

## Πολύγωνα και άρχαιοι Έλληνες

Το πρόβλημα της κατασκευής ενός κανονικού πολυγώνου με  $n$  πλευρές είναι ισοδύναμο με την διαίρεση του κύκλου σε  $n$  ίσα τόξα με κανόνα και διαβήτη. Οι αρχαίοι Έλληνες Γεωμέτρεις είχαν κατασκευάσει με κανόνα και διαβήτη τα κανονικά πολύγωνα με πλήθος πλευρών :

- α) 4, 8, 16, 32, 64, ... δηλαδή της μορφής  $2^n$ ,  $n = 2, 3, 4, 5, 6, \dots$
- β) 3, 6, 12, 24, 48, ... δηλαδή της μορφής  $3 \cdot 2^n$ ,  $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$
- γ) 5, 10, 20, 40, 80, ... δηλαδή της μορφής  $5 \cdot 2^n$ ,  $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$
- δ) 15, 30, 60, 120, ... δηλαδή της μορφής  $3 \cdot 5 \cdot 2^n$ ,  $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$

Η κατασκευή ενός  $2n$ -γώνου γινόταν από το  $n$ -γωνο με διχοτόμηση των αντίστοιχων πλευρών. Η πλευρά  $\lambda 2n$  του  $2n$ -γώνου δινόταν συναρτήσει της πλευράς  $\lambda n$  του  $n$ -γώνου από τον τύπο  $\lambda 2n = 2 R 2 - R 4 R 2 - \lambda 2$ , που είναι γνωστός και σαν τύπος  $n$

του Αρχιμήδη. Ο Αρχιμήδης στην προσπάθειά του να υπολογίσει το εμβαδόν του κύκλου με τη μέθοδο της εξάντλησης, κατασκεύασε κανονικά πολύγωνα μέχρι και 96 πλευρών ξεκινώντας από το κανονικό εξάγωνο και διπλασιάζοντας τις πλευρές.

Ας εξετάσουμε ποια κανονικά πολύγωνα με πλήθος πλευρών μέχρι 20 δεν είχαν κατασκευαστεί από τους αρχαίους Έλληνες. Αυτά ήταν το κανονικό επτάγωνο, εννιάγωνο, εντεκάγωνο, δεκατριάγωνο, δεκατετράγωνο, δεκαεπτάγωνο, δεκαοκτάγωνο και δεκαεννιάγωνο.

Για το κανονικό επτάγωνο έχει διασωθεί η πραγματεία του Αρχιμήδη «Περί του κανονικού επτάγωνου» από αραβική μετάφραση. Η κατασκευή όμως εκεί γίνεται με νεύση. Από τα παραπάνω κανονικά πολύγωνα κανένα δεν κατασκευάζεται με κανόνα και διαβήτη εκτός από το κανονικό δεκαεπτάγωνο. Για αυτό δεν έχει διασωθεί από τους αρχαίους Γεωμέτρεις καμία μνεία για την κατασκευή του. Η περίπτωση του κανονικού δεκαεπταγώνου είναι από τις πλέον χαρακτηριστικές περιπτώσεις προβλήματος που ενώ μπορεί να επιλυθεί με κανόνα και διαβήτη δεν επιλύθηκε από τους αρχαίους Έλληνες Γεωμέτρεις.