήσεις δίνονται στην κόλλα αναφοράς

A ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ

Κεφάλαιο 1^ο: Οι Φυσικοί αριθμοί

A. 1. 3

1. Τι ονομάζεται νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού α , πως συμβολίζεται και πως ονομάζονται τα μέρη της;

Ονομάζεται νιοστή δύναμη ενός φυσικού αριθμού α , και συμβολίζεται με α^v , το γινόμενο v παραγόντων ίσων με το α .

Δηλαδή αν ο α είναι φυσικός $\alpha^v = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_v$

v παράγοντες

το α λέγεται βάση της δύναμης και το v λέγεται εκθέτης της δύναμης.

2. Πως αλλιώς διαβάζονται η δεύτερη και η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού α και με τι είναι ίσα το α^1 και το 1^v .

Η δεύτερη δύναμη ενός φυσικού αριθμού α δηλαδή το α^2 διαβάζεται και τετράγωνο του α ή α στο τετράγωνο

Η τρίτη δύναμη ενός φυσικού αριθμού α δηλαδή το α^3 διαβάζεται και κύβος του α ή α στον κύβο.

Είναι $\alpha^1 = \alpha$ και $1^v = 1$

3. Τι ονομάζεται αριθμητική παράσταση και τι τιμή αριθμητικής παράστασης;

Ονομάζεται αριθμητική παράσταση μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς.

Ονομάζεται τιμή μιας αριθμητικής παράστασης ο αριθμός που προκύπτει όταν εκτελέσουμε όλες τις πράξεις που περιέχονται σ' αυτήν.

A. 1. 4

4. Τι ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση;

Ονομάζεται Ευκλείδεια διαίρεση η διαδικασία εκείνη κατά την οποία

μας δίνονται δύο φυσικοί αριθμοί, οι Δ (διαιρετέος) και $\delta \neq 0$

(διαιρέτης), και βρίσκουμε δύο άλλους φυσικούς αριθμούς τους π

(πηλίκο) και u (υπόλοιπο), έτσι ώστε να ισχύει:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + u \quad u < \delta$$

5. Πότε η Ευκλείδεια διαίρεση λέγεται τέλεια και ποιες είναι οι ιδιότητες της ;

Μια Ευκλείδεια διαίρεση ονομάζεται τέλεια όταν το υπόλοιπο της είναι ίσο με μηδέν. Ισχύει τότε $\Delta = \delta \cdot \pi$.

Οι ιδιότητες της τέλειαιας διαίρεσης είναι:

- ♦ Στους φυσικούς αριθμούς η τέλεια διαίρεση είναι πράξη αντίστροφη του πολλαπλασιασμού, δηλαδή αν $\Delta = \delta \cdot \pi$ τότε $\Delta : \delta = \pi$ ή $\Delta : \pi = \delta$
- ♦ $\alpha : \alpha = 1$ (γιατί $\alpha \cdot 1 = \alpha$)
- ♦ $\alpha : 1 = \alpha$ (γιατί $1 \cdot \alpha = \alpha$)
- ♦ αν $\alpha \neq 0$ $0 : \alpha = 0$ (γιατί $\alpha \cdot 0 = 0$)
- ♦ αν $\alpha \neq 0$ $\alpha : 0$ αδύνατη (γιατί αν είναι π το πηλίκο $\pi \cdot 0 = 0 \neq \alpha$)
- ♦ $0 : 0$ αόριστη (γιατί ισχύει $0 \cdot \pi = 0$ όποιο και αν είναι το πηλίκο π)

A. 1. 5

6. Τι ονομάζονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού οι αριθμοί που προκύπτουν όταν τον πολλαπλασιάσουμε διαδοχικά με όλους τους φυσικούς αριθμούς.

7. Ποιες ιδιότητες ισχύουν για τα πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού;

- ♦ Κάθε φυσικός αριθμός διαιρεί τα πολλαπλάσια του.
- ♦ Κάθε φυσικός αριθμός που διαιρείται από έναν άλλο φυσικό είναι πολλαπλάσιο του.
- ♦ Αν ένας φυσικός αριθμός διαιρεί έναν άλλο θα διαιρεί και τα πολλαπλάσια του.

8. Τι ονομάζεται ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσότερων αριθμών διαφορετικών του μηδενός;

Ονομάζεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο η περισσότερων αριθμών διαφορετικών του μηδενός το μικρότερο από τα κοινά τους πολλαπλάσια που είναι διαφορετικό από το μηδέν;

9. Ποιοι ονομάζονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού;

Ονομάζονται διαιρέτες ενός φυσικού αριθμού οι αριθμοί που τον διαιρούν ακριβώς.

10. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι;

Πρώτοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί, εκτός του 1, που έχουν διαιρέτες μόνο τον εαυτό τους και την μονάδα.

Σύνθετοι αριθμοί ονομάζονται οι φυσικοί αριθμοί που δεν είναι πρώτοι, δηλαδή οι φυσικοί αριθμοί που έχουν και άλλους διαιρέτες εκτός από τον εαυτό τους και την μονάδα.

11. Τι ονομάζεται μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών; $MKD(\alpha, \beta)$.

Ονομάζεται μέγιστος κοινός διαιρέτης δύο φυσικών αριθμών α, β και συμβολίζεται $MKD(\alpha, \beta)$, ο μεγαλύτερος από τους κοινούς τους διαιρέτες.

12. Πότε δύο φυσικοί αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους;

Δύο φυσικοί αριθμοί ονομάζονται πρώτοι μεταξύ τους όταν ο μέγιστος κοινός διαιρέτης τους είναι η μονάδα.

13. Ποια είναι τα κριτήρια της διαιρετότητας;

- ♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 10 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0
- ♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 2 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 2 ή το 4 ή το 6 ή το 8.
- ♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5 αν το τελευταίο του ψηφίο είναι το 0 ή το 5.
- ♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9 αν το άθροισμα των ψηφίων του είναι πολλαπλάσιο του 3 ή του 9 αντίστοιχα.
- ♦ Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 4 ή το 25 αν τα δύο τελευταία ψηφία είναι αριθμός που διαιρείται με το 4 ή το 25.

Κεφάλαιο 2^ο: Κλάσματα

A. 2. 1

14. Τι ονομάζεται κλασματική μονάδα ;

Ονομάζεται κλασματική μονάδα το σύμβολο της μορφής $\frac{1}{\nu}$ (ν φυσικός $\neq 0$) που εκφράζει το ένα από τα ν ίσα μέρη στα οποία χωρίσθηκε μια ποσότητα.

15. Τι ονομάζεται κλάσμα ή κλασματικός αριθμός και τι διακρίνουμε σ' αυτό;

Ονομάζεται κλάσμα ή κλασματικός αριθμός ένα σύμβολο της μορφής

$\frac{\kappa}{\nu}$ όπου οι αριθμοί κ, ν είναι φυσικοί αριθμοί και $\nu \neq 0$.

Οι αριθμοί κ, ν λέγονται όροι του κλάσματος.

Ο αριθμός κ , λέγεται αριθμητής του κλάσματος.

Ο αριθμός ν , λέγεται παρονομαστής του κλάσματος.

16. Τι παριστάνει ένα κλάσμα;

Ένα κλάσμα παριστάνει το ακριβές πηλίκο μιας διαίρεσης στην οποία ο αριθμητής του είναι ο διαιρετέος και ο παρονομαστής του ο διαιρέτης.

17. Μπορεί ένας φυσικός αριθμός να γραφεί σαν κλάσμα;

Κάθε φυσικός αριθμός γράφεται σαν κλάσμα με αριθμητή τον ίδιο τον φυσικό και παρονομαστή την μονάδα. Δηλαδή αν α φυσικός τότε

$$\alpha = \frac{\alpha}{1}$$

A. 2. 2

18. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα;

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ισοδύναμα η ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος ενός μεγέθους.

19. Ποιες είναι οι ιδιότητες των ισοδυνάμων κλασμάτων;

♦ Αν πολλαπλασιάσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο, διάφορο του μηδενός, φυσικό προκύπτει ισοδύναμο του κλάσμα.

Δηλαδή αν $\lambda \neq 0$ τότε $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda \cdot \alpha}{\lambda \cdot \beta}$

♦ Αν διαιρέσουμε και τους δύο όρους ενός κλάσματος με ένα κοινό διαιρέτη τους προκύπτει ισοδύναμο κλάσματα

Δηλαδή $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\alpha : \lambda}{\beta : \lambda}$

Η διαδικασία αυτή λέγεται απλοποίηση του κλάσματος και έχει ως αποτέλεσμα τη δημιουργία κλάματος ίσου με το αρχικό αλλά με μικρότερους όρους.

Το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται ανάγωγο.

♦ Αν δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ είναι ισοδύναμα τότε τα χιαστί γινόμενα $\alpha\delta$ και $\beta\gamma$ είναι ίσα και αντιστρόφως.

Δηλαδή αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha\delta = \beta\gamma$

20. Πότε δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερώνυμα;

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα όταν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

Δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ετερώνυμα όταν δεν έχουν τον ίδιο παρονομαστή.

A. 2. 3

21. Πως συγκρίνουμε δύο κλάσματα;

- ♦ Αν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.
- ♦ Αν δύο κλάσματα έχουν τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει τον μικρότερο παρονομαστή.
- ♦ Αν δύο κλάσματα είναι ετερόνυμα τα τρέπουμε πρώτα σε ομώνυμα και τότε μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει μεγαλύτερο αριθμητή.

A. 2. 4

22. Τι ονομάζεται μικτός αριθμός;

Ονομάζεται μεικτός αριθμός ένα σύμβολο της μορφής της μορφής $k \frac{\lambda}{\nu}$

που παριστάνει το άθροισμα του φυσικού αριθμού k με το κλάσμα $\frac{\lambda}{\nu}$

Δηλαδή, $k \frac{\lambda}{\nu} = k + \frac{\lambda}{\nu}$.

A. 2. 5

23. Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;

Δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.

A. 2. 6

24. Πότε ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο;

Ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο όταν ένας τουλάχιστον από τους όρους του είναι κλάσμα.

Κεφάλαιο 4^ο:

Εξισώσεις

A. 4. 1

25. Τι είναι εξίσωση, τι λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης και τι επίλυση μιας εξίσωσης;

- ♦ Η εξίσωση είναι μια ισότητα που περιέχει αριθμούς και ένα άγνωστο (μια μεταβλητή). Λύση (ή ρίζα) μιας εξίσωσης είναι ο αριθμός που όταν αντικαταστήσει τον αγνώστο, επαληθεύει την ισότητα.
- ♦ Επίλυση μιας εξίσωσης είναι η διαδικασία που κάνουμε για να βρούμε την λύση (ρίζα) της.
- ♦

26. Πως λύνονται οι εξισώσεις, $x + \alpha = \beta$, $x - \alpha = \beta$, $\alpha - x = \beta$, $\alpha \cdot x = \beta$, $x : \alpha = \beta$, $\alpha : x = \beta$ βάσει των ορισμών των πράξεων ;

Βάσει των ορισμών των πράξεων

- ♦ η εξίσωση $x + \alpha = \beta$ έχει λύση την $x = \beta - \alpha$
- ♦ η εξίσωση $x - \alpha = \beta$ έχει λύση την $x = \beta + \alpha$
- ♦ η εξίσωση $\alpha - x = \beta$ έχει λύση την $x = \alpha - \beta$
- ♦ η εξίσωση $\alpha \cdot x = \beta$ έχει λύση την $x = \beta : \alpha$
- ♦ η εξίσωση $x : \alpha = \beta$ έχει λύση την $x = \alpha \cdot \beta$
- ♦ η εξίσωση $\alpha : x = \beta$ έχει λύση την $x = \alpha : \beta$

27. Πότε μια εξίσωση λέγεται αδύνατη και πότε αόριστη;

- ♦ Μια εξίσωση λέγεται αδύνατη όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0 \cdot x = \beta \quad (\beta \neq 0)$$

- ♦ Μια εξίσωση λέγεται αόριστη (η ταυτότητα) όταν η τελική μορφή της είναι:

$$0 \cdot x = 0$$

Κεφάλαιο 7^ο: Θετικοί και Αρνητικοί αριθμοί

A. 7. 1

28. Τι είναι τα πρόσημα και πως χαρακτηρίζονται οι αριθμοί από αυτά;

Τα σύμβολα «+» και «-» που λέγονται **πρόσημα**, γράφονται πριν από τους αριθμούς και τους χαρακτηρίζουν, αντίστοιχα, ως **θετικούς** ή **αρνητικούς**. Το μηδέν δεν είναι ούτε θετικός ούτε αρνητικός αριθμός.

29. Πότε δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

Δύο ή περισσότεροι αριθμοί λέγονται **ομόσημοι** όταν έχουν το ίδιο πρόσημο και **ετερόσημοι** όταν έχουν διαφορετικό πρόσημο.

30. Ποιοι είναι οι ακέραιοι και ποιοι οι ρητοί αριθμοί;

Ακέραιοι αριθμοί είναι οι φυσικοί αριθμοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

Ρητοί αριθμοί είναι όλοι οι γνωστοί μας έως τώρα αριθμοί φυσικοί, κλάσματα και δεκαδικοί μαζί με τους αντίστοιχους αρνητικούς αριθμούς.

A. 7. 2

31. Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α και πως συμβολίζεται;

Η **απόλυτη τιμή** ενός ρητού αριθμού α εκφράζει την απόσταση του σημείου με τετμημένη α από την αρχή O του άξονα και συμβολίζεται με $|\alpha|$.

32. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίθετοι;

Δύο αριθμοί ονομάζονται **αντίθετοι** όταν είναι ετερόσημοι και έχουν την ίδια απόλυτη τιμή.

33. Ποιος είναι ο αντίθετος του αριθμού x ;

Ο αντίθετος του x είναι ο $-x$.

34. Πως ορίζεται η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού;

- ♦ Η **απόλυτη τιμή** ενός **θετικού ρητού αριθμού** είναι ο **ίδιος ο αριθμός**.
- ♦ Η **απόλυτη τιμή** ενός **αρνητικού ρητού αριθμού** είναι ο **αντίθετος του**.
- ♦ Η **απόλυτη τιμή του μηδενός** είναι το **μηδέν**.

A. 7. 3

35. Πως προσθέτουμε δύο ρητούς αριθμούς;

- ♦ Για να **προσθέσουμε δύο ομόσημους ρητούς** αριθμούς, **προσθέτουμε** τις απόλυτες τιμές τους και στο άθροισμα βάζουμε το πρόσημο τους.
- ♦ Για να **προσθέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς** αριθμούς, **αφαιρούμε** από τη μεγαλύτερη τη μικρότερη απόλυτη τιμή και στη διαφορά βάζουμε το πρόσημο του ρητού με τη μεγαλύτερη απόλυτη τιμή.

69. Ποιες είναι οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών ;

Οι ιδιότητες της πρόσθεσης των ρητών είναι:

- ♦ Η **αντιμεταθετική ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο προσθετέων ενός αθροίσματος**.

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha + \beta = \beta + \alpha$

- ♦ Η **προσεταιριστική ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα άθροισμα τριών προσθετέων α, β, γ ισχύει $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$**

- ♦ **Το άθροισμα ενός ρητού αριθμού με το μηδέν ισούται με τον ίδιο τον ρητό.**

Δηλαδή αν ο α είναι ρητός $\alpha + 0 = 0 + \alpha = \alpha$

- ♦ **Το άθροισμα δύο αντίθετων ρητών είναι μηδέν**

Δηλαδή αν ο α και ο $-\alpha$ είναι αντίθετοι ρητοί $\alpha + (-\alpha) = (-\alpha) + \alpha = 0$

A. 7. 4

70. Πως αφαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να αφαιρέσουμε από το ρητό αριθμό α το ρητό αριθμό β , προσθέτουμε στον α τον αντίθετο του β .

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha - \beta = \alpha + (-\beta)$

A. 7. 5

71. Πως πολλαπλασιάζουμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να πολλαπλασιάσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, πολλαπλασιάζουμε τις απόλυτες τιμές τους και στο γινόμενο βάζουμε το πρόσημο «-».

72. Ποιες είναι οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών ;

Οι ιδιότητες του πολλαπλασιασμού των ρητών είναι:

- ◆ **Η αντιμεταθετική ιδιότητα σύμφωνα με την οποία μπορούμε να αλλάξουμε τη σειρά δύο παραγόντων ενός γινομένου.**

Δηλαδή αν οι α, β είναι ρητοί αριθμοί τότε $\alpha \cdot \beta = \beta \cdot \alpha$

- ◆ **Η προσεταιριστική ιδιότητα σύμφωνα με την οποία αν έχουμε ένα γινόμενο τριών παραγόντων α, β, γ ισχύει $(\alpha \cdot \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot (\beta \cdot \gamma)$**

- ◆ **Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού με τη μονάδα ισούται με τον ίδιο τον ρητό.**

Δηλαδή αν α είναι ρητός $\alpha \cdot 1 = 1 \cdot \alpha = \alpha$

- ◆ **Επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την πρόσθεση και την αφαίρεση:**

$$\alpha \cdot (\beta + \gamma) = \alpha \cdot \beta + \alpha \cdot \gamma \quad \text{και} \quad \alpha \cdot (\beta - \gamma) = \alpha \cdot \beta - \alpha \cdot \gamma$$

- ◆ **Το γινόμενο ενός ρητού αριθμού επί το μηδέν ισούται με το μηδέν.**

Δηλαδή αν α είναι ρητός $\alpha \cdot 0 = 0 \cdot \alpha = 0$

73. Πότε δύο ρητοί αριθμοί λέγονται αντίστροφοι;

- ◆ **Δύο ρητοί αριθμοί α, β λέγονται αντίστροφοι όταν το γινόμενο τους είναι ίσο με την μονάδα.**
- ◆ **Ο καθένας από τους α και β είναι αντίστροφος του άλλου.**

A. 7. 6

74. Πως διαιρούμε δύο ρητούς αριθμούς;

Για να διαιρέσουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «+».

Για να διαιρέσουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς, διαιρούμε τις απόλυτες τιμές τους και στο πηλίκο βάζουμε το πρόσημο «-».

75. Ποιες είναι οι ιδιότητες της διαίρεσης των ρητών ;

♦ Το πηλίκο της διαίρεσης $\alpha : \beta$ ή $\frac{\alpha}{\beta}$ λέγεται **λόγος του α προς το β** και ορίζεται ως η μοναδική λύση της εξίσωσης $\beta \cdot x = \alpha$.

♦ Η διαίρεση $\frac{\alpha}{\beta}$ μπορεί και να γραφεί $\alpha \cdot \frac{1}{\beta}$, επομένως για να διαιρέσουμε δύο ρητούς

αριθμούς, αρκεί να πολλαπλασιάσουμε το διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

♦ **Διαίρεση με διαιρέτη το μηδέν δεν ορίζεται.**

A. 7. 8

76. Τι ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α , και εκθέτη το φυσικό αριθμό $n > 1$ και πως συμβολίζεται;

Ονομάζεται δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α , και εκθέτη το φυσικό αριθμό $n > 1$ και συμβολίζεται με α^n , το γινόμενο n παραγόντων ίσων με το α .

Δηλαδή αν ο α είναι ρητός και ο n φυσικός με $n > 1$

$$\alpha^n = \underbrace{\alpha \cdot \alpha \cdot \alpha \cdot \dots \cdot \alpha}_n \quad n \text{ παράγοντες}$$

77. Ποιο είναι το πρόσημο της δύναμης α^n με βάση το ρητό αριθμό α , και εκθέτη το φυσικό αριθμό $n > 1$ για τις διάφορες τιμές του α ;

♦ Η δύναμη α^n με βάση α θετικό ρητό και εκθέτη φυσικό $n > 1$, είναι θετικός αριθμός.

Δηλαδή, αν $\alpha > 0$, τότε $\alpha^n > 0$

♦ Η δύναμη α^n με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη άρτιο είναι θετικός αριθμός.

Δηλαδή αν $\alpha < 0$ και n άρτιος, τότε $\alpha^n > 0$

♦ Η δύναμη α^n με βάση α αρνητικό ρητό και εκθέτη περιττό είναι αρνητικός αριθμός.

Δηλαδή, αν $\alpha < 0$ και n περιττός, τότε $\alpha^n < 0$

78. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη φυσικό ;

- ♦ Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

Δηλαδή, $a^m \cdot a^v = a^{m+v}$

- ♦ Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

Δηλαδή, $a^m : a^v = a^{m-v}$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(a \cdot b)^v = a^v \cdot b^v$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(a : b)^v = a^v : b^v$

- ♦ Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

Δηλαδή, $(a^m)^v = a^{mv}$

A. 7. 9

79. Πως ορίζουμε τη δύναμη με βάση το ρητό αριθμό α , και εκθέτη ακέραιο ;

- ♦ Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός με εκθέτη το μηδέν είναι ίση με μονάδα.

Δηλαδή, $a^0 = 1$

- ♦ Η δύναμη κάθε αριθμού, διάφορου του μηδενός, με εκθέτη αρνητικό είναι ίση με κλάσμα που έχει αριθμητή τη μονάδα και παρονομαστή τη δύναμη του αριθμού αυτού με αντίθετο εκθέτη.

Δηλαδή, $a^{-v} = \frac{1}{a^v} = \left(\frac{1}{a}\right)^v$

- ♦ Επειδή οι $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\beta}{\alpha}$ είναι αντίστροφοι αριθμοί, όπως και οι α και $\frac{1}{\alpha}$ στην προηγούμενη σχέση, εξάγουμε το

συμπέρασμα ότι ισχύει:

$$\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^v$$

80. Ποιες είναι οι ιδιότητες των δυνάμεων ρητών με εκθέτη ακέραιο;

- ♦ Για να πολλαπλασιάσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη το άθροισμα των εκθετών.

Δηλαδή, $a^m \cdot a^v = a^{m+v}$

- ♦ Για να διαιρέσουμε δυνάμεις με την ίδια βάση, αφήνουμε την ίδια βάση και βάζουμε εκθέτη τη διαφορά του εκθέτη του διαιρέτη από τον εκθέτη του διαιρετέου.

Δηλαδή, $a^m : a^v = a^{m-v}$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα γινόμενο σε εκθέτη, υψώνουμε κάθε παράγοντα του γινομένου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha \cdot \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu}$

- ♦ Για να υψώσουμε ένα πηλίκο σε έναν εκθέτη, υψώνουμε καθένα από τους όρους του πηλίκου στον εκθέτη αυτό.

Δηλαδή, $(\alpha : \beta)^{\nu} = \alpha^{\nu} : \beta^{\nu}$

- ♦ Για να υψώσουμε μία δύναμη σε έναν εκθέτη, υψώνουμε τη βάση της δύναμης στο γινόμενο των εκθετών.

Δηλαδή, $(\alpha^{\mu})^{\nu} = \alpha^{\mu\nu}$

**ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ ΑΠΟ
ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΗΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ**

Κεφάλαιο 1^ο: Βασικές Γεωμετρικές έννοιες

B. 1.6

81. Ποια γωνία ονομάζεται:

i) ορθή, ii) οξεία, iii) αμβλεία, iv) ευθεία, v) μηδενική, vi) πλήρης ;

I. **Ονομάζεται ορθή γωνία η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 90°. Οι πλευρές μιας ορθής γωνίας είναι κάθετες.**

II. **Ονομάζεται οξεία γωνία, η γωνία της οποία το μέτρο είναι μικρότερο από 90°.**

III. **Ονομάζεται αμβλεία γωνία, η γωνία της οποία το μέτρο είναι μεγαλύτερο από 90°.**

IV. **Ονομάζεται ευθεία γωνία, η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 180°. Οι πλευρές μιας ευθείας γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες.**

V. **Ονομάζεται μηδενική γωνία, η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 0°. Οι πλευρές μιας μηδενικής γωνίας ταυτίζονται.**

VI. **Ονομάζεται πλήρης γωνία, η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 360°. Οι πλευρές μιας πλήρους γωνίας ταυτίζονται.**

82. Πότε δύο ευθείες είναι κάθετες και πως συμβολίζεται η καθετότητα τους;

- ♦ Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες, που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες, είναι ορθές.
- ♦ Για να δηλώσουμε ότι δύο ευθείες ε_1 και ε_2 είναι κάθετες, χρησιμοποιούμε το σύμβολο (\perp), γράφουμε $\varepsilon_1 \perp \varepsilon_2$ και διαβάζουμε: “**η ε_1 είναι κάθετη στην ε_2** ”.

83. Πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) λέγονται κάθετα;

Δύο ευθύγραμμα τμήματα (ή δύο ημιευθείες) που βρίσκονται πάνω σε δύο κάθετες ευθείες, λέγονται **κάθετα ευθύγραμμα τμήματα** (ή **κάθετες ημιευθείες**).

B. 1.7

84. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται εφεξής;

Ονομάζονται εφεξής δύο γωνίες που έχουν κοινή κορυφή, μια κοινή πλευρά και κανένα άλλο κοινό σημείο.

B. 1.8

85. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

Ονομάζονται παραπληρωματικές δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° .

86. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;

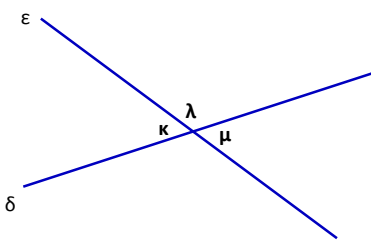
Ονομάζονται συμπληρωματικές δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° .

87. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν;

Ονομάζονται κατακορυφήν δύο γωνίες που οι πλευρές τους είναι αντικείμενες ημιευθείες.

88. Να αποδείξετε ότι οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.

Απόδειξη



Έχουμε, $\hat{\kappa} + \hat{\lambda} = 180^\circ$ και

$$\hat{\mu} + \hat{\lambda} = 180^\circ$$

Στις παραπάνω ισότητες παρατηρούμε ότι τα δεύτερα μέλη είναι ίσα άρα και τα πρώτα θα είναι ίσα.

$$\text{Δηλαδή: } \hat{\kappa} + \hat{\lambda} = \hat{\mu} + \hat{\lambda} \quad \text{ή } \hat{\kappa} = \hat{\mu} \quad \text{Ιδιότητα διαγραφής}$$

B. 1. 11

89. Τι ονομάζεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ ;

Ονομάζεται κύκλος με κέντρο O και ακτίνα ρ το επίπεδο σχήμα που όλα τα σημεία του απέχουν από το O απόσταση ίση με το ρ .

90. Τι ονομάζεται: i) Χορδή ii) Διάμετρος iii) Τόξο ενός κύκλου;

i. Ονομάζεται Χορδή κύκλου το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο σημεία του κύκλου.

ii. Ονομάζεται διάμετρος κύκλου κάθε χορδή του που περνά από το κέντρο του.

Μια διάμετρος κύκλου είναι μεγαλύτερη από κάθε άλλη χορδή του κύκλου και τον χωρίζει σε δύο ίσα μέρη που λέγονται ημικύκλια.

iii. Ονομάζεται τόξο κύκλου το μέρος του κύκλου που περιέχεται μεταξύ δύο σημείων του.

91. Τι ονομάζεται κυκλικός δίσκος με κέντρο O και ακτίνα ρ ;

Ονομάζεται κυκλικός δίσκος με κέντρο O και ακτίνα ρ το μέρος του επιπέδου που περιέχεται μέσα σ' έναν κύκλο με κέντρο O και ακτίνα ρ μαζί με τον κύκλο αυτόν.

B. 1. 12

92. Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία σε κύκλο (O, ρ) ;

Ονομάζεται επίκεντρη γωνία στον κύκλο (O, ρ) η γωνία που η κορυφή της συμπίπτει με το κέντρο του O του κύκλου.

93. Τι ονομάζεται αντίστοιχο τόξο επίκεντρης γωνίας σε κύκλο (O, ρ) ;

Ονομάζεται αντίστοιχο τόξο επίκεντρης γωνίας σε κύκλο (O, ρ) το τόξο του κύκλου που βρίσκεται στο εσωτερικό της.

94. Ποια σχέση συνδέει τις επίκεντρες γωνίες και τα αντίστοιχα τόξα τους;

♦ Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσες επίκεντρες γωνίες έχουν ίσα αντίστοιχα τόξα.

Και αντίστροφα:

♦ Σε έναν κύκλο ή σε ίσους κύκλους, δύο ίσα τόξα έχουν ίσες τις επίκεντρες γωνίες τους.

95. Πότε ένα τόξο κύκλου (O, ρ) λέγεται κυρτό και πότε μη κυρτό;

♦ Ένα τόξο του κύκλου (O, ρ) λέγεται κυρτό όταν η αντίστοιχη του επίκεντρη είναι κυρτή.

♦ Ένα τόξο του κύκλου (O, ρ) λέγεται μη κυρτό όταν η αντίστοιχη του επίκεντρη είναι μη κυρτή.

96. Τι ορίζουμε ως μέτρο ενός τόξου;

Ως μέτρο ενός τόξου ορίζουμε το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας

Κεφάλαιο 2^ο: Συμμετρία

B. 2. 3

97. Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος και ποιες είναι οι ιδιότητες της;

Ονομάζεται μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος η ευθεία που είναι κάθετη σ' αυτό και περνά από το μέσο του.

Οι ιδιότητες της μεσοκαθέτου είναι:

♦ Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος ισαπέχει από τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος.

♦ Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι σημείο της μεσοκαθέτου του ευθύγραμμου τμήματος.

♦ Η μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος είναι άξονας συμμετρίας του.

B. 2. 6

98. Ποιες είναι οι ιδιότητες δύο παραλλήλων ευθειών που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία;

Δύο παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μια τρίτη ευθεία σχηματίζουν:

- ◆ Τις εντός εναλλάξ γωνίες ίσες
- ◆ Τις εντός εκτός και επί τα αυτά γωνίες ίσες .
- ◆ Τις εντός και επί τα αυτά γωνίες παραπληρωματικές.
- ◆

Κεφάλαιο 3^ο: Τρίγωνα παραλληλόγραμμα τραπέζια

B. 3. 1

99. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται i) οξυγώνιο ii) ορθογώνιο iii) αμβλυγώνιο ;

- ◆ Ονομάζεται οξυγώνιο το τρίγωνο που όλες οι γωνίες του είναι οξείες
- ◆ Ονομάζεται ορθογώνιο το τρίγωνο που μια γωνία του είναι ορθή.
- ◆ Ονομάζεται αμβλυγώνιο το τρίγωνο που μια γωνία του είναι αμβλεία.

100. Ποιο τρίγωνο ονομάζεται: i) σκαληνό ii) ισοσκελές iii) ισόπλευρο ;

- ◆ Ονομάζεται σκαληνό το τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι άνισες.
- ◆ Ονομάζεται ισοσκελές το τρίγωνο που οι δύο πλευρές του είναι ίσες.
- ◆ Ονομάζεται ισόπλευρο το τρίγωνο που όλες οι πλευρές του είναι ίσες.

101. Τι ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου;

Ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει μια κορυφή του τριγώνου με το μέσο της απέναντι της πλευράς.

102. Τι ονομάζεται ύψος ενός τριγώνου;

Ονομάζεται ύψος ενός τριγώνου το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μια κορυφή του κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς.

103. Τι ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας;

Ονομάζεται διχοτόμος μιας γωνίας η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και χωρίζει την γωνία αυτή σε δύο ίσα μέρη.

B. 3. 2

104. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου $AB\Gamma$ είναι 180° .

Απόδειξη

Θεωρούμε το τρίγωνο $AB\Gamma$. Από το A φέρνουμε ευθεία $xy \parallel B\Gamma$.

Έχουμε τότε

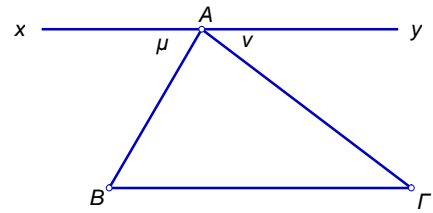
$$\hat{A} + \hat{\mu} + \hat{\nu} = 180^\circ \quad (1)$$

Οι γωνίες μ, B και οι γωνίες ν, Γ είναι αντίστοιχα εντός εναλλάξ, άρα έχουμε

$$\hat{\mu} = \hat{B} \quad (2) \quad \text{και} \quad \hat{\nu} = \hat{\Gamma} \quad (3)$$

I. Στην (1) αντικαταστήσουμε τις γωνίες μ, ν με τις

II. ίσες τους B, Γ και έχουμε $\hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} = 180^\circ$



105. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου;

Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο ισχύει ότι:

- ◆ Η ευθεία της διαμέσου, που αντιστοιχεί στη βάση είναι άξονας συμμετρίας του ισοσκελούς τριγώνου.
- ◆ Η διάμεσος, που αντιστοιχεί στη βάση είναι ύψος και διχοτόμος.
- ◆ Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς είναι ίσες.

106. Ποιες είναι οι ιδιότητες του ισοπλεύρου τριγώνου;

Σε κάθε ισοπλευρο τρίγωνο ισχύει ότι:

- ◆ Οι ευθείες των διαμέσων είναι άξονες συμμετρίας του ισοπλεύρου τριγώνου.
- ◆ Κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.
- ◆ Όλες οι πλευρές και όλες οι γωνίες του ισοπλεύρου τριγώνου είναι ίσες.

B

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ... από εξετάσεις

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

Χαρακτηρίστε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

α) Για να προσθέσουμε δυο ομώνυμα κλάσματα, προσθέτουμε τους αριθμητές και παρονομαστή αφήνουμε τον ίδιο.

β) Όταν αφαιρούμε δυο ετερόνυμα κλάσματα που οι αριθμητές τους είναι ο ίδιος αριθμός, το αποτέλεσμα είναι πάντα ίσο με το μηδέν

γ) Δυο κλάσματα που έχουν άθροισμα λέγονται αντίστροφα.

ΘΕΜΑ 2

α.Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα(ή ίσα);Να δωθεί ένα παράδειγμα.

β.Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;Να δωθεί ένα παράδειγμα.

ΘΕΜΑ 3

(α) Να επιλεγεί η σωστή απάντηση σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα :

1. Ο κύβος του αριθμού 2 είναι

- (i) 2^3 (ii) 3^2 (iii) 2^2

2. Στην ισότητα $42 \cdot \square = 42000$, ο αριθμός στο κουτάκι είναι

- (i) 10^2 (ii) 10^3 (iii) 10^5

3. Η παράσταση $\alpha \cdot \alpha \cdot \beta \cdot \beta$ είναι ίση με

- (i) $3 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta$ (ii) $\alpha^3 + \beta^2$ (iii) $\alpha^3 \cdot \beta^2$

4. Ο αριθμός $3 \cdot 5^2$ διαιρείται

- (i) με το 2 (ii) με το 3 (iii) με το 9

5. Ο αριθμός $(2^2 + 3)^2$ ισούται με

- (i) 36 (ii) 49 (iii) 72

(β) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Η ισότητα $60 = 6 \cdot 8 + 12$ παριστάνει **Ευκλείδεια διαίρεση**

2. Ο αριθμός 19 είναι **πρώτος**

3. Ο αριθμός $(2 \cdot 3)^2$ είναι **πολλαπλάσιο** του 9

4. Το 8 είναι **διαιρέτης** του 4
5. Ο αριθμός $2^2 + 3^2$ είναι **σύνθετος**

ΘΕΜΑ 4

A1. Τι ονομάζεται δύναμη ενός φυσικού αριθμού; Στη δύναμη 24^8 , ποιος αριθμός είναι η βάση της δύναμης και ποιος είναι ο εκθέτης;

A2. Να υπολογίσεις τις παρακάτω παραστάσεις:

α) $|-12| = \dots$ β) $-|-8| = \dots$ γ) $\frac{-10}{-5} = \dots$ δ) $\frac{+8}{-4} = \dots$

A3. Να αντιγράψεις στην κόλλα σου και να συμπληρώσεις με το κατάλληλο σύμβολο

$<$, $>$ ή $=$ τα κενά ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις.

α) $+5 \dots -13$ β) $-1999 \dots -|-1999|$ γ) $-9 \dots 0$ δ) $-1^{2012} \dots |-1|$

B. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεων σου την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η παράσταση $\beta + \beta + \beta$ ισούται με β^3 .

β. Η ισότητα $17 = 3 \cdot 5 + 2$ παριστάνει Ευκλείδεια Διαίρεση.

γ. Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 3 ή το 9, αν το τελευταίο του ψηφίο διαιρείται με το 3 ή το 9.

δ. Το σημείο (2,4), έχει τετμημένη ίση με 2 και τεταγμένη ίση με 4.

ε. Τα ανάλογα ποσά, στο ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων, παριστάνουν μία ημιευθεία που περνάει από την αρχή των αξόνων.

Γ. Να αντιστοιχίσεις στην κόλλα σου, κάθε αριθμό της στήλης Α, με το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή μαθηματική έκφραση από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Το δεκαπλάσιο ενός αριθμού, ισούται με 2.	A. $x \cdot y = 10$
2. Το μισό ενός αριθμού, ισούται με 10.	B. $10 \cdot x = 2$
3. Το γινόμενο δύο αριθμών είναι ίσο με 10.	Γ. $\frac{x}{2} = 10$
4. Ένας αριθμός ελαττωμένος κατά δέκα, ισούται με 2.	Δ. $x + 10 = 2$
5. Ένας αριθμός αυξημένος κατά 10, ισούται με 2.	E. $x - 10 = 2$

ΘΕΜΑ 5 :

Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά:

A) Ένα κλάσμα που δεν απλοποιείται άλλο λέγεται.....

B) Δύο κλάσματα που έχουν ίδιο παρανομαστή λέγονται.....

Γ) Δύο κλάσματα που έχουν διαφορετικό παρανομαστή λέγονται.....

Δ) Για να συγκρίνουμε δύο κλάσματα αυτά πρέπει να είναι

E) Ένα κλάσμα είναι ίσο με 1 αν ο αριθμητής του είναι με τον παρανομαστή.

Στ) Ένα κλάσμα είναι μικρότερο του 1 αν ο αριθμητής του είναι..... από τον παρανομαστή.

Ζ) Ένα κλάσμα είναι μεγαλύτερο του 1 αν ο αριθμητής του είναι από τον παρανομαστή.

ΘΕΜΑ 6 :

α) Πότε δύο ρητοί αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;

Δώστε ένα παράδειγμα ομόσημων αριθμών και ένα ετερόσημων.

β) Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι;

Δώστε ένα παράδειγμα αντίθετων αριθμών και ένα αντίστροφων αριθμών.

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) σωστό ή (Λ) λάθος.

i) $3 - 3 = 0$

ii) $-2 + 2 = 4$

iii) $2 \cdot \frac{1}{2} = 0$

iv) $(+3) \cdot (-3) = 0$

ΘΕΜΑ 7 :

α) Πότε δυο κλάσματα ονομάζονται ισοδύναμα; Γράψτε ένα παράδειγμα.

β) Να μεταφέρετε τις παρακάτω προτάσεις στην κόλλα σας με συμπληρωμένα τα κενά.

1. Το κλάσμα εκείνο που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται κλάσμα.

2. Όταν δύο ή περισσότερα κλάσματα έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται ενώ όταν έχουν διαφορετικούς παρονομαστές λέγονται

Όταν ένας αριθμός διαιρείται μόνο με τον εαυτό του και με τη μονάδα, ονομάζεται

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 8 :

A. Να αντιστοιχήσετε το είδος των γωνιών στην αριστερή στήλη με τις μοίρες στην δεξιά.

α) Ορθή i) 0

β) Οξεία ii) 100

γ) Αμβλεία iii) 90

δ) Ευθεία iv) 25

ε) Μηδενική v) 180

ς) Πλήρης vi) 360

vii) 580

B. Να δώσετε τον ορισμό της διχοτόμου μιας γωνίας.

ΘΕΜΑ 9 :

1. Ποιες γωνίες ονομάζουμε εφεξής;

2. Ποιες γωνίες ονομάζουμε κατακορυφήν;

3. Ποιες γωνίες ονομάζουμε παραπληρωματικές;

Να κάνετε ένα σχήμα για κάθε περίπτωση.

ΘΕΜΑ 10

(α) Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω προτάσεις με την κατάλληλη σε κάθε περίπτωση λέξη :

1. **Παραλληλόγραμμο** λέγεται το τετράπλευρο που έχει τις απέναντι πλευρές
2. **Ορθογώνιο** λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις γωνίες του
3. **Ρόμβος** λέγεται το παραλληλόγραμμο που έχει όλες τις πλευρές του
4. Το τετράπλευρο του οποίου **μόνο** δυο πλευρές είναι παράλληλες λέγεται
5. Το **τετράγωνο** είναι ταυτόχρονα ορθογώνιο και

(β) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

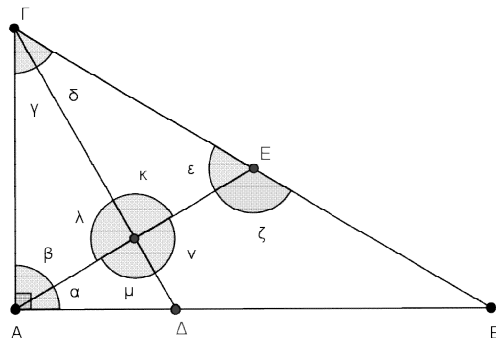
1. **Ορθογώνιο** τρίγωνο λέγεται το τρίγωνο εκείνο που έχει μια ορθή γωνία
2. **Οξυγώνιο** τρίγωνο λέγεται το τρίγωνο εκείνο που έχει μια οξεία γωνία
3. Ένα **ισοσκελές** τρίγωνο μπορεί να είναι και ορθογώνιο
4. Το **ισόπλευρο** τρίγωνο είναι πάντα οξυγώνιο
5. Στο **ισόπλευρο** τρίγωνο, κάθε **διάμεσος** είναι ύψος και διχοτόμος

ΘΕΜΑ 11 :

A. Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές, πότε συμπληρωματικές και πότε κατακορυφήν;

B. Στο διπλανό σχήμα το τρίγωνο ABΓ

είναι ορθογώνιο με $\hat{A} = 90^\circ$. Η ΓΔ είναι διχοτόμος και η ΑΕ είναι διάμεσος του τριγώνου. Να γράψετε ένα ζευγάρι κατακορυφήν γωνιών, ένα ζευγάρι παραπληρωματικών γωνιών, ένα ζευγάρι συμπληρωματικών γωνιών και ένα ζευγάρι ίσων γωνιών (όχι όμως κατακορυφήν).



Γ. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης :

Είδος γωνίας	Μέτρο γωνίας
A) Ορθή	1) Μικρότερο από 90°
B) Αμβλεία	2) Ίσο με 90°
Γ) Οξεία	3) Μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180°
Δ) Μη κυρτή	4) Ίσο με 180°
Ε) Ευθεία	5) Μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360°
	6) Ίσο με 360°

A	
B	
Γ	
Δ	
Ε	

ΘΕΜΑ 12

1. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και μετά να τον μεταφέρετε στην κόλλα σας, αντιστοιχίζοντας κάθε γωνία της στήλης Α, με το χαρακτηριστικό της που υπάρχει στην στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
Α. Ορθή γωνία	1. Το μέτρο της είναι 360°
Β. Ευθεία γωνία	2. Το μέτρο της είναι 180°
Γ. Πλήρης γωνία	3. Το μέτρο της είναι 90°
Δ. Αμβλεία γωνία	4. Γωνία με μέτρο μικρότερο των 90°
Ε. Οξεία γωνία	5. Γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των 90° και μικρότερο των 180°

Α	
Β	
Γ	
Δ	
Ε	

2. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;

3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

Εφεξής λέγονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια _____, μία _____ πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.

ΘΕΜΑ 13 :

B1. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;

B2. Να βρείτε την παραπληρωματική της γωνίας 72° .

B3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

α) _____ γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.

β) Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν κοινή _____ και τις πλευρές τους _____ ημιευθείες.

ΘΕΜΑ 14

A) Να χαρακτηρίσεις τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας στην κόλλα σου, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Οξεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 90°
- ii. Πλήρης λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι 180° .
- iii. Οι πλευρές της ορθής γωνίας είναι αντικείμενες ημιευθείες
- iv. Μια γωνία λέγεται αμβλεία όταν είναι μικρότερη από 90° .

B) Να γράψεις στην κόλλα σου ολοκληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις:

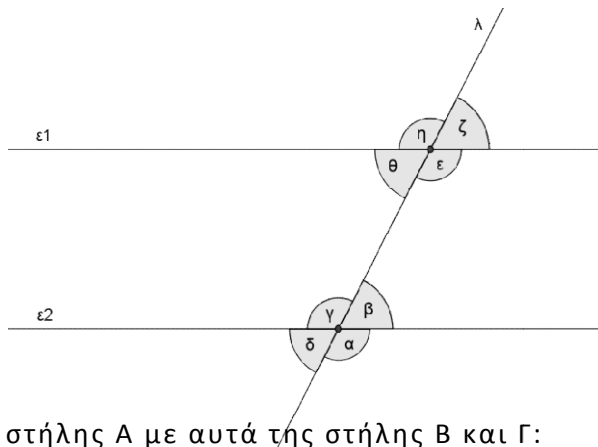
- I. Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° ονομάζονται
- II. Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 90° ονομάζονται

ΘΕΜΑ 15

A. Να γράψετε τι ονομάζεται μεσοκάθετος τμήματος και ποια είναι η βασική ιδιότητά της.

B. Στο παρακάτω σχήμα

οι ευθείες $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 // \varepsilon_2$) και τέμνονται από την ευθεία λ .



Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης A με αυτά της στήλης B και Γ:

ΣΤΗΛΗ Α (ΖΕΥΓΗ ΓΩΝΙΩΝ)	ΣΤΗΛΗ Β (ΟΝΟΜΑΣΙΑ)	ΣΤΗΛΗ Γ (ΣΧΕΣΗ ΓΩΝΙΩΝ)
1. α, γ	α. Εντός εκτός κι επί τ' αυτά	i) Ίσες
2. α, ε	β. Εντός εναλλάξ	ii) Παραπληρωματικές
3. β, θ	γ. Κατακορυφήν	
4. γ, ζ	δ. Εντός κι επί τ' αυτά	
5. β, ε	ε. Εντός εκτός εναλλάξ	

ΣΤΗΛΗ Α	1	2	3	4	5
ΣΤΗΛΗ Β					
ΣΤΗΛΗ Γ					

ΘΕΜΑ 16

A1. Ποιά είναι τα κύρια και ποια τα δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου; Τι ονομάζεται διάμεσος ενός τριγώνου;

A2. Να υπολογίσεις τη παραπληρωματική γωνία της $\hat{\theta} \gamma = 125^\circ$. Να κάνεις κατάλληλο σχήμα.

A3. Να σχεδιάσεις έναν κύκλο (Κ, 2 cm). Στη συνέχεια να φέρεις μία εφαπτόμενη ευθεία στον κύκλο. Πόσα κοινά σημεία έχει με αυτόν;

B. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεων σου την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Εφεξής γωνίες, λέγονται δύο ή περισσότερες γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μία κοινή πλευρά και κανένα άλλο κοινό σημείο.

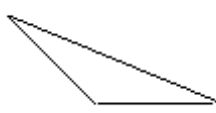
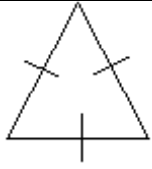
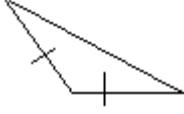
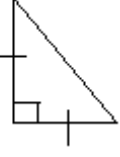
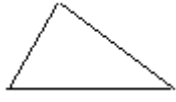
β. Η μη κυρτή γωνία έχει μέτρο μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360° .

γ. Η διάμετρος είναι η μεγαλύτερη χορδή του κύκλου και είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερη από την ακτίνα του κύκλου.

δ. Κάθε σημείο που ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος, βρίσκεται πάνω στη μεσοκάθετό του.

ε. Σε κάθε ισόπλευρο τρίγωνο, κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.

Γ. Να αντιστοιχίσεις στην κόλλα σου, κάθε αριθμό της στήλης Α, με το γράμμα που αντιστοιχεί στο σωστό σχήμα από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Ισοσκελές και ορθογώνιο.	 Α.
2. Σκαληνό και οξυγώνιο.	 Β.
3. Ισόπλευρο και οξυγώνιο.	 Γ.
4. Ισοσκελές και αμβλυγώνιο.	 Δ.
5. Σκαληνό και αμβλυγώνιο.	 Ε.

ΘΕΜΑ 17 :

Να απαντήσετε στις παρακάτω ερωτήσεις :

- α) Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές ;
- β) Πότε δύο γωνίες λέγονται συμπληρωματικές ;
- γ) Τι ονομάζουμε οξεία γωνία ;
- δ) Πότε ένα τρίγωνο λέγεται ισόπλευρο ;

ΘΕΜΑ 18

Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία της στήλης Α του παρακάτω πίνακα με το μέτρο της στη στήλη Β συμπληρώνοντας τον πίνακα που ακολουθεί.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. Ορθή γωνία	Α. 0°
2. Ευθεία γωνία	Β. 1°
3. Πλήρης γωνία	Γ. 360°
4. Μηδενική γωνία	Δ. 90°
	Ε. 180°

1	2	3	4



ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ 1

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 3^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 5 - 10^2 : 5 \text{ και } B = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} : \frac{1}{2} + 10 \frac{2}{3}$$

- α) Να αποδείξετε ότι $A = 18$ και $B = 12$
β) Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των A και B
γ) Να λύσετε την εξίσωση $A \cdot x = B$

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = \frac{17}{4} - \frac{25}{20} + (3^2 - 2^3)^{2012}$ και $B = \frac{6}{5} : \frac{3}{25} - 4 : \frac{1}{2}$.

- A. Να εκτελέσετε τις πράξεις και να δείξετε ότι $A=4$ και $B=2$.
B. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{x}{B} = A$

ΘΕΜΑ 3

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = (25 - 3) \cdot 2 + (2^3 : 4) + 2^2$, $\beta = 2 \cdot (4 \cdot 5 - 10) + 12 : 3 + 1^{2012}$

- A1. Να αποδειχθεί ότι $\alpha = 50$ και $\beta = 25$.
A2. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $\Gamma = \alpha + \beta$, όπου α και β τα αποτελέσματα του A1 ερωτήματος, διαιρείται συγχρόνως με το 3 και το 5.

ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{2}{11} + \frac{5}{11}$, $B = \left(\frac{9}{4} - \frac{3}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{4}{3}\right)$, $\Gamma = \frac{\frac{2}{7}}{\frac{1}{2}}$

- B1. Να αποδειχθεί ότι $A = \frac{7}{11}$ και $B = \frac{7}{4}$.
B2. Να αποδειχθεί ότι $\Gamma = \frac{4}{7}$ και να συγκρίνεται τα κλάσματα A και B του ερωτήματος B1.
B3. Να βρεθεί το γινόμενο $B \cdot \Gamma$. Τι συμπέρασμα βγάξετε για τους αριθμούς B και Γ ;

ΘΕΜΑ 5

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = 4^2 - 2^4 \quad B = \frac{19}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad \Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3}$$

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραπάνω παραστάσεων.

B. Αν $\Delta = (B - \Gamma)^2 - (A + 1)^{2004} - (\Gamma - 2)^{2012}$, όπου τα A, B και Γ είναι οι τιμές των προηγούμενων παραστάσεων, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Δ.

ΘΕΜΑ 6

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = (3^2 - 4) \cdot 3 - (6^2 : 3) + 2$, $\beta = 3 \cdot (3 \cdot 4 + 2^2) - (5^2 - 7^1) : 1^3$

A1. Να αποδείξετε ότι $\alpha = 5$, $\beta = 30$.

A2. Να βρείτε τον ΜΚΔ(α,β) και το ΕΚΠ(α,β), όπου α και β τα αποτελέσματα του ερωτήματος A1.

ΘΕΜΑ 7

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \cdot 4$, $B = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{2}\right)$, $\Gamma = \frac{\frac{3}{4} : \frac{5}{4}}{2 : \frac{1}{2}}$

B1. Να αποδείξετε ότι $A = \frac{6}{5}$..

B2. Να αποδείξετε ότι $B = \frac{11}{60}$ και μετά να συγκρίνετε τα κλάσματα A και B.

B3. Να αποδείξετε ότι $\Gamma = \frac{3}{20}$

ΘΕΜΑ 8

(i) Να υπολογιστούν οι παραστάσεις :

$$\alpha = 5^2 - 4^2 + 3 \quad \text{και} \quad \beta = 4 \cdot (2^3 - 5) + 24 : 3$$

(ii) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ μέχρι να γίνει ανάγωγο

(iii) Να αναλυθούν οι αριθμοί α και β σε γινόμενα πρώτων παραγόντων

(όπου α και β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα (i))

ΘΕΜΑ 9

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 3 + 4 - 2 \cdot 7 + 2^2 + 3^2 \quad \text{και} \quad B = 40 : 5 + 3 \cdot 3^1 + 3^3 - 4 \cdot 2$$

Να δείξετε ότι

$$A = 6$$

$$B = 36$$

ΘΕΜΑ 10

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$K = (2^3 \cdot 6 \cdot 1^{2012}) \quad \Lambda = \left(\frac{2}{3} - \frac{6}{4}\right) : \frac{2}{3} \quad M = 3 \cdot (-2 + 1) - 4 \cdot (-1 + 2 - 3)$$

A1. Να υπολογίσεις τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων K, Λ και M.

A2. Αν $K = 2$, $\Lambda = -\frac{5}{4}$ και $M = 5$, να υπολογίσεις τις τιμές των παραστάσεων:

α) $K \cdot M$ β) $\Lambda - K$ γ) $M : \Lambda$

ΘΕΜΑ 11

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, $B = 3 \cdot \frac{2}{5}$ και $\Gamma = A \cdot B$

- α) Να υπολογίσετε την παράσταση A
β) Να υπολογίσετε την παράσταση B
γ) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\Gamma = A \cdot B$

ΘΕΜΑ 12

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{3}{4} - \frac{2}{3}, \quad B = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \quad \text{και} \quad \Gamma = \frac{28}{21} : \frac{5}{3}$$

- i) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{1}{12}$, $B = \frac{5}{8}$ και $\Gamma = \frac{4}{5}$
ii) Να διατάξετε τους αριθμούς A, B, Γ από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.
iii) Να υπολογίσετε το γινόμενο $B \cdot \Gamma$ και να απλοποιήσετε το αποτέλεσμα.
iv) Να βρείτε ένα κλάσμα ισοδύναμο με το B

ΘΕΜΑ 13

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\alpha = (6^2 + 3 \cdot 4 - 47)^{2012} + (3^3 - 3 \cdot 9)^{75}$$
$$\beta = (3^2 - 2^3) \cdot 2 + (4 - 5) \cdot (-1)$$
$$\gamma = 8 \cdot (7 - 5) - (2 - 3) - 3 \cdot 4$$

- i) Να υπολογιστούν τα α , β , γ
ii) Αν $\alpha = 1$, $\beta = 3$ και $\gamma = 5$, να υπολογιστούν οι παραστάσεις:
- $$A = \alpha \cdot \beta + (\gamma + \alpha) : \beta$$
- $$B = \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 - (\gamma - \alpha - \beta)^{100}$$
- $$\Gamma = 4 \cdot \beta^2 + (\alpha \cdot \gamma)^2 - \alpha^2 \cdot \beta$$

ΘΕΜΑ 14

Δίνονται τα κλάσματα

$$A = \frac{2^3 + 2^2}{2(2^2 + 1)}, \quad B = \frac{5^2 \cdot 4 + 6 \cdot 4 - 1}{(4^2 + 3^2) \cdot (2^3 - 2^2)}$$

- α) Να απλοποιήσετε το κλάσμα A και να το συγκρίνετε με τη μονάδα
β) Να απλοποιήσετε το κλάσμα B και να το συγκρίνετε με το A

ΘΕΜΑ 15

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{8}{9} : \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{5}{3}$$

$$B = \frac{3}{5} \cdot \left(3 - 1\frac{1}{4} \right) - \left(\frac{7}{2} - 2\frac{3}{4} \right)$$

$$\Gamma = 6 \cdot 3^2 - 7^2 \cdot (3^2 - 2^3)^{2012}$$

α) Να αποδείξετε ότι $A = \frac{5}{2}$, $B = \frac{3}{10}$, $\Gamma = 5$

β) Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{1}{\Gamma}$, B και να βρείτε ένα κλάσμα μεταξύ των κλασμάτων αυτών.

ΘΕΜΑ 16

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$A = 4^2 - 2^4 \quad B = \frac{19}{3} - \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \quad \Gamma = 6 : \frac{3}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{14}{3}$$

Α. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραπάνω παραστάσεων.

Β. Αν $\Delta = (B - \Gamma)^2 - (A + 1)^{2004} - (\Gamma - 2)^{2012}$, όπου τα A , B και Γ είναι οι τιμές των προηγούμενων παραστάσεων, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης Δ .

Γ. Χρησιμοποιώντας τους παραπάνω αριθμούς A , B , Γ ως ψηφία, μια φορά το καθένα να γράψετε το μεγαλύτερο τριψήφιο φυσικό αριθμό και να τον αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

ΘΕΜΑ 17

Δίνονται οι παραστάσεις $A = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$, $B = 3 \cdot \frac{2}{5}$ και $\Gamma = A \cdot B$

- α) Να υπολογίσετε την παράσταση A
- β) Να υπολογίσετε την παράσταση B
- γ) Να υπολογίσετε το γινόμενο $\Gamma = A \cdot B$

ΘΕΜΑ 18

Α. Να αναλύσετε τον αριθμό 630 σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

Β. Να βρείτε το Μ.Κ.Δ. και μ.κ.λ. των αριθμών 5, 6 και 12.

Γ. Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $\Pi = (2^3 + 1) : (5^2 - 11 \cdot 2) + (3^2 - 2^3)^{100}$

ΘΕΜΑ 19

Να γίνουν οι πράξεις :

ι) $3^2 + (2^3 - 12 : 4 + 3) - 5$

ιι) $18,3 : 6,1 + (24 - 3^2 \cdot 2)$

ΘΕΜΑ 20

Να υπολογιστεί η παράσταση: $A = (5 - 2\frac{1}{3}) : 8 + (9\frac{2}{10} - \frac{11}{5}) : (\frac{9}{2} + \frac{1}{6})$.

ΘΕΜΑ 21

Να βρεθούν οι αριθμοί χ και ψ αν $3\chi + 3 = 18$ και $2\psi - 4 = 4$ και κατόπιν να υπολογιστούν οι παραστάσεις :

$$A = (x^2\psi + x\psi^2) : (x^2\psi - x\psi^2)$$

$$B = (x^2\psi + x\psi^2) - (x^2\psi - x\psi^2)$$

ΘΕΜΑ 21

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:

Αν $\chi + 2 = 3$ τότε $\chi = \dots\dots$

Αν $5 + \chi = 7$ τότε $\chi = \dots\dots$

Αν $\chi - 9 = 1$ τότε $\chi = \dots\dots$

Αν $7 - \chi = 5$ τότε $\chi = \dots\dots$

ΘΕΜΑ 22

Συμπληρώστε τις παρακάτω προτάσεις:

Αν $\chi \cdot 3 = 18$ τότε $\chi = \dots\dots$

Αν $4 \cdot \chi = 15$ τότε $\chi = \dots\dots$

Αν $\chi : 3 = 20$ τότε $\chi = \dots\dots$

Αν $7 : \chi = 2$ τότε $\chi = \dots\dots$

ΘΕΜΑ 23

Υπολογίστε την τιμή της παρακάτω αριθμητικής παράστασης

όταν $\alpha = 4$, $\beta = 3$, $\gamma = 10$

$$\Pi = \alpha^3 + \beta^3 + 2\gamma^3 - (\alpha - \beta)(\alpha^2 + \beta^2 - \alpha\beta) + 3$$

ΘΕΜΑ 24

Στο διπλάσιο ενός αριθμού προσθέτουμε το 5 και βρίσκουμε 17.

α) Ποια από τις παρακάτω 4 ισότητες περιγράφει με μαθηματικό τρόπο, (εξίσωση), την παραπάνω πρόταση;

A. $5 \cdot 2 + \chi = 17$ B. $5 + \chi + 2 = 17$ Γ. $5\chi + 2 = 17$ Δ. $2\chi + 5 = 17$

β) Ποιος από τους παρακάτω αριθμούς επαληθεύει την ισότητα που βρήκατε

A. 7 B. 10 Γ. 3 Δ. 6

ΘΕΜΑ 25

i) Να υπολογίσετε τα αθροίσματα: $A = \frac{5}{3} + \frac{2}{3}$, $B = \frac{6}{9} + \frac{1}{3}$, $\Gamma = \frac{5}{6} + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

ii) Να υπολογισθεί το $A+B-\Gamma$.

ΘΕΜΑ 26

α) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = (3^2 - 2^3) \cdot (5 \cdot 2 - 3^2) + (4 \cdot 3^2 - 3 \cdot 11) \cdot \left(\frac{5}{2} \cdot 0,5 - 1\right)$$

$$B = \left(\frac{5}{6} + \frac{4}{3}\right) - \frac{13}{12} + (2^2 + 3 \cdot 5) : \frac{19}{5}$$

β) Να συγκρίνετε τους αριθμούς: $\frac{A}{B} + 1$ και $\frac{B}{A} - 1$ όπου A, B οι τιμές των προηγούμενων παραστάσεων.

ΘΕΜΑ 27

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 5^2 - 4 \cdot 5 + (2^3 : 4 - 1) \cdot 2 - 6 \text{ και}$$

$$B = (-1) \cdot (-2) \cdot (-3) - 4 : (-2) - (3 - 4) \cdot (-2) - (-1)$$

α) Να αποδείξετε ότι $A+1$ και $B=-5$.

β) βρεθεί η τιμή της παράστασης: $\frac{A}{2} + \frac{B}{3} + 1$.

ΘΕΜΑ 28

Δίνονται οι παρακάτω αριθμητικές παραστάσεις:

$$A = (-6) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) - \left(2 - \frac{5}{2}\right) : \frac{1}{2}, \quad B = 13 - 14 \cdot (-7) + (8 - 23) + (-2)^2$$

Να δείξετε ότι για τις τιμές των παραστάσεων A και B ισχύει ότι $A^2=B$.

(Υποδείξεις-απαντήσεις: $A=10$, $B=100$)

ΘΕΜΑ 29

Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) \frac{1}{5} - \left(\frac{3}{10} - \frac{1}{10}\right)$$

$$\beta) \left(7 + \frac{1}{3}\right) : \left(6 - \frac{2}{3}\right)$$

$$\gamma) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3}\right)$$

ΘΕΜΑ 30

Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\alpha) \frac{5-\lambda}{6} = 0$$

$$\beta) \frac{x+5}{6} = 1$$

$$\gamma) \frac{\kappa-2}{10} = 1$$

ΘΕΜΑ 31

Για τους αριθμούς α, β ισχύει ότι $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{3}$

α. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\Pi = \left(\frac{\alpha + \beta}{\beta} \right) - \left(\frac{\beta - \alpha}{\beta} \right)^2$$

β. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:

- Αν ο αριθμός β είναι ο 6 τότε ο αριθμός $\alpha = \dots$
- Αν ο αριθμός β είναι ο 0,3 τότε ο αριθμός $\alpha = \dots$
- Αν ο αριθμός β είναι ο 12 τότε ο αριθμός $\alpha = \dots$
- Αν ο αριθμός β είναι ο $\frac{3}{2}$ τότε ο αριθμός $\alpha = \dots$

ΘΕΜΑ 32

Έστω

$$\chi = (3^2 - 2^3)^{2008} + (2^4 - 4^2)^{100} \cdot 3^{12} + 2 \quad \text{και} \quad \psi = 3 \cdot (7^2 - 6 \cdot 2^3)^4 - (13 - 3 \cdot 2^2) \cdot [2^4 - (4^3 - 2 \cdot 5^2)]$$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των χ και ψ

β) Να συγκρίνετε τα κλάσματα $\frac{\chi}{\psi}$ και $\frac{\psi}{\chi}$.

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \frac{1 - \frac{\psi}{\chi}}{\chi - \frac{5}{\psi}} + \frac{\psi}{\chi} + \frac{\chi}{\psi}$.

ΘΕΜΑ 33

α. Να βρείτε ένα κλάσμα πιο μεγάλο από το $\frac{1}{3}$ που να έχει τον αριθμητή του 1.

β. Να βρείτε ένα κλάσμα πιο μικρό από το 1 που να έχει τον παρονομαστή του 2.

γ. Να συγκρίνεται τα δύο κλάσματα που βρήκατε στα προηγούμενα ερωτήματα.

δ. Να βρείτε το άθροισμα την διαφορά το γινόμενο και το πηλίκο των δύο κλασμάτων που βρήκατε στα προηγούμενα ερωτήματα α και β.

ΘΕΜΑ 34

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης: $A = (3^2 \cdot 2 - 2^3)^2 - 1^{2008} - (4^2 : 2 - 6) - 2 \cdot (10^3 : 20 - 2)$

ΘΕΜΑ 35

Να λύσετε τις εξισώσεις :

α) $4x + 3 = 7$

δ) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}(x + 3) = \frac{1}{6}x + \frac{5}{2}$

β) $3 \cdot (x + 4) = 15$

ε) $\frac{3x + 1}{2} - x = \frac{6x + 9}{7}$

γ) $\frac{8\chi - 10}{2} = 3\chi$

ΘΕΜΑ 36

Αν $\alpha = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} : \left(\frac{1}{3} - 2\frac{1}{8}\right)$ και $\beta = \frac{2}{5} : \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{10}\right)$ να λυθεί η εξίσωση: $2\alpha x - \beta = 2^4 - 2\left(\frac{8}{5} + \frac{3^2}{10}\right)$

ΘΕΜΑ 37

Να υπολογίσετε την τιμή της αριθμητικής παράστασης:

$$A = 2^5 : (5^2 - 3^2) + (2^2 \cdot 3)^2 : 3^2 - 4 \cdot (4 \cdot 9 - 2^2 \cdot 5) : 2^2 \quad A = 2$$

$$B = (3 \cdot 4 - 4)^2 : 4 \cdot (4 \cdot 5 - 2^2) + 4(2^3 \cdot 3) : (6^2 - 4 \cdot 5) - (5^2 \cdot 4) : 10 \quad B = 0$$

$$\Gamma = 2 \cdot (0,4 - 0,1)^2 \cdot 10^2 + 3 \cdot (0,05 - 0,03)^2 \cdot 10^4 - (3,4 - 2) \cdot (6 \cdot 2 - 5) \cdot 10 \quad \Gamma = 13,2$$

$$\Delta = (4^2 - 7) \cdot 2^3 - 8 \cdot 5 : 10 \quad \Delta = 68$$

$$E = 2 \cdot 3^2 + 5 \cdot 9 + 15^2 - (21 \cdot 3^2 + 6) \quad E = 93$$

ΘΕΜΑ 38

α) Να κάνετε τις πράξεις:

$$25 - (14 - 7 \cdot 2)^9 + 6(2^5 - 3 \cdot 7 - 7)^2 : 2^3 - (6^5 : 6^3 - 6) =$$

β) Αν $5\chi + 2\psi = 12$ να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $\Pi = 5(\chi + \psi) - 3(\psi + 3)$

ΘΕΜΑ 39

Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{\chi}{2} - \frac{\chi + 2}{3} = \frac{2\chi - 7}{6}$

ΘΕΜΑ 40

Δίνονται οι παραστάσεις $\chi = \frac{1}{8} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$ και $\psi = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}\right) : \frac{5}{3}$

i) Να δείξετε ότι $\chi = \frac{1}{2}$ και $\psi = \frac{6}{5}$

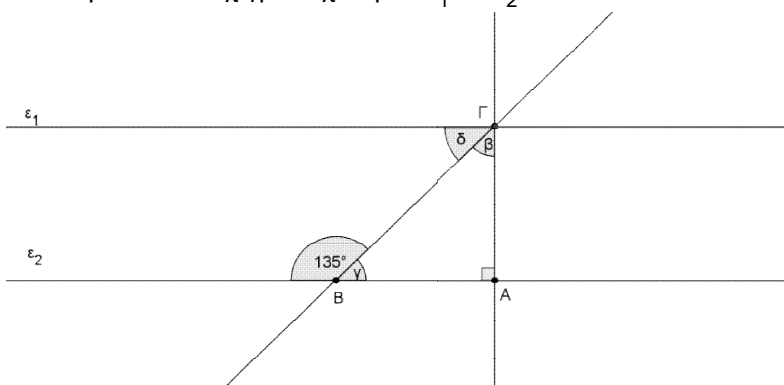
ii) Να μετατρέψετε σε απλό το κλάσμα $\frac{\chi}{\psi}$

iii) Να συγκρίνετε το χ με το 1, το ψ με το 1 και το χ με το ψ , δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

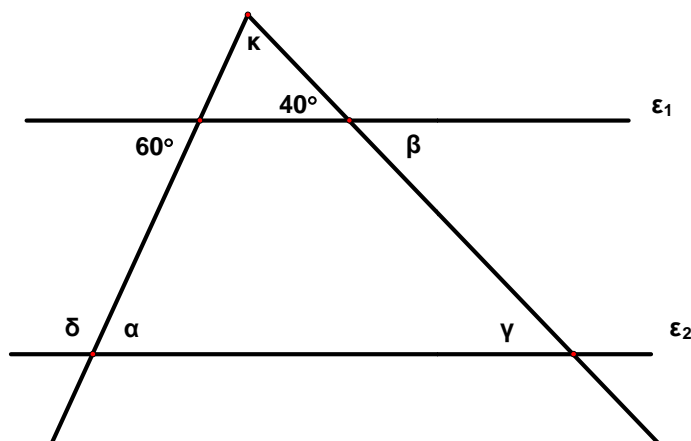
Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $\hat{A} = 90^\circ$.



- A. Να υπολογίσετε τις γωνίες γ , β , δ .
 B. Να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ.

ΘΕΜΑ 2

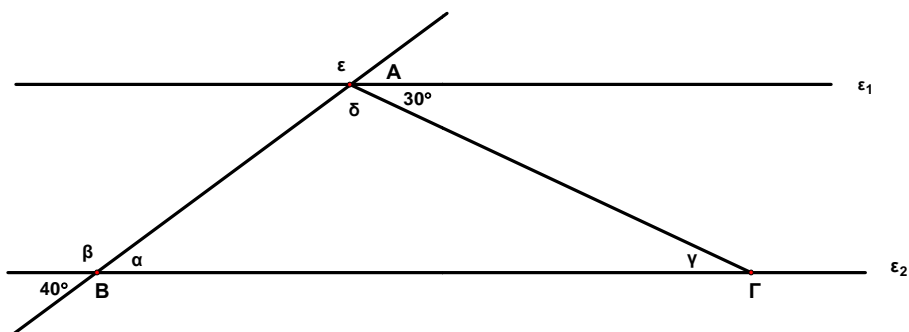
Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.



- Γ1. Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\alpha}$ και $\hat{\beta}$.
 Γ2. Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$.
 Γ3. Να υπολογιστεί η γωνία $\hat{\kappa}$.

ΘΕΜΑ 3

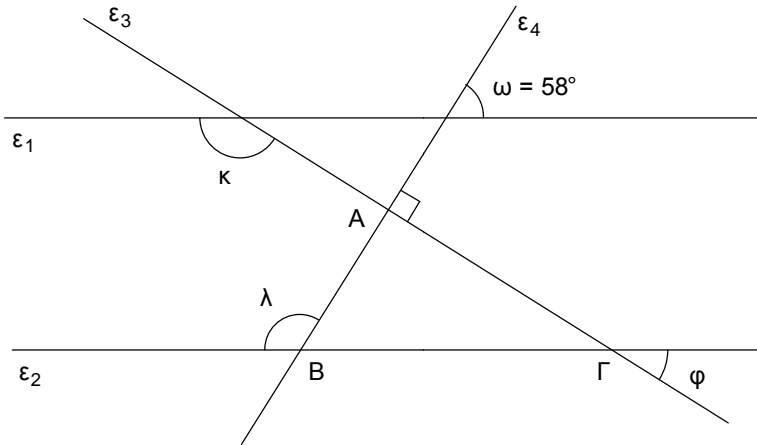
Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.



- Γ1. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$.
 Γ2. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$ και να βρείτε το είδος του τριγώνου ABΓ ως προς τις γωνίες του.

ΘΕΜΑ 4

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Οι ευθείες ϵ_3 και ϵ_4 είναι κάθετες στο A, ενώ η γωνία $\omega = 58^\circ$.



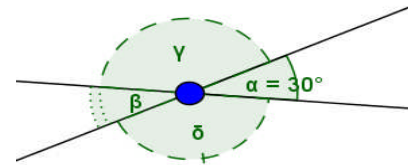
Να υπολογιστούν :

- (i) Οι γωνίες ABΓ και ΑΓΒ στο τρίγωνο ABΓ που σχηματίζεται
- (ii) Η γωνία κ
- (iii) Η γωνία φ

ΘΕΜΑ 5

Στο παρακάτω σχήμα η γωνία $\hat{\alpha}$ είναι 30° .

- 1) Να βρεις ποια ζεύγη γωνιών είναι κατακορυφήν
- 2) Να βρεις ποια ζεύγη γωνιών είναι παραπληρωματικές
- 3) Να αποδείξεις ότι η γωνία $\hat{\beta} = 30^\circ$ και η γωνία $\hat{\gamma} = 150^\circ$

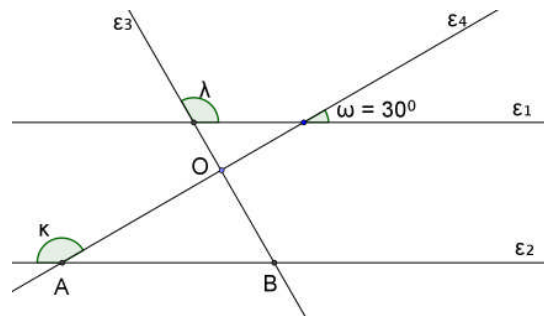


ΘΕΜΑ 6

Στο διπλανό σχήμα είναι $\epsilon_1 // \epsilon_2$ και $\epsilon_3 \perp \epsilon_4$.

Αν $\hat{\omega} = 30^\circ$, να υπολογίσετε:

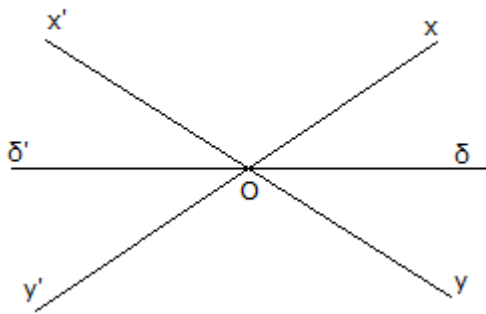
- i) Τις γωνίες του τριγώνου OAB.
 - ii) Τις γωνίες \hat{k} και $\hat{\lambda}$.
- (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)



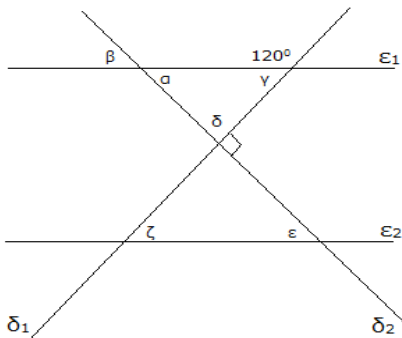
ΘΕΜΑ 7

A1. Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ABΓ, η μία γωνία που αντιστοιχεί στη βάση του είναι $\hat{B} = 75^\circ$. Να βρείτε τις υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου και να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

A2. Στο παρακάτω σχήμα δίνονται οι ευθείες $x'x$, $y'y$ και $\delta'\delta$ που τέμνονται στο σημείο O. Η ημιευθεία Oδ είναι διχοτόμος της γωνίας $\angle xOy$. Αν η γωνία $\angle xOy$ είναι 50° , να υπολογίσεις χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου τις γωνίες: $\angle xO\delta$, $\angle \delta Oy$, $\angle x'Oy'$, $\angle \delta'O\delta'$, και $\angle \delta'Oy'$. Να αιτιολογήσεις την απάντησή σου σε κάθε περίπτωση.

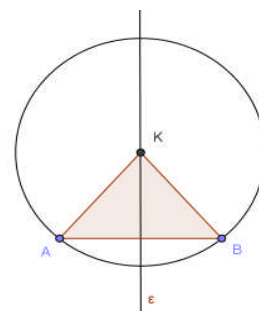


A3. Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία ϵ_1 είναι παράλληλη με την ευθεία ϵ_2 και τέμνονται από τις ευθείες δ_1 και δ_2 . Οι ευθείες δ_1 και δ_2 τέμνονται κάθετα. Χωρίς να χρησιμοποιήσεις μοιρογνωμόνιο, να υπολογίσεις τις γωνίες: α , β , γ , δ , ϵ και ζ . Να αιτιολογήσεις τις απαντήσεις σου σε κάθε περίπτωση.



ΘΕΜΑ 8

Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία ϵ είναι μεσοκάθετος της χορδής AB του κύκλου. Οι AK και BK είναι ακτίνες του κύκλου. Να εξηγήσετε γιατί το κέντρο K του κύκλου είναι σημείο της μεσοκαθέτου ϵ .



ΘΕΜΑ 9

Δύο γωνίες ϕ και ω είναι παραπληρωματικές και η ϕ είναι κατά 30° μικρότερη από το διπλάσιο της ω . Να βρείτε τις γωνίες.

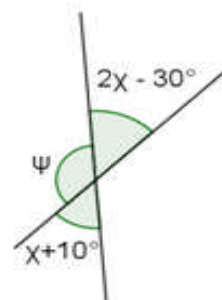
ΘΕΜΑ 10

Σε ένα τρίγωνο ABΓ η γωνία A είναι διπλάσια από τη B και η γωνία Γ είναι το ένα τρίτο της B. Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου.

ΘΕΜΑ 11

Στο διπλανό σχήμα δίνεται: $\epsilon_1 // \epsilon_2$ και $OA = OB$.

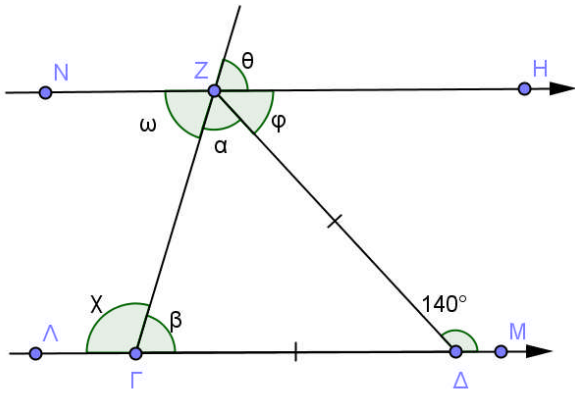
- A. Να βρεθούν οι γωνίες ω και ϕ .
- B. Να βρεθούν οι γωνίες θ και κ .
- Γ. Να δείξετε ότι το τρίγωνο OΓΔ είναι ισοσκελές



ΘΕΜΑ 12

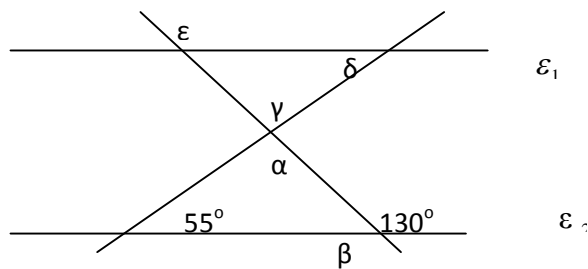
Στο πιο κάτω σχήμα $NH // LM$ και $Z\Delta = \Gamma\Delta$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \chi, \omega, \phi, \theta$. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



ΘΕΜΑ 13

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$ του παρακάτω σχήματος και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας, αν ϵ_1 παράλληλη με την ϵ_2 :



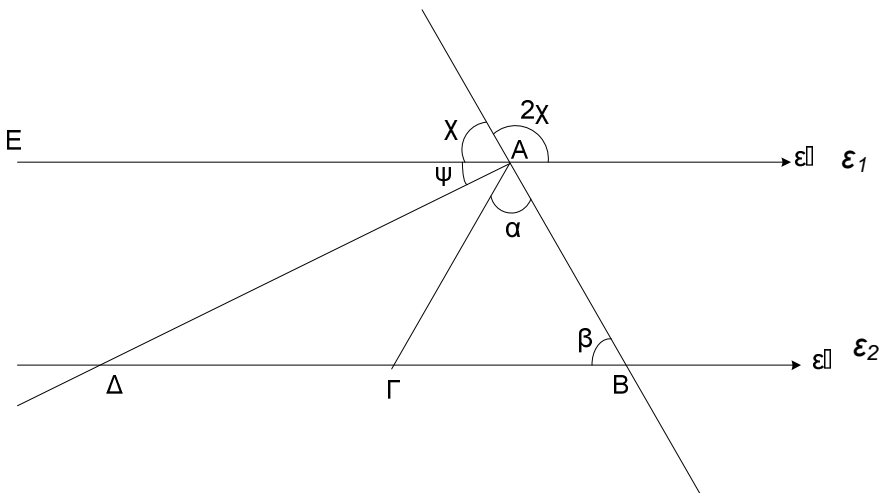
ΘΕΜΑ 14

Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται:

$\epsilon_1 // \epsilon_2$, AD διχοτόμος της $E\hat{A}\Gamma$ και $AD \perp AB$.

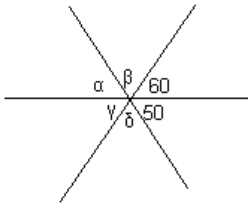
α) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\chi, \alpha, \beta, \psi$.

β) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

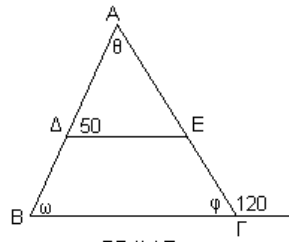


ΘΕΜΑ 15

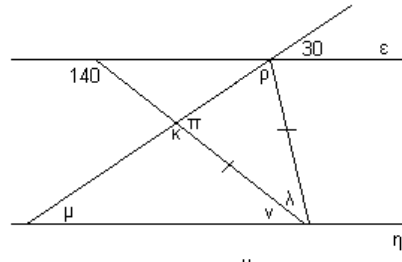
Να υπολογίσετε τις άγνωστες γωνίες στα παρακάτω σχήματα:



Σχήμα 1



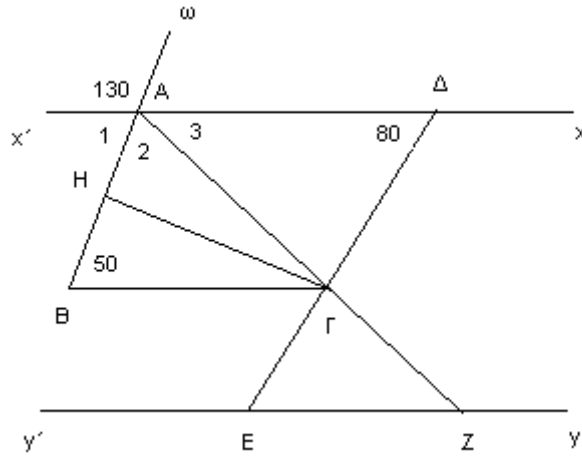
Σχήμα 2



Σχήμα 3

ΘΕΜΑ 16

Στο παρακάτω σχήμα είναι $xx' // yy'$ που τέμνονται από τις ΕΔ και ΑΖ. Η γωνία $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma} = 50^\circ$, $x'\hat{A}\omega = 130^\circ$, $\hat{A}\hat{\Delta}\hat{\Gamma} = 80^\circ$ και ΓΗ μεσοκάθετος του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ.

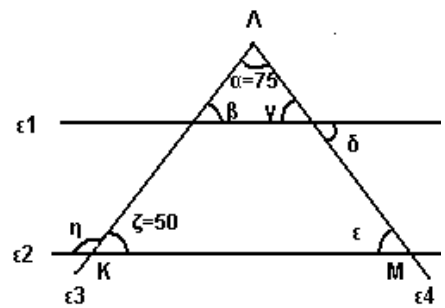


- α) Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές ($GA=GB$)
- β) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{A}_3, \hat{\Gamma}\hat{Z}\hat{E}$.
- γ) Να βρείτε το είδος του τριγώνου ΓΕΖ ως προς τις πλευρές του.

ΘΕΜΑ 17

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες.

- A. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\beta, \gamma, \delta, \epsilon$ και η .
- B. Να αναφέρετε το είδος του τριγώνου ΚΛΜ ως προς τις γωνίες του.



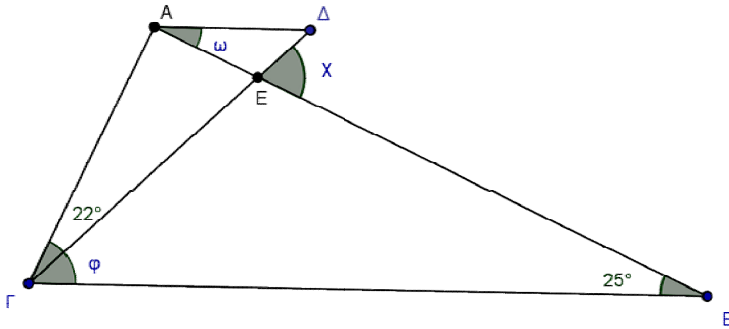
ΘΕΜΑ 18

Στο πιο κάτω σχήμα. Να βρείτε το χ και ψ χωρίς μοιρογνωμόνιο.

Να χρησιμοποιήσετε εξισώσεις και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

ΘΕΜΑ 19

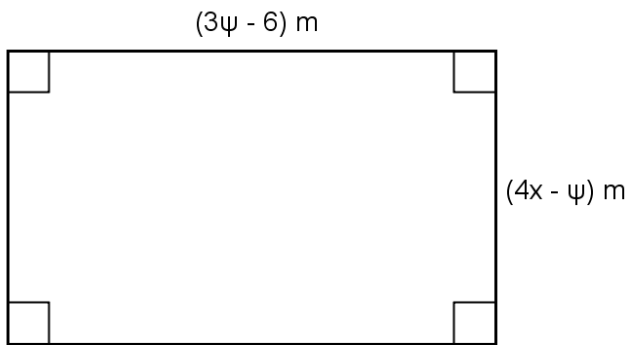
Να υπολογίσετε τις γωνίες ω , ϕ και χ στο παρακάτω σχήμα, αν $AD \parallel GB$, $GA \perp AB$, $\hat{A}\hat{\Gamma}\hat{\Delta} = 22^\circ$ και $\hat{\Gamma}\hat{B}\hat{A} = 25^\circ$.



ΘΕΜΑ 20

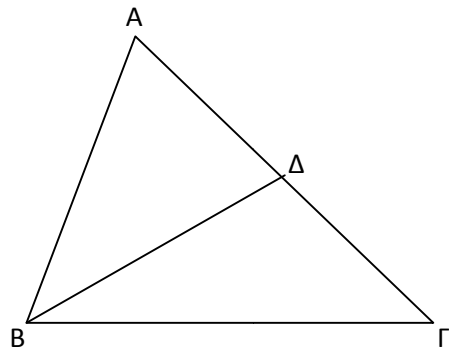
Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται μία αίθουσα δεξιώσεων σχήματος ορθογωνίου.

- α) Να γράψετε μία αλγεβρική παράσταση που να εκφράζει την περίμετρο της αίθουσας δεξιώσεων.
- β) Να γράψετε πιο απλά την αλγεβρική παράσταση που βρήκατε πιο πάνω.
- γ) Να βρείτε την περίμετρο της αίθουσας δεξιώσεων αν το $x = 4m$ και $\psi = 7m$.



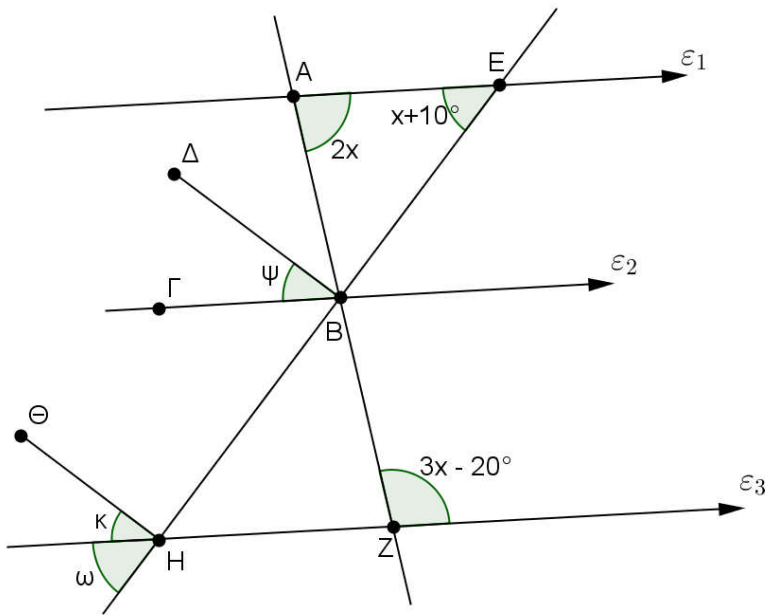
ΘΕΜΑ 21

Στο παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$, η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{B} . Αν ισχύει ότι η $\hat{A}\hat{B}\hat{\Delta} = 34^\circ$ και η \hat{A} είναι 12° μεγαλύτερη από την $\hat{\Gamma}$, να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{A} , \hat{B} , $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

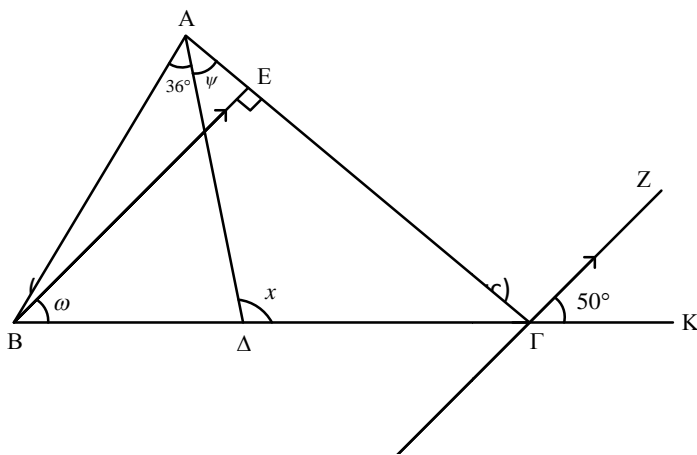


ΘΕΜΑ 22

Στο πιο κάτω σχήμα $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \parallel \varepsilon_3$, η ΒΔ είναι διχοτόμος της $\hat{A}B\Gamma$ και $\Theta H \perp BH$.
 Να υπολογίσετε (χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου) τις γωνίες οι οποίες είναι σημειωμένες. Χρησιμοποιήστε εξίσωση και δικαιολογήστε τις απαντήσεις σας.



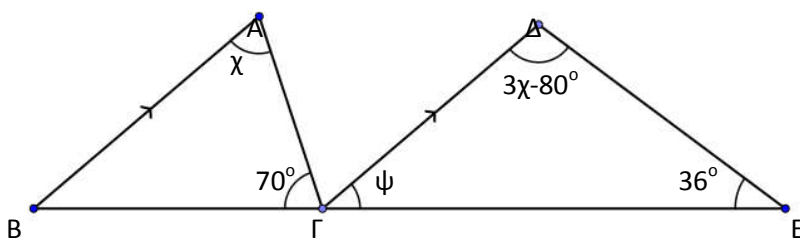
ΘΕΜΑ 23



Δεδομένα	Ζητούμενα
$\hat{B}A\Delta = 36^\circ$	$\hat{\omega} = ;$
$\hat{Z}\Gamma K = 50^\circ$	$\hat{x} = ;$
$BE \perp AG$	$\hat{\psi} = ;$
ΑΔ διχοτόμοστης $\hat{B}A\Gamma$	Το είδος του τριγώνου ΑΔΓ ως προς τις γωνίες του και ως προς τις πλευρές του.
$BE \parallel \Gamma Z$	

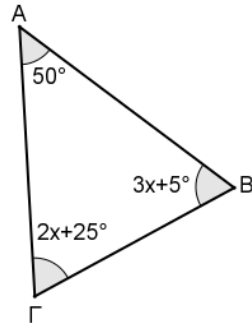
ΘΕΜΑ 24

Στο πιο κάτω σχήμα $AB \parallel \Gamma\Delta$ και $\hat{A}\Gamma B = 70^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες χ και ψ δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



ΘΕΜΑ 25

Να υπολογίσετε τις γωνίες του παρακάτω τριγώνου και να βρείτε το είδος του.

**ΘΕΜΑ 26**

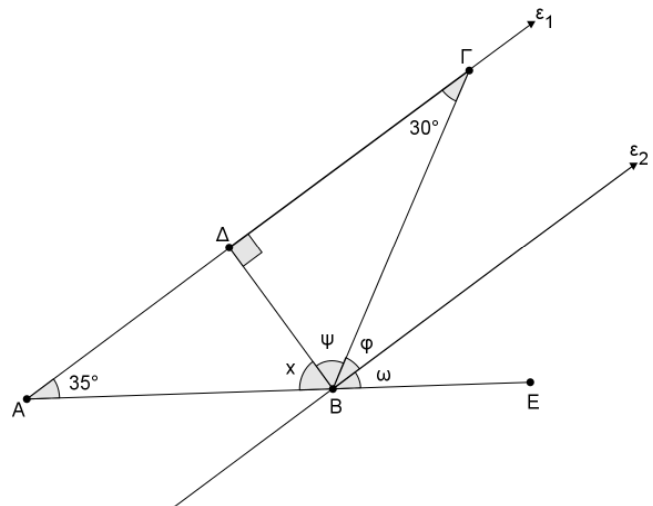
Στο πιο κάτω σχήμα δίνονται $\epsilon_1 // \epsilon_2$,

$B\Delta \perp A\Gamma$, $\hat{\Delta}AB = 35^\circ$ και

$\hat{\Delta}\Gamma B = 30^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες

$\hat{\chi}$, $\hat{\psi}$, $\hat{\phi}$, $\hat{\omega}$.

(Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).





ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

Διαγώνισμα Προσομοίωσης - 1^ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Να γραφούν τα είδη τριγώνων ως προς τις γωνίες και ως προς τις πλευρές τους (ορισμοί – σχήματα)
- B. Γιατί ένα τρίγωνο δεν μπορεί να έχει δύο αμβλείες γωνίες;
- Γ. Τι είναι ύψος και τι διάμεσος τριγώνου (ορισμοί – σχήματα)

Θέμα 2^ο

- A. Γράψτε τις ιδιότητες του πολλαπλασιασμού στους ρητούς αριθμούς.
- B. Να συμπληρωθούν οι ισότητες:

$$\alpha^{\nu} : \alpha^{\mu} = \dots\dots\dots, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\nu} = \dots\dots\dots, \quad (\alpha^{\nu})^{\mu} = \dots\dots\dots, \quad \alpha^0 = \dots\dots\dots$$

$$\alpha^{-\nu} = \dots\dots\dots, \quad 1^{\nu} = \dots\dots\dots, \quad \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\nu} = \dots\dots\dots$$

- Γ. Πότε δύο αριθμοί λέγονται αντίθετοι και πότε αντίστροφοι;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \left(\frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{4} + \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{5}\right) \text{ και}$$

$$B = (3^3 - 5^2) \cdot 7 - 8^2 : (12 - 8)^2$$

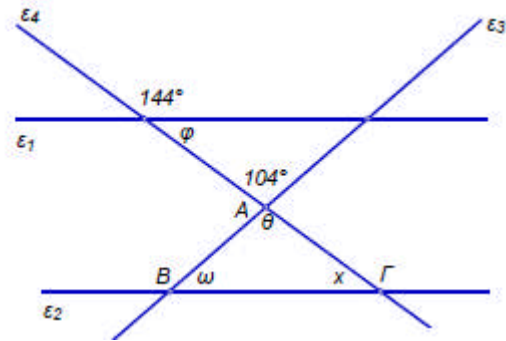
και να λύσετε την εξίσωση $A + x = B$.

Άσκηση 2^η

Στο παρακάτω σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες φ , θ , χ , ω .

Να αιτιολογήσετε πλήρως κάθε ισχυρισμό σας.



Άσκηση 3^η

A. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (3^2 - 2^3)^{10} + (7^2 - 2 \cdot 23)^3 - (3 \cdot 4^2 + 2^4) : 4$$

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $B = \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{12}\right) \cdot \left(1 - \frac{2}{3}\right)$

Γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\Gamma = A \cdot B$. Τι συμπέρασμα προκύπτει για τους αριθμούς A, B;

Καλη επιτυχια

Διαγώνισμα Προσομοίωσης - 2^ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

A. Με ποιους τρόπους προκύπτουν ισοδύναμα (ίσα) κλάσματα;

B. Ποιο κλάσμα λέγεται ανάγωγο;

Γ. Ποια κλάσματα λέγονται ομώνυμα και ποια ετερόνυμα;

Θέμα 2^ο

A. Τι είναι χορδή κύκλου; (Να γίνει και το σχήμα)

B. Τι είναι διάμετρος κύκλου και τι ξέρετε για αυτή; (Να γίνει και το σχήμα)

Γ. Τι είναι τόξο του κύκλου; (Να γίνει και το σχήμα)

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

$$\text{Αν } \alpha = \frac{5}{4} \cdot \left(2 - \frac{4}{5}\right) + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} : \frac{6}{8} \text{ και}$$

$$\beta = 2^4 \cdot (18,6 : 0,6 - 3^3) - 8 \cdot 0,5^2$$

να βρεθεί ο x ώστε: $\alpha \cdot x = \beta$.

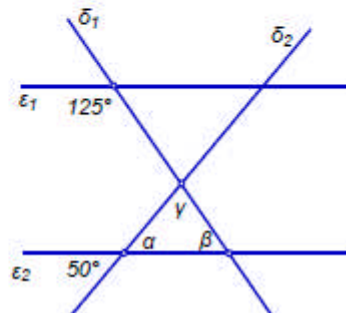
Άσκηση 2^η

Να βρεθεί η τιμή της παράστασης:

$$A = -(-8) - (+2) \cdot (-3) \cdot (-4) + (-5) \cdot (-5) - (-2010)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

Άσκηση 3^η

Στο διπλανό σχήμα δίνονται ότι οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$). Να βρεθούν οι γωνίες α , β και γ .



Καλη επιτυχια

Διαγώνισμα Προσομοίωσης - 3^ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1^ο

- A. Πώς προσθέτουμε δύο ομόσημους ρητούς αριθμούς;
- B. Πώς πολλαπλασιάζουμε δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;
- Γ. Πότε δύο αριθμοί, διαφορετικοί από το μηδέν, λέγονται αντίστροφοι;

Θέμα 2°

- A. Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους; (να δώσετε ορισμούς και να κάνετε σχήματα).
- B. Τι γνωρίζετε για το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;
- Γ. Πόσες ορθές γωνίες έχει ένα ορθογώνιο τρίγωνο και γιατί;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Ασκηση 1^η

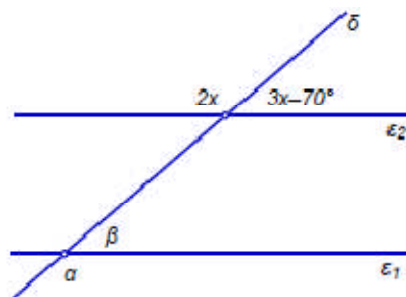
Να βρείτε την τιμή της παράστασης:

$$A = 1 + (7^2 - 2 \cdot 23)^4 - (17 - 6 \cdot 2) \cdot [2 \cdot 6^2 - 4(4^3 - 2 \cdot 5^2)]$$

Ασκηση 2^η

Αν οι παράλληλες ευθείες ϵ_1 , ϵ_2 τέμνονται από μια ευθεία δ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να υπολογίσετε τις γωνίες α και β .

(Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας).



Ασκηση 3^η

A. Να λυθούν οι εξισώσεις:

$$2x - 6 = 10 \text{ και } 28 : y = \frac{7}{3}$$

B. Για τα x και y που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα, να δείξετε ότι:

$$\frac{1}{3} \cdot y + 2 \cdot x^2 = 132$$

Διαγώνισμα Προσομοίωσης - 4^ο

ΘΕΩΡΙΑ

Θέμα 1°

- A. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές και πότε συμπληρωματικές;
- B. Να σχεδιάσετε στο γραπτό σας δύο εφεξής και συμπληρωματικές γωνίες.
- Γ. Τι είδους γωνία θα είναι:
- η παραπληρωματική μιας οξείας γωνίας
 - η παραπληρωματική μιας ορθής γωνίας
 - η κάθε μια από δύο γωνίες που είναι συμπληρωματικές.

Θέμα 2^ο

- A. Ποιους αριθμούς ονομάζουμε ομόσημους και ποιους ετερόσημους;
- B. Πώς προσθέτουμε δύο ομόσημους και πώς δύο ετερόσημους ρητούς αριθμούς;
- Γ. Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

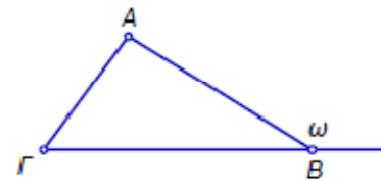
$$A = 2^4 \cdot 2 - 2^3 : 2 + 2 \cdot 3^2 - 5^2 \text{ και}$$

$$B = (5 \cdot 2 - 7) \cdot 4 - (3^2 - 2^2).$$

- A. Να υπολογίσετε την τιμή των παραστάσεων A και B.
- B. Να βρείτε το Ε. Κ. Π. των A και B.

Άσκηση 2^η

Στο τρίγωνο ABΓ του σχήματος, η γωνία A είναι τριπλάσια της γωνίας B, ενώ η γωνία Γ είναι μεγαλύτερη της γωνίας B κατά 20^ο.



- A. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου.
- B. Να υπολογίσετε τη γωνία ω του διπλανού σχήματος.

Άσκηση 3^η

$$A \text{ ή } A = \frac{6 \cdot (5^2 - 2^2 \cdot 6)^{2010}}{(2^3 - 3 \cdot 2)^2 : 2} \text{ και } B = \frac{7^2 - 2^3 \cdot 5}{4} : \frac{3^2}{4^2} - 3 \cdot (3 - 2)^2$$

Να υπολογιστεί το A, το B και να λυθεί η εξίσωση $Ax = B$

