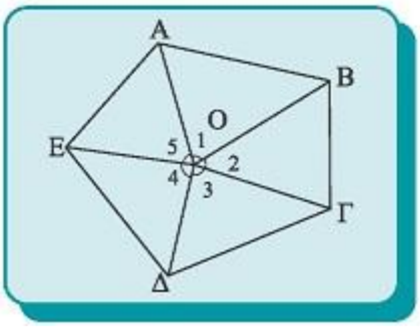
Αθροισμα Γωνιών Κυρτού ν-γώνου
Το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού **ν-γωνου** είναι 2ν-4 ορθές,δηλαδή (2ν-4)90ο
ή (**ν**-2)180ο .
Αθροισμα Εξωτερικών Γωνιών Κυρτού ν-γώνου
Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών ενός κυρτού **ν-γωνου** είναι πάντα 360ο .
Παρατήρηση: Το άθροισμα των γωνιών ενός κυρτού **ν**-γώνου εξάρτάται από το
πλήθος των πλευρών του ενώ το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών του είναι
πάντα σταθερό και ίσο με 360ο .

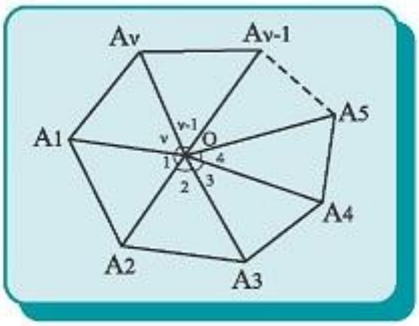
Άθροισμα γωνιών κυρτου ν-γώνου



Σχήμα 21

Ας θεωρήσουμε κυρτό πεντάγωνο ΑΒΓΔΕ και Ο τυχαίο εσωτερικό σημείο του. Αν ενώσουμε το Ο με τις κορυφές του πενταγώνου, σχηματίζονται πέντε τρίγωνα. Το άθροισμα των γωνιών κάθε τριγώνου είναι 2 ορθές. Έτσι το άθροισμα των γωνιών και των πέντε τριγώνων είναι (2·5) ορθές. Αν αφαιρέσουμε το άθροισμα των γωνιών $\hat{O}_1+\hat{O}_2+\hat{O}_3+\hat{O}_4+\hat{O}_5$ = 4 ορθές, θα μείνει το άθροισμα των γωνιών του πενταγώνου, δηλαδή:

Α + Β + Γ + Δ + Ε = (2·5 - 4) ορθές.



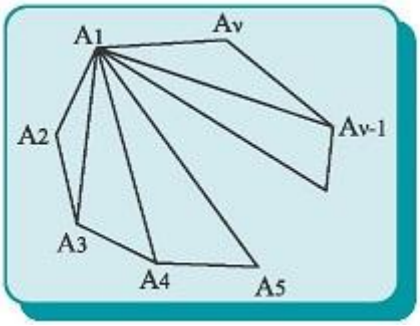
Σχήμα 22

Όμοια, αν το κυρτό πολύγωνο έχει ν πλευρές και ενώσουμε το Ο με τις κορυφές του σχηματίζονται ν τρίγωνα. Το άθροισμα των γωνιών των ν τριγώνων είναι 2ν ορθές. Αν αφαιρέσουμε το άθροισμα των γωνιών $\hat{O}_1+\hat{O}_2+\hat{O}_3+ \dots +\hat{O}_\nu$ = 4 ορθές έχουμε:

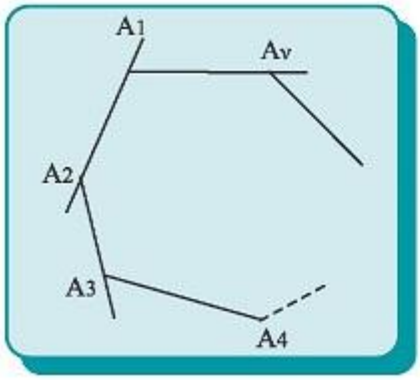
$A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_\nu$ = (2ν - 4) ορθές.

Καταλήξαμε λοιπόν στο συμπέρασμα ότι πρέπει: **Το άθροισμα των γωνιών κυρτου ν-γώνου να είναι 2ν-4 ορθές.**

Άλλη απόδειξη. Ας θεωρήσουμε κυρτό πολύγωνο $A_1A_2\ldots A_\nu$ με ν πλευρές και ας φέρουμε από μια κορυφή του, π.χ. την A_1 όλες τις διαγωνίους που διέρχονται από αυτή. Έτσι το πολύγωνο διαιρείται σε ν-2 τρίγωνα, γιατί σε καθεμιά από τις πλευρές του, εκτός των A_1A_2 και A_1A_ν που διέρχονται από την κορυφή A_1, αντιστοιχεί ένα τρίγωνο. Επειδή το άθροισμα των γωνιών των ν-2 τριγώνων είναι 2(ν-2)=(2ν-4) ορθές και ισούται με το άθροισμα των γωνιών του πολυγώνου, προκύπτει ότι: **Το άθροισμα των γωνιών κυρτου ν-γώνου είναι 2ν-4 ορθές.**



Σχήμα 23



Σχήμα 24

ΠΟΡΙΣΜΑ

Το άθροισμα των εξωτερικών γωνιών κυρτου ν – γώνου είναι 4 ορθές.

Απόδειξη

Έχουμε
$$\begin{cases} \hat{A}_{1\varepsilon\xi} + \hat{A}_1 = 2\llcorner \\ \hat{A}_{2\varepsilon\xi} + \hat{A}_2 = 2\llcorner \\ \ldots\ldots \quad \ldots\ldots = \ldots\ldots \\ \hat{A}_{\nu\varepsilon\xi} + \hat{A}_\nu = 2\llcorner \end{cases}$$
προσθέτουμε κατά μέλη οπότε:

$$(\hat{A}_{1\varepsilon\xi} + \hat{A}_{2\varepsilon\xi} + \ldots + \hat{A}_{\nu\varepsilon\xi}) + (\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \ldots + \hat{A}_\nu) = 2\nu\llcorner \text{ ή}$$

$$(\hat{A}_{1\varepsilon\xi} + \hat{A}_{2\varepsilon\xi} + \ldots + \hat{A}_{\nu\varepsilon\xi}) + (2\nu - 4)\llcorner = 2\nu\llcorner \text{ ή}$$

$$\hat{A}_{1\varepsilon\xi} + \hat{A}_{2\varepsilon\xi} + \ldots + \hat{A}_{\nu\varepsilon\xi} = 4\llcorner.$$